Tanulás Boltzmann gépekkel

Reiz Andrea

Tanulás Boltzmann gépekkel

- Boltzmann gép
- Boltzmann gép felépítése
- Boltzmann gép energiája
- Energia minimalizálás
- Szimulált kifűtés
- Tanulás

Boltzmann gép

- Tanulóalgoritmus
- Korlátozás-kielégítő feladatok megoldására alkalmas
- Gyengébb preferenciájú korlátozást is magába foglal

Erős, gyenge korlátozás

- **Erős korlátozás** - minden megoldásnak eleget tennie
  pl. Játékok, puzzle esetén
- Korlátozás kielégítő keresések nagyrésze erős korlátozást alkalmaz
- **Gyenge korlátozás** - néha a legkézenfekvőbb megoldások is megszegik
  pl. megtalálni egy kép legmegfelelőbb értelmezését
- A megoldás minőségét a nem kielégített korlátozások összege jelenti

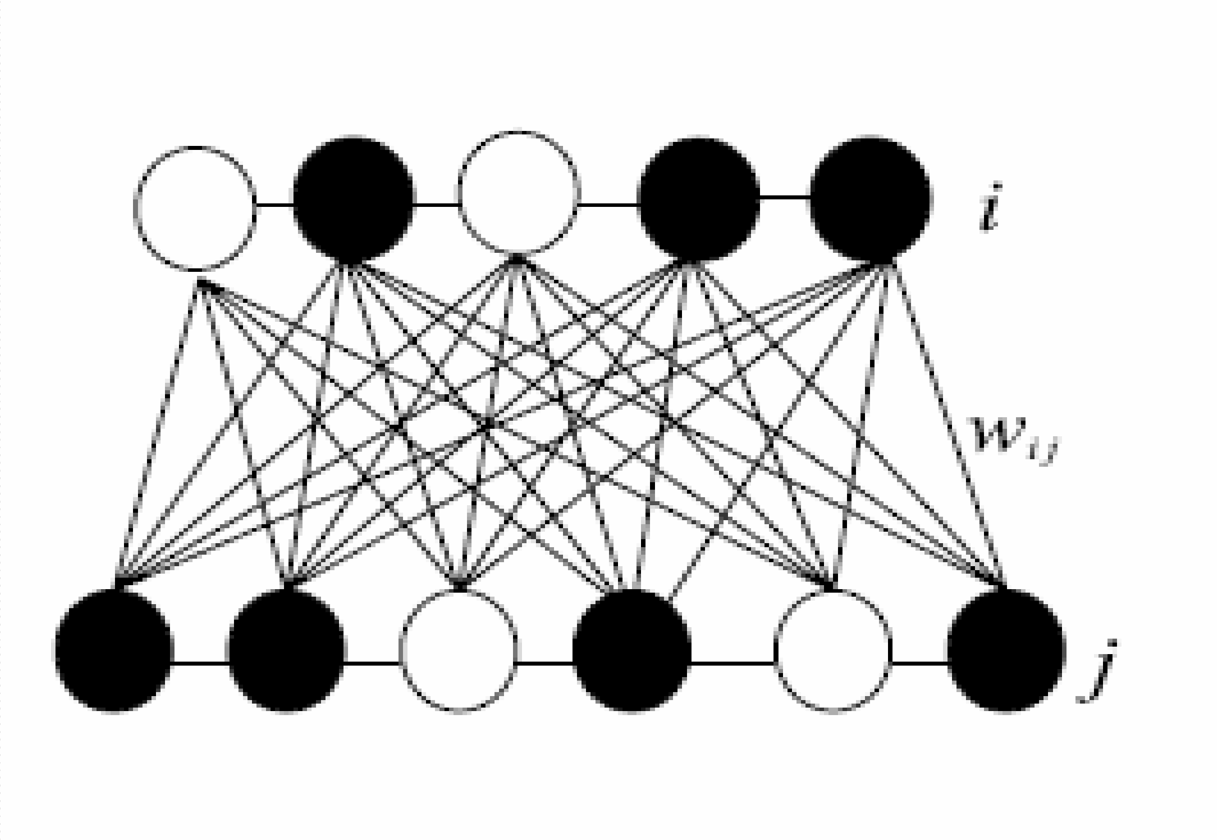
Boltzmann gép elemei

- Számítási egységekből áll:
  - **unit**ok, melyeket **link**ekkel kapcsolunk egymáshoz
- **Unit (egység)**- 0 vagy 1 állapottal rendelkezik
- **Link (kötés)** – súlyokkal (valós számok) rendelkezik

