Bit és Számtologatók részére szeretettel

Achs Ágnes
achs.agnes@gmail.com

Bizonytalanságkezelés

Keresek Mártának egy Vivaldi hangversenyt

Ma Bach koncert van, azt szívesen ajánlom

A dialógus modellezéséhez következtetésekre van szükségünk, pl:

kedvence(Márta,Vivaldi)

$\Rightarrow$ szereti(Márta, Bach)

$\Rightarrow$ kedveli(Márta,Bach)

úgy_tudom_kedveli(Márta, Vivaldi)

$\Rightarrow$ gondolom_szereti(Márta, Bach)

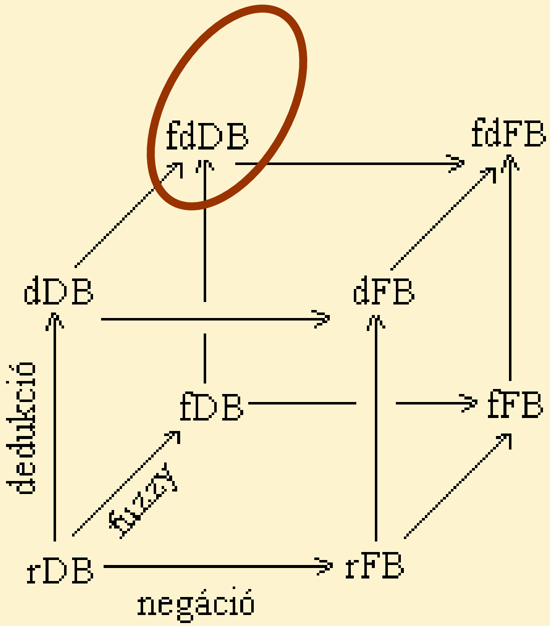
*„Biztosat csak báró Udvarhelyi tud.
Hogy minden bizonytalan.
Ehhez is mennyit kell tanulni, amíg
precízen látja az ember!”*

– Rejtő Jenő: A boszorkánymester

Témakörök

- A relációs adatbázis kiterjesztései
- Deduktív adatbázis
- Fuzzy logika
- Fuzzy tudásbázis
- Egyéb fuzzy alkalmazások

Wagner féle tudáskocka



rDB: relációs adatbázis.
dDB: deduktív adatbázis: a relációs adatbázis szabályokkal és következtetési mechanizmussal kibővítve (pl.: Prolog, Datalog).
rFB: relációs ténylalmaz (factbase): egy pozitív és egy negatív adatokat tartalmazó adatbázis.
fDB: fuzzy adatbázis: olyan relációs adatbázis, ahol minden adathoz hozzárendelünk egy [0,1] közötti igazságértéket.
dFB: deduktív tényhalmaz (factbase): relációs tényhalmaz szabályokkal és következtetési mechanizmussal kibővítve
fFB: fuzzy tényhalmaz: olyan tényhalmaz, ahol mind a pozitív mind a negatív halmaz elemeihez hozzá van rendelve egy [0,1] közötti igazságérték.
fdDB: fuzzy deduktív adatbázis: fuzzy adatbázis szabályokkal és következtetési mechanizmussal kibővítve.
fdFB: fuzzy deduktív tényhalmaz: fuzzy tényhalmaz szabályokkal és következtetési mechanizmussal kibővítve.

Deduktív és fuzzy deduktív adatbázis

Pl.:

```
szép('Juliska').
szereti('Jancsi', X) ← szép(X).

szép('Juliska'); 0.7.

szereti('Jancsi', X) ← szép(X); 0.8; I.
```

Deduktív adatbázis

következtetési szabályokat is tartalmazó adatbázis

A **Datalog** Horn-klózok, azaz

$$A \leftarrow B_1, ..., B_n$$

alakú szabályok halmaza, ahol A, B_i (i = 1,...,n) pozitív (nem negált) literálok.

Kiértékelés:

- relációs algebrai (Ullman)
- rákövetkezési transzformáció (fixpont-logika) alapján (Ceri, Gottlob, Tanca)

