Négyzetes közép a háromszögben

Molnár István

Gál Ferenc Egyetem, Gazdasági Kar

molnar.istvan@gfe.hu

Az előadás olyan háromszögek néhány tulajdonságával mutatja be, amelyekben teljesül, hogy az egyik oldal hossza másik két oldal hosszának négyzetes közepe, vagyis a szokásos jelöléseket használva $c = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$, vagy másképpen $a^2 + b^2 = 2c^2$.

Először a háromszögre vonatkozó néhány metrikus jellemző, majd a háromszög több nevezetes pontjához – magasságpont (M), súlypont (S), Lemoine-Grebe pont (L) – kapcsolódóan különböző tulajdonságok kerülnek felírásra. Ezen tulajdonságok közül néhány:

1. $\frac{1}{{m_a}^2} + \frac{1}{{m_b}^2} = \frac{2}{{m_c}^2}$
2. $\frac{a}{m_a} + \frac{b}{m_b} = 2 \cdot \frac{c}{m_c}$
3. ${s_a}^2 + {s_b}^2 = 2 \cdot {s_c}^2$
4. $\frac{s_a}{b} = \frac{s_b}{a} = \frac{s_c}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
5. Az S talpponti háromszöge egyenlő szárú.
6. $AM^2 + BM^2 = 2 \cdot CM^2$
7. Az L talpponti háromszöge hasonló az eredeti háromszöghöz.
8. Az SL egyenes párhuzamos az AB egyenessel.