Boltzmann gép elemei

- s_i i-edik egység
- w_{ij} a kötés erőssége az i és j egység között
- $w_{ij} = w_{ji}, \forall i, j$ a kapcsolatok szimmetrikusak
- w_{ii} = 0 egyik egység sem áll kapcsolatban önmagával

Boltzmann gép



Boltzmann gép elemei

- Az **0/1 állapot** azt jelöli hogy a rendszer pillanatnyilag elfogad vagy elutasít egy hipotézist a megfelelő témakörben
- A **kötések súlya** egy páros módú megszorítást jelöl két hipotézis között.
- **Pozitiv súly** esetén két hipotézis elfogadja egymást; ha egy hipotézis elfogadott a másik elfogadása kedvezőbb feltételekhez vezet
- **Negativ súly** esetén a két hipotézis nem fogadja el egymást

A Boltzmann gép energiája

- A kapott szerkezetben, a rendszer minden lényeges állapotához hozzárendelhető egy szám, ezt az **állapot energiájának** nevezzük.
- Az állapot energiája úgy is értelmezhető , mint annak a mértéke hogy az hipotézisek adott kombinációja mennyire sértik a feladatkör korlátait

A rendszer energiája

- A rendszer állapotának energiája:
- $$E = -\sum_{i<j} w_{ij}\, s_i\, s_j + \sum_i \theta_i\, s_i \qquad (1)$$
- Ahol:
  θ – külső hatás mértéke

Az energia minimuma

- Megfelelő feltételek mellett az egységek állapotai úgy változhatnak, hogy ezt a globális energiát minimalizálni tudják
- Minimalizáláskor a rendszer a bementből további összefüggésekre következtet (tanul)

Energia minimalizálás

- Egy egyszerű módszer hogy kialakítsuk az értékek egy olyan kombinációját, amely a lokális minimumokat kihasználva eljut a rendszer állapotának minimumába
- Ehhez a rendszer azt kell eldöntse hogy elfogad egy hipotézist vagy sem.

Energia minimalizálás

- Mivel a kapcsolatok szimmetrikusak ezért a különbség a rendszer energiája az S_i elutasított hipotézissel valamit az energiája az S_i elfogadott hipotézissel kifejezhető:

$$\Delta E_i = \sum_j w_{ij}\, s_j - \theta_i \qquad (2)$$

- Az (1)-es képletbe az S_i helyére 0-t ill. 1-et helyettesítve kapjuk a (2)-es képletet

Az algoritmus „gyengesége”

- Ez egy egyszerű determinisztikus minimum számoló algoritmus, hibája:
  megakad a lokális minimumban ami nem optimális globálisan.
- Egy egyszerű mód arra hogy kikeverdjünk a lokális minimumból az hogy időnként megengedünk olyan értékét az állapotoknak hogy a rendszer összenergiája eltérjen a lokális minimumtol.

Szimulált kifűtés

- Ha elindítunk egy rendszert egy magas hőmérsékleten és fokozatosan csökkentjük a hőmérsékletét amíg el nem éri a termikus egyensúlyt, akkor a rendszer állapotának valószínűsége egy eloszláshoz konvergál, amely állapotban az energia szint a minimum körül változik.

Szimulált kifűtés

- Annak a valószínűsége hogy egy egység állapota 1:
  $p_i = 1 / (1 + \exp(- \Delta E_i / T))$
  T - a rendszer „hőmérséklete”, skaláris érték

  ΔE_i – az energia különbség az S_i értékeitől függően (2) képletnek megfelelően

Szimulált kifűtés

- A rendszer ismételten kiválaszt egy egységet és a fenti képletnek megfelelően beállítja az állapotát.
- Egy bizonyos hőmérsékleten való hosszú futás után a rendszer globális állapotának a valószínűsége a globális energiától függ.
- Ekkor a globális állapotok valószínűségi naplója lineáris lesz => a rendszer „**termikus egyensúlyban**” van.