A fixpont-logika alapjai

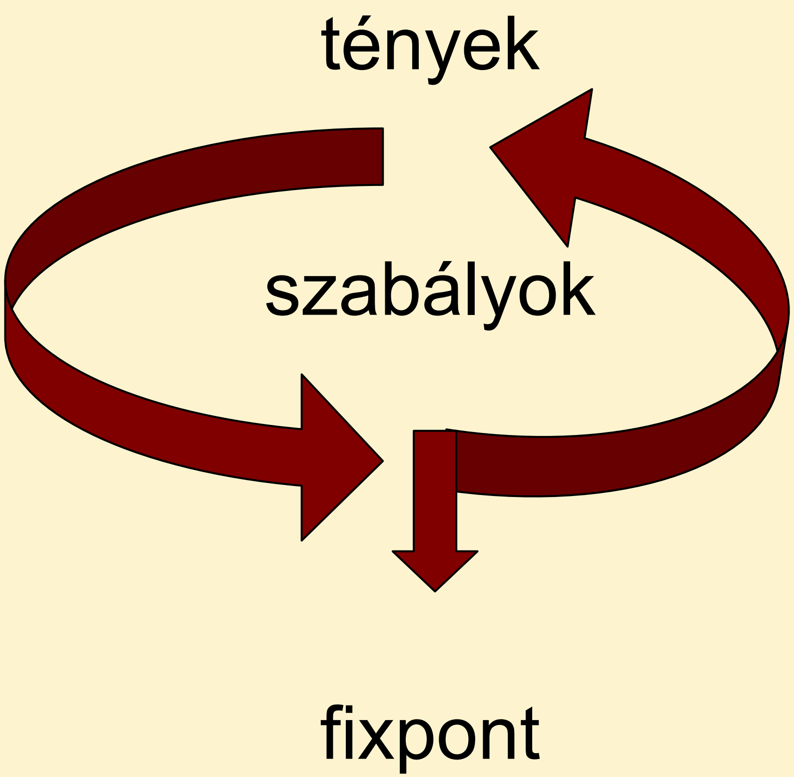
Hálóelméleti fixponttétel

Háló (kb): olyan halmaz, amelyen értelmezett egy parciális rendezés, és van legnagyobb, legkisebb eleme.

Hálóelméleti fixponttétel (kb):

Teljes hálón értelmezett monoton transzformációnak létezik legkisebb fixpontja.

A Datalog szemantikája



A program szemantikája ez a fixpont.

A Datalog szemantikája

A hálóelméleti fixponttétel következménye:

A programok kiértékelése **befejeződik**.

(A szabályoknak eleget kell tenniük bizonyos biztonsági megszorításoknak.)

Ez elég a boldogsághoz?

Logikailag is helyesnek kell lennie!

Logika

Mi a logika?

Nyelv + következtetési rendszer (kalkulus)
(„gondolkodási szabályok”)

Szintaktika (bizonyításelmélet):
formulák kialakítási szabályai

ekvivalens?

Szemantika (modellelmélet):
formulák értelmezése

Formula modellje: olyan interpretáció, amelyben a formula igaz.

Logika

Logikai kalkulus:
hogyan lehet axiomatikusan felépíteni az illető logikai elméletet. (**axiómák** + **levezetési szabályok)**

Cél:
– minden „elfogadott” formulát le tudjunk vezetni
(a kalkulus **teljes**)

– minden levezethető formula „elfogadott” legyen
(a kalkulus **helyes**).

Röviden: minden igazságot bizonyítani lehessen, de egy hülyeséget sem.

Datalog + Logika

Bizonyítható, hogy

A szemantikaként definiált legkisebb fixpont (a levezetéssorozat végeredménye) modell, vagyis a kapott fixpont logikailag is korrekt.

Logika

Igaz-e a következő állítás?

Ebben a mondatba harom hiba van.

Két igazságértékkel nem lehet mindent leírni.

Háromértékű logika

Igazságértékek:

igaz(1), hamis(0) és definiálatlan(0.5).

Kalkulus:

$$v(\neg A) = 1 - v(A)$$
$$v(A \wedge B) = \min(v(A), v(B))$$
$$v(A \vee B) = \max(v(A), v(B))$$
$$v(A \rightarrow B) = \begin{cases} 1, & \text{ha } v(B) \geq v(A) \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Egy interpretáció egy formulahalmaz modellje, ha minden formula igazságértéke 1.

Többértékű logika

Bernard Russell (1872 –1970):

„... minden hagyományos logika feltételezi a precíz szimbólumok használatát. Emiatt nem alkalmazhatóak erre a földi életre, csak egy képzeletbeli mennyei létre.”

„Vagueness” (Australian J. Phil. 1. 84-92), 1923.

Többértékű logika

Henri Poincaré (1854–1912) paradoxona :

Képzeljünk el egy kupac homokot.

A „Mi ez?” kérdésre adott válasz:

ez egy homokkupac.

Vegyünk el egyetlen homokszemet a kupacból és ismételjük meg a kérdést.

Egyetlen szem homok hiánya nem vehető észre a kupacban $\Rightarrow$ ez még mindig homokkupac.

Többértékű logika

Ismételjük meg a műveletet még néhányszor.
Az eredmény változatlan:

homokkupac – 1 homokszem = homokkupac

Minden homokkupac véges sok homokszemből áll
$\Rightarrow$ az előbbi műveletet véges sokszor megismételve
a homokkupacot teljesen eltüntethetjük $\Rightarrow$

homokkupac = 0

Többértékű logika

Az ellentmondás oka:

Nem definiáltuk pontosan a homokkupac fogalmát.

