- Egy ember kecskét, farkast és káposztát szeretne átvinni egy folyón, de csak egy kis csónakot talál, amelybe rajta kívül csak egy tárgy fér. Hogyan tud a folyón úgy átkelni, hogy

  1. a farkas ne falja fel a kecskét,
  2. a kecske ne egye meg a káposztát?

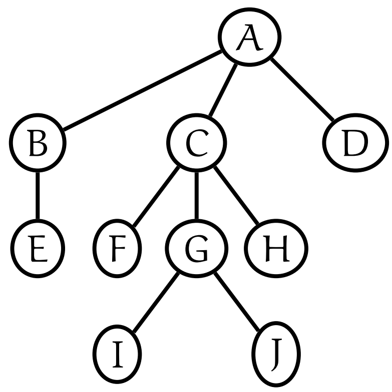
  (bekövetkezne, ha ezek felügyelet nélkül együtt maradnának)

  Reprezentáljuk a feladatot keresési feladatként. Azaz:

  1. építsük meg a feladat állapotterét;
  2. adjuk meg az elfogadható állapotokat;[1]
  3. írjuk fel az operátorokat (műveleteket) és építsük fel a gráfot;
  4. határozzunk meg egy utat – azaz megoldást a feladatra.

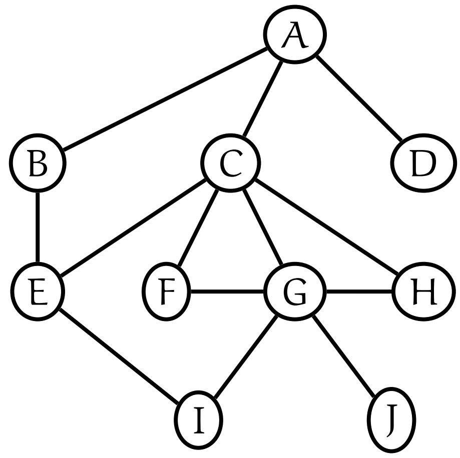
- Adott a mellékelt gráf. Az A csomópontból szeretnénk eljutni a H csomópontba. Írjuk fel a meglátogatott csomópontokat sorrendben, ha a keresési stratégia a

  1. szélességi keresés, és csomópontokat balról jobbra terjesztünk ki;
  2. szélességi keresés, és csomópontokat jobbról balra terjesztünk ki;
  3. mélységi keresés, és csomópontokat balról jobbra terjesztünk ki.



[1]Javaslat: kizárással vagy logikai formulával.

- Adott a mellékelt gráf. Milyen sorrendben járja be a mélységi keresési stratégiával a B-ből a H-t kereső algoritmus a gráfot, ha a



1. keresés során az azonos szinten lévő csomópontok közül mindig a 12-től induló, óramutató járásával ellenkező irányba haladunk?
2. Mi lesz a bejárási sorrend, ha az irányt az óramutató járásának megfelelőre változtatjuk?

- **Feladat.** Legyen egy zéró-összegű játék nyereségmátrixa a következő:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

  - Állapítsuk meg az X játékos tiszta stratégiáját;

    1 v 3

  - Írjuk fel a játék értékét a játékosok kevert stratégiájának a függvényében;

    $x_1y_1 - 5x_2y_1 + y_1 + 5x_1y_2 + 3x_2y_2 - 2y_2 - 2x_1 + x_2 + 1$

  - Keressük meg az X játékos optimális stratégiáját;

    $x_1 = 1/4; \quad x_2 = 1/4; \quad x_3 = 2/4$

  - Számítsuk ki a játék értékét;

    $3/4$

  - Keressük meg az Y játékos optimális stratégiáját;

    $y_1 = 11/28; \quad y_2 = 9/28; \quad y_3 = 8/28$

  - Ellenőrizzük a játék értékének a helyességét az Y szerinti újraszámolással.

- **Feladat.** Legyen egy zéró-összegű játék nyereségmátrixa a következő:

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 5 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

  - Állapítsuk meg az X játékos tiszta stratégiáját;

    1 v 3

  - Írjuk fel a játék értékét a játékosok kevert stratégiájának a függvényében;

    $-6x_1y_1 - 10x_2y_1 + 6y_1 + 2x_1y_2 - 2x_2y_2 + 3x_2 - 1$

  - Keressük meg az X játékos optimális stratégiáját;

    $x_1 = 3/8; \quad x_2 = 3/8; \quad x_3 = 2/8$

  - Számítsuk ki a játék értékét;

    $1/8$

  - Keressük meg az Y játékos optimális stratégiáját;

    $y_1 = 3/16; \quad y_2 = 9/16; \quad y_3 = 4/16$

  - Ellenőrizzük a játék értékének a helyességét az Y szerinti újraszámolással.

- **Feladat.** Legyen egy zéró-összegű játék nyereségmátrixa a következő:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

  - Állapítsuk meg az X játékos tiszta stratégiáját;

    1 v 3

  - Írjuk fel a játék értékét a játékosok kevert stratégiájának a függvényében;

    $3x_1y_1 - x_2y_1 + 5x_2y_2 + 3x_1y_2 - 2x_1 - x_2 - y_1 - 2y_2 + 1$

  - Keressük meg az X játékos optimális stratégiáját;

    $x_1 = 7/18; \quad x_2 = 3/18; \quad x_3 = 8/18$

  - Számítsuk ki a játék értékét;

    $1/18$

  - Keressük meg az Y játékos optimális stratégiáját;

    $y_1 = 7/18; \quad y_2 = 5/18; \quad y_3 = 6/18$

  - Ellenőrizzük a játék értékének a helyességét az Y szerinti újraszámolással.

- **Feladat.** Legyen egy zéró-összegű játék nyereségmátrixa a következő:

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

  – Állapítsuk meg az X játékos tiszta stratégiáját;

  3

  – Írjuk fel a játék értékét a játékosok kevert stratégiájának a függvényében;

  $-2x_1y_1 - 8x_2y_1 + 4y_1 + 6x_1y_2 - y_2 - 2x_1 + 2x_2$

  – Keressük meg az X játékos optimális stratégiáját;

  $x_1 = 4/24; \quad x_2 = 11/24; \quad x_3 = 9/24$

  – Számítsuk ki a játék értékét;

  $7/12$

  – Keressük meg az Y játékos optimális stratégiáját;

  $y_1 = 3/12; \quad y_2 = 5/12; \quad y_3 = 4/12$

  – Ellenőrizzük a játék értékének a helyességét az Y szerinti újraszámolással.

- **Feladat.** Legyen egy zéró-összegű játék nyereségmátrixa a következő:

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

  - Állapítsuk meg az X játékos tiszta stratégiáját;

    1 v 2 v 3

  - Írjuk fel a játék értékét a játékosok kevert stratégiájának a függvényében;

    $6x_1y_1 + 4x_1y_2 + x_2y_1 + 4x_2y_2 - 3x_1 - 2x_2 - 2y_1 - 3y_2 + 2$

  - Keressük meg az X játékos optimális stratégiáját;

    $x_1 = 1/4; \quad x_2 = 1/2; \quad x_3 = 1/4$

  - Számítsuk ki a játék értékét;

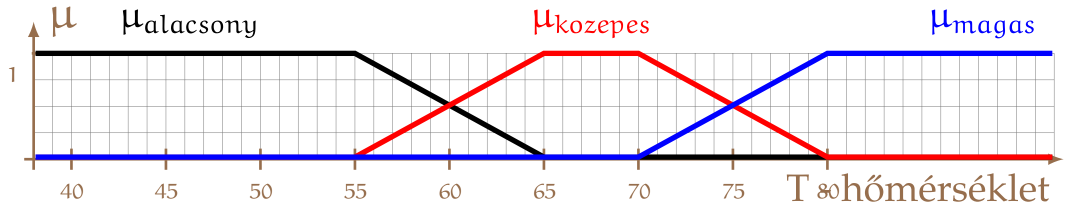
    $1/4$

  - Keressük meg az Y játékos optimális stratégiáját;

    $y_1 = 1/5; \quad y_2 = 9/20; \quad y_3 = 7/20$

  - Ellenőrizzük a játék értékének a helyességét az Y szerinti újraszámolással.