Szimulált kifűtés

- Ekkor rendszer állapotainak valószínűsége a Boltzmann eloszláshoz tart

$$W = \frac{Z}{a}$$

- Z - Hi eloszlás,
- a - paraméter

Tanulás

- A legérdekesebb tulajdonsága egy Boltzmann gépnek hogy egy független tanuló algoritmushoz vezet.
- Megváltoztatja a kapcsolat erősségeket az egységek között úgyhogy a teljes rendszer egy belső modellt fejleszt ki ami magába foglalja a környezetének alapul szolgáló rendszert.

Tanulás

- A történelem során bebizonyosodott hogy nincs egyszerű, bármilyen összetettebb rendszerre általánosítható tanuló algoritmus mivel ahhoz hogy képes legyen értékes számításokra, a rendszer nemlineáris elemeket kell tartalmazzon amelyek nem a bemenet közvetlen megszorításai.
- Amikor egy ilyen rendszer hibázik lehetetlen eldönteni a sok kapcsolat erősségei közül melyik a hibás.

Tanulás

- Tehát ha a rendszert tanítani szeretnénk úgyhogy a változás során a rendszer a globális minimumhoz tartson, akkor a súlyokat úgy kell meghatároznunk hogy a globális állapot a legnagyobb valószínűséggel elérje a legkisebb energiaszintet.

Látható és láthatatlan egységek

- A Boltzmann gép egységei particionálhatók egy nem üres látható és egy láthatatlan csoportra
- A látható csoport a rendszer és környezet közötti kapcsolat – kommunikálnak a környezettel.
- A tanulás ideje alatt a látható egységek a környezet állapotaiba rögzültek

Látható és láthatatlan egységek

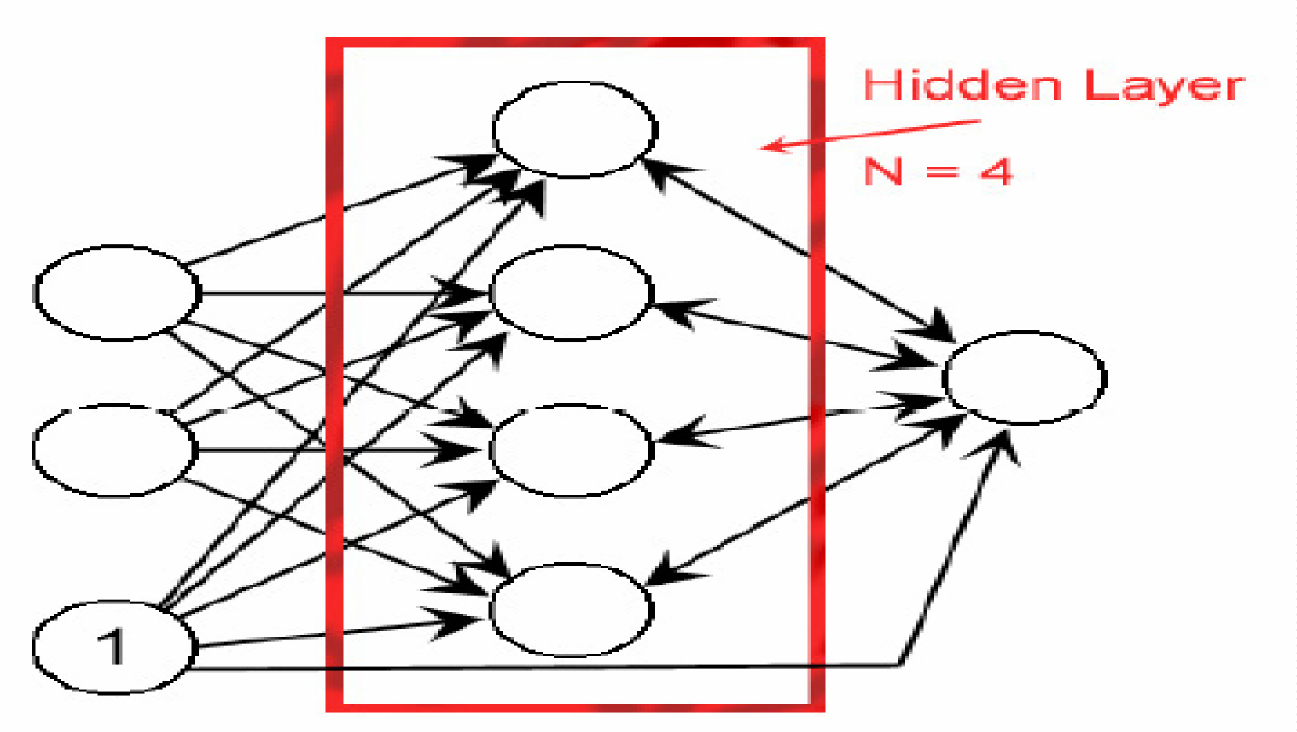
- A láthatatlan egységek sohasem rögzítettek a környezet által
- Kifejezhetik bemenet alapjául szolgáló korlátokat amelyek nem ábrázolhatóak páros kapcsolatokban a látható egységek között.