Pl.: Homokkupac olyan tetraéder formájú elrendezés, amelynek elemszáma legalább 5, és ha elveszünk belőle egy homokszemet, a fennmaradó rész még mindig homokkupac. ☹

Nem az a baj, hogy nincs precíz definíció, hanem az, hogy az ilyen hétköznapi fogalmak nem írhatóak le egzakt matematikai kifejezésekkel.

Többértékű logika

Vannak olyan homokszemegyüttesek, melyeket mindenki homokkupacnak tekint, és vannak olyanok, amelyeket soha senki. A kettő között vannak „a félig-meddig homokkupacok”.

A homokkupac jellegzetességegei fokozatosan tűnnek el, így vannak olyan helyzetek, amikor az „ez egy homokkupac” állítás nem nevezhető igaznak, de hamisnak sem, mert csak részben igaz.

A részben igaz állításokat is megengedő logika a **fuzzy logika**.

Fuzzy logika - példák

Járművezetés

A probléma matematikai értelemben kezelhetetlen.

Az autót vezető ember annyira leegyszerűsíti az optimalizálási feladatot, hogy bár csak közelítő optimumot keres, a feladat mégis kezelhetővé válik. Ennek ára: csak részben optimalizál.

A részleges igazságot megengedő fuzzy logika alkalmazása lényegesen közelebb visz az ilyen nagy bonyolultságú problémák hatékony megoldásához.

Fuzzy logika

Párizs, „fuzzy” metró (14-es vonal)

Daru applet:

http://www.manuf.bme.hu/gdf/Fuzzy/FuzzyDaruControl.html

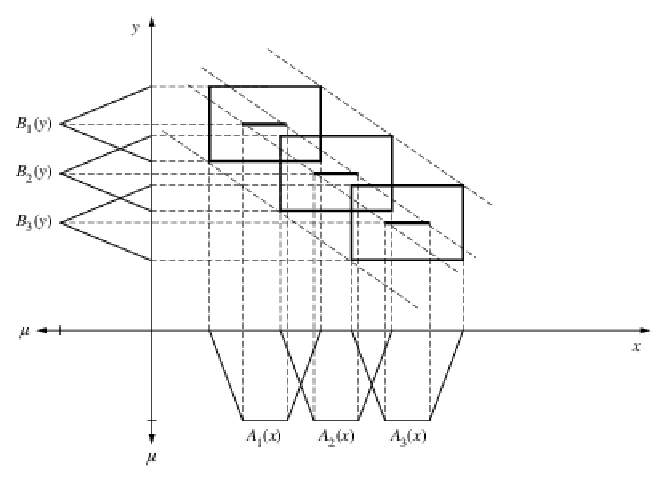
Fuzzy logika - példák

Hőmérsékletszabályozás (légkondi)

Analitikusan:
Ha a szoba hőmérséklete x fok, akkor fújjon y hőmérsékletű levegőt: $x \rightarrow y = f(x)$

Probléma: sem x, sem y nem adható meg pontosan.

Közelítésre van szükség



Fuzzy logika - példák

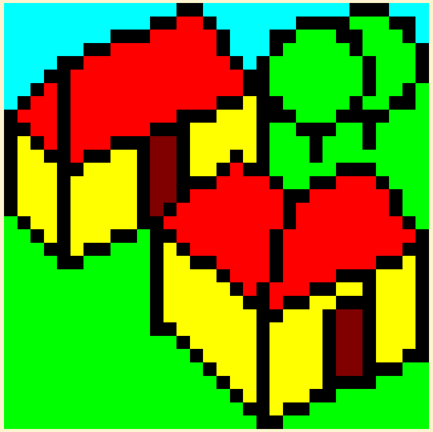
Hőmérsékletszabályozás (légkondi)

Fuzzy logika alapján:

{ Ha x = hűvös akkor y = meleg
Ha x = kellemes akkor y = semmi
Ha x = meleg akkor y = hűvös }

Fuzzy logika - példák

Képábrázolás



Fuzzy logika

Fuzzy: homályos, zavaros, bizonytalan, kócos,
pityókos, spicces, életlen, stb.

Célja: a nyelvi és hétköznapi fogalmakban levő bizonytalanság matematikai kezelése.

Fuzzy logika

Klasszikus logika:
Egy kijelentés igaz: 1;
vagy hamis: 0.

Fuzzy logika:
Egy kijelentés igazság-
értéke: $\mu(p) \in [0, 1]$

Klasszikus halmaz (A):

$$K_A(x) = \begin{cases} 1 \text{ ha } x \in A, \\ 0 \text{ ha } x \notin A \end{cases}$$

Fuzzy halmaz:

$$\mu_A(x) \in [0, 1] \qquad \forall x \in A$$

Fuzzy halmaz

Ha X az x objektumok egy csoportja, akkor az X-en értelmezett fuzzy halmaz:

