

17. Matematika és Informatika Alkalmazásokkal Konferencia

A Bolyaiak nyomában a mesterséges intelligencia korában

Kolozsvár

2026. november 13-15.

Egy algebrai azonosság következményeiről

Tuzson Zoltán, Székelyudvarhely

E-mail: tuzo60@gmail.com

A dolgozatban egy egyszerű algebrai azonosság különböző alakjaiból indultunk ki:

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1}), \quad \forall n \in \mathbb{N}^*, a, b \in \mathbb{R}$$

Ebből levezettük a rendkívül nagy horderejű dupla egyenlőtlenséget, a következőt:

$$nb^{n-1} \leq \frac{a^n - b^n}{a - b} \leq na^{n-1}, \quad \forall n \geq 1$$

Megmutattuk, hogy ugyanaz a néhány soros összefüggés oszthatósági tételekhez, a binomiális tételhez, egyenlőtlenségekhez, nevezetes sorozatok monotonitásához, a közepek közötti egyenlőtlenségekhez, a Jensen-konvexitáshoz, sőt a hatványfüggvény deriváltjához is elvezethet. Ez jól példázza, hogy egy elemi algebrai azonosságban olyan kapcsolatok rejlenek, amelyek a matematika egymástól távolinak tűnő területeit is összekötik.

Ennek az oka az, hogy az elemi algebrai módon megállapított dupla egyenlőtlenség egyenértékű a Lagrange tételből nyerhető erős matematikai analízis eredménnyel.