Látható és láthatatlan egységek

- Láthatatlan egységek komplex hipotéziseket fejeznek ki a látható egységek állapotairól.
- Így a magas rendű korlátok a látható egységek fölött lecsökkenthetőek az egész egység halmazon.

Látható és láthatatlan egységek

- A nyilak az információ áramlás irányát jelölik



A környezet modellezése

- Minden környezeti bement megengedi hogy a rendszer elérje a termikus egyensúlyát
- A környezet szerkezete úgy specifikálható, hogy megadjuk a látható egységek minden állapotának valószínűségi eloszlását

A környezet modellezése

- A rendszerről elmondhatjuk, hogy tökéletes modellje környezetének, ha pontosan ugyanolyan valószínűségi eloszlást ér el az állapotok felett, miközben termikus egyensúlyban szabadon fut, mint a bemeti eloszlás.

A környezet modellezése

- Habár a rejtett egységek száma exponenciálisan nő a látható egységekhoz képest, lehetetlen hogy a rendszer elérje a tökéletes modellt:
- ugyan a rendszer teljesen összekapcsolt, a (v+h-1)*(v+h)/2 kötések és a (v + h) eltérések a v látható és h láthatatlan egységek esetén elégtelenek hogy modellezzék a környezet 2^v állapot valószínűségeit.

A környezet modellezése

- A környezetben vannak szabályok, és a rendszer használja a rejtett egységeit, hogy rögzítse ezeket, ezáltal elérheti a környezeti valószínűségeknek egy jó megközelítését

Tanulás

- Legyen a tanuló halmaz eloszlása $P^+(V)$
- A Boltzmann gép esetén a globális állapotok fölötti eloszlás konvergál, amint a termikus egyensúly bekövetkezik
- Legyen ez a konvergált eloszlás $P^-(V)$
- A célunk tehát, hogy megközelítsük a $P^+(V)$ eloszlást, felhasználva $P^-(V)$ eloszlást, amit a gép generál

Tanulás

- Hogy megmérjük mennyire hasonló a két eloszlás, a Kullback–Leibler távolságot használjuk:

$$G = \sum_{v} P^{+}(v) \ln \frac{P^{+}(v)}{P^{-}(v)}$$

- G a súlyok függvénye, meghatározza az állapotok energiáját és az energia meghatározza a $P^{-}(V)$ eloszlást