- **Feladat.** Legyen az alábbi fuzzy halmazrendszer



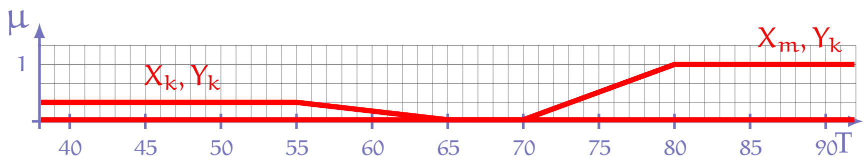
és a következő **fuzzy szabály-tábla**

X	Y		
	Alacsony	**Közepes**	**Magas**
Alacsony	–	Közepes	Alacsony
Közepes	–	Alacsony	Közepes
Magas	Közepes	Magas	Alacsony

ahol – nem megengedett állapot

- Határozzuk meg az $X = 77.5$ és $Y = 68.0$ pontoknak megfelelő fuzzy következtetést (magyarázzuk meg az eredményt).

  Meghatározzuk a bemeneti értékek hozzátartozását a különböző halmazokhoz:
  $X_{magas} = 0.75$ és $X_{kozepes} = 0.25$
  $Y_{kozepes} = 1.00$



- Határozzuk meg az $X = 85.0$ és $Y = 68.0$ pontoknak megfelelő fuzzy következtetést (magyarázzuk meg az eredményt).

  Hasonlóan!

- Határozzuk meg az $X = 57.5$ és $Y = 77.5$ pontoknak megfelelő fuzzy következtetést (magyarázzuk meg az eredményt).

  Hasonlóan!

- **Feladat**: A „modus ponens" a klasszikus logika következtetési szabálya, melynek formája

$$\left.\begin{array}{l} a \\ a \rightarrow b \end{array}\right\} \Rightarrow \; b$$

Azaz a klasszikus logikában a

$$(a \wedge (a \rightarrow b)) \rightarrow b$$

tautológia. A *fuzzy logikában* a lehetséges logikai értékek a $[0, 1]$ intervallumban vannak.

Határozzuk meg a „modus ponens" szabály fuzzy $\mu_{MP}\left(\mu(a), \mu(b)\right)$ függvényét a következő logikák esetében:

1. $T\left(\mu(a), \mu(b)\right) = \mu(a)\mu(b)$
   $S\left(\mu(a), \mu(b)\right) = \mu(a) + \mu(b) - \mu(a)\mu(b)$;

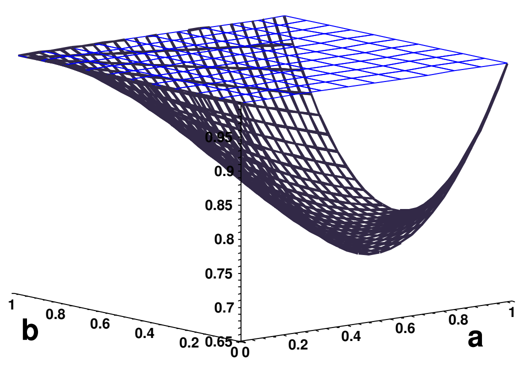
   egyszerűsítő jelölés: $\mu(a) \stackrel{\text{def}}{=} a$ és $\mu(b) \stackrel{\text{def}}{=} b$;

   $\mu_{MP}\left(a, b\right) = \frac{3}{4} + \left(\frac{1}{2} - a(1-b)\right)^2$
2. $T\left(\mu(a), \mu(b)\right) = \min(\mu(a), \mu(b))$
   $S\left(\mu(a), \mu(b)\right) = \max(\mu(a), \mu(b))$;

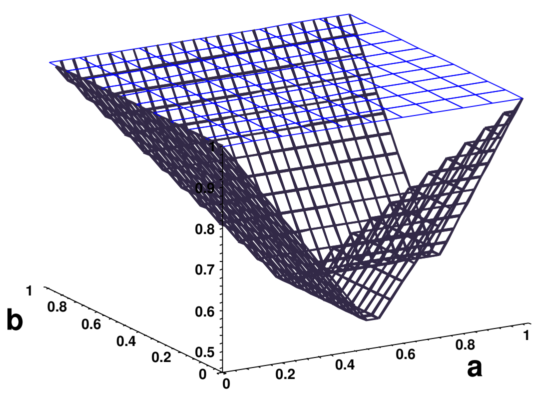
   egyszerűsítő jelölés: $\mu(a) \stackrel{\text{def}}{=} a$ és $\mu(b) \stackrel{\text{def}}{=} b$;

   $\mu_{MP}\left(a, b\right) = \max\left(1 - a, b, \min\left(a, 1 - b\right)\right)$
3. $T\left(\mu(a), \mu(b)\right) = \max(0, \mu(a) + \mu(b) - 1)$
   $S\left(\mu(a), \mu(b)\right) = \min(1, \mu(a) + \mu(b))$;

   Gyakorlat!



(1)



(2)

- **Feladat.** Egy bank *fuzzy* szakértői rendszert szeretne kidolgozni hitelek kockázatának a megállapítására. A jelentkezők **keresete** (EUR), **életkora** és **végzettsége** alapján szeretne egy szabályrendszert kidolgozni, mely szerint *kis/közepes/magas* kockázatú osztályba sorol be **egy adott összegű hitelt**.

  1. Hány fuzzy változónk lesz? Specifikáljuk.
  2. Építsünk egy fuzzy szabálytáblát, „logikus” működési értékekkel.

- **Feladat.** Találjuk meg a következő T-normákhoz tartozó S-konormákat[2]:

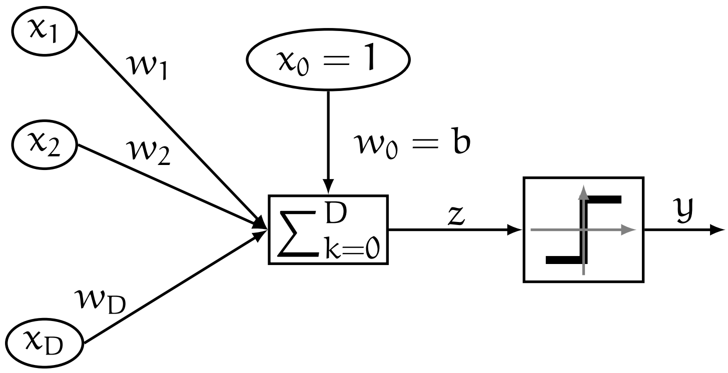
  – $T(a,b) = ab$;

  – $T(a,b) = max(0, a+b-1)$;

  – $T(a,b) = \begin{cases} b & \text{if } a = 1 \\ a & \text{if } b = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$;

[2] $T(a,b) = 1 - S(1-a, 1-b)$

- **Feladat.** Legyen az alábbi perceptron-modell, ahol az $\{x_n\}_1^D$ a perceptron bemenetei, $\{w_n\}_1^D$ a súlyok, y a kimeneti érték.



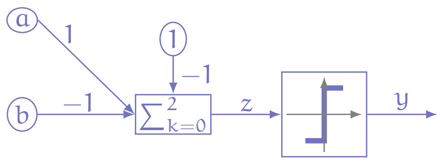
  - írjuk fel a szereplő mennyiségek típusait (logikai vagy valós) illetve a transzformációs függvényt a nem-valós adatok valóssá tételéhez.

$$x_k \in \{T, F\} \qquad \forall 1 \leq k \leq D$$

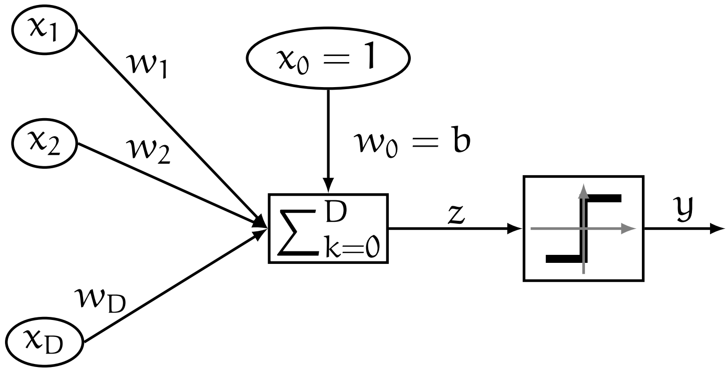
Az átalakító függvény: $g : \{T, F\} \to \{-1, 1\}$

$$g(x) = \begin{cases} -1 & \text{if } x = F \\ 1 & \text{if } x = T \end{cases}$$

  - Építsünk egy perceptron modellt az $a \wedge \overline{b}$ logikai műveletre.



- **Feladat.** Legyen az alábbi perceptron-modell, ahol az $\{x_n\}_1^D$ a perceptron bemenetei, $\{w_n\}_1^D$ a súlyok, y a kimeneti érték.



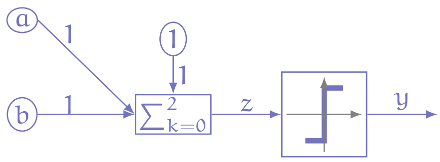
  – írjuk fel a szereplő mennyiségek típusait (logikai vagy valós) illetve a transzformációs függvényt a nem-valós adatok valóssá tételéhez.

$x_k \in \{T, F\} \qquad \forall 1 \leq k \leq D$

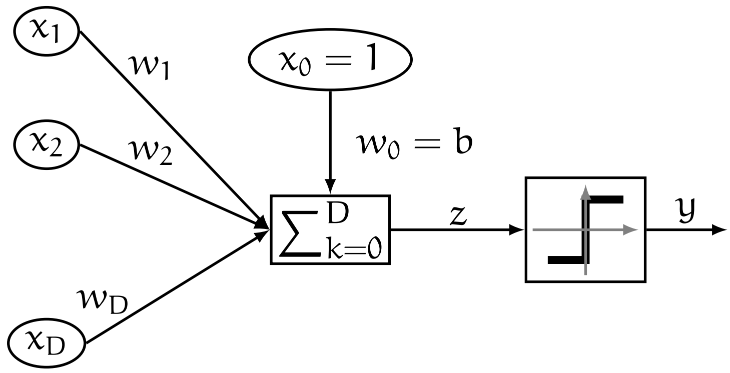
Az átalakító függvény: $g : \{T, F\} \to \{-1, 1\}$

$$g(x) = \begin{cases} -1 & \text{if } x = F \\ 1 & \text{if } x = T \end{cases}$$

  – Építsünk egy perceptron modellt az $a \vee b$ logikai műveletre.



- **Feladat.** Legyen az alábbi perceptron-modell, ahol az $\{x_n\}_1^D$ a perceptron bemenetei, $\{w_n\}_1^D$ a súlyok, y a kimeneti érték.



  – írjuk fel a szereplő mennyiségek típusait (logikai vagy valós) illetve a transzformációs függvényt a nem-valós adatok valóssá tételéhez.

  $x_k \in \{T, F\} \qquad \forall 1 \leq k \leq D$

  Az átalakító függvény: $g : \{T, F\} \to \{-1, 1\}$

  $$g(x) = \begin{cases} -1 & \text{if } x = F \\ 1 & \text{if } x = T \end{cases}$$

  – Magyarázzuk meg, hogy a logikai XOR feladatot *egy perceptron* miért nem tudja megoldani (magyarázzuk meg a fogalmakat).

  mert a négy pont nem szeparálható lineárisan.

  – Építsünk egy *többrétegű* perceptron modellt az XOR logikai műveletre.

  $a \text{ XOR } b = (a \wedge \overline{b}) \vee (\overline{a} \wedge b)$

  A *kétszintes* perceptron rejtett szintjein implementáljuk az $a \wedge \overline{b}$ *illetve a* $\overline{a} \wedge b$ *műveleteket,* a második szinten a logikai vagy műveletet.