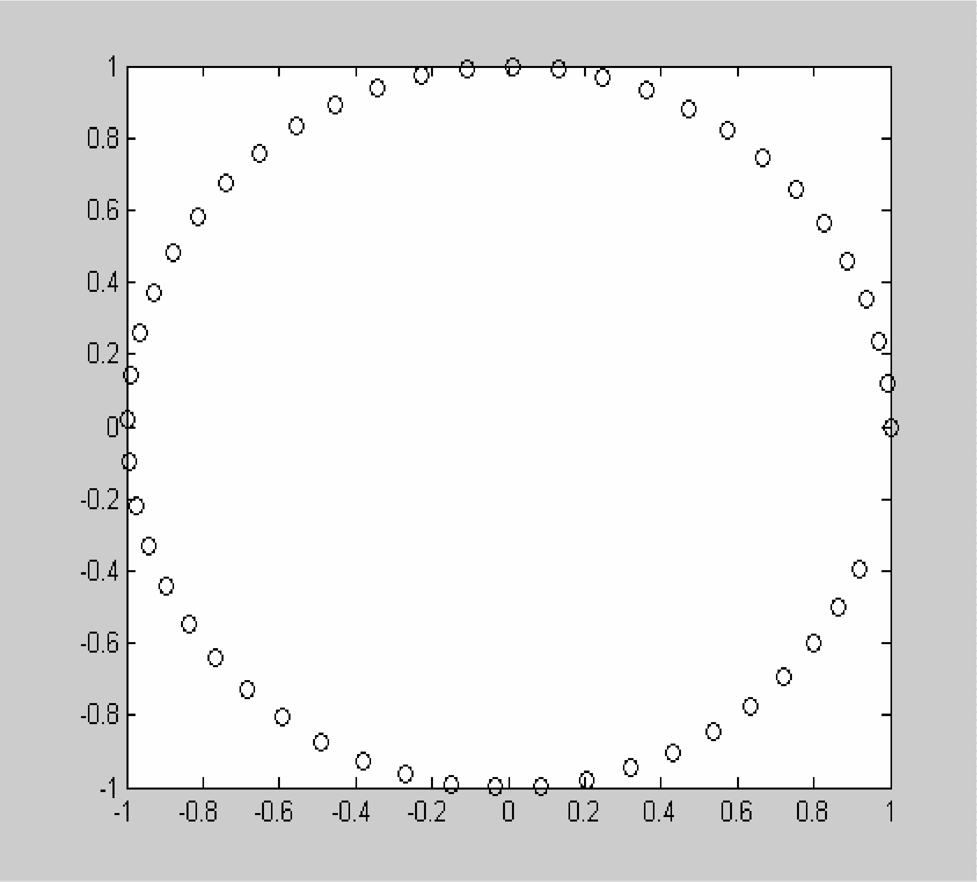
Tanulás

- A Boltzmann gép tanulása kétfázisú (pozitív és negatív), és ismételten ugrálhatunk a két fázis között
- A pozitív fázisban a látható egységek állapotai rögzítődnek a tanítási halmaznak megfelelően
- A negatív fázis esetén a rendszert szabadon futni hagyjuk

Példa - Utazó ügynök

- - N várost látogassunk meg legkevesebb távolságot megtéve.
- - Az N város az egyszerűség kedvéért az origó központú 1 sugarú körön lett létrehozva.

pl. N=50



Példa - Utazó ügynök

- Boltzmann gép elemei véletlen generálással lettek iniciálva, éspedig egy N^2*N^2 mátrix jelképezi a rendszert, amely minden város esetén tárolja azt hogy eljuthatunk-e az illető városba vagy sem, és ha eljuthatunk akkor hova mehetünk tovább.

Példa - Utazó ügynök

- A program működése:
  Az algoritmus minden lépésben meghatároz egy utat a városok között, honnan hova mehetünk. Az út nem biztos hogy minden várost tartalmaz, tartalmazhat megállókat is, de egy út csak akkor lesz érvényes ha minden várost meglátogat.
- Ha az út nem érvényes akkor csökkentjük a T hőmérsékletet, és újra felépítjük a mátrixot, hogy mely városból melyikbe mehetünk. Azt hogy eljuthatunk-e egyik városból a másikba egy valószínűség alapján generálja:
- $p_i = 1 / (1 + \exp(- \Delta E_i / T))$
- ahol $\Delta E_i = \sum W_{ij} * s_j - \theta$
- T- hőmérséklet, kezdetben 100, majd 0.99el csökken.

Példa - Utazó ügynök

- A program akkor ad megoldást amikor minden város szerepel az útban, és minden városba egyetlen másik városból juthatunk el. Amikor ez megtörténik, akkor a rendszer energiája minimális lesz.

Összegzés

- A Boltzmann gép tanulása az EM (Expectation maximization) algoritmus egy alkalmazása, amelyet előszeretettel használnak a gépi tanulásban
- Egy hiányos adathalmazt ismerünk (a latható egységeket)
- A pozitív fázisban megbecsüljük a teljes adathalmazt a rendszer aktuális paramétereire támaszkodva (kötések)
- Később a kötések frissülnek, hogy maximalizálják a rendszer valószínűségét

Könyvészet

- DAVID H. ACKLEY, GEOFFREY E. HINTON, TERRENCE J. SEJNOWSKI: A Learning Algorithm for Boltzmann Machines
  http://papers.cnl.salk.edu/PDFs/A%20Learning%20Algorithm%20for%20Boltzmann%20Machines_%201985-3542.pdf

- wikipedia.org/wiki/**Boltzmann**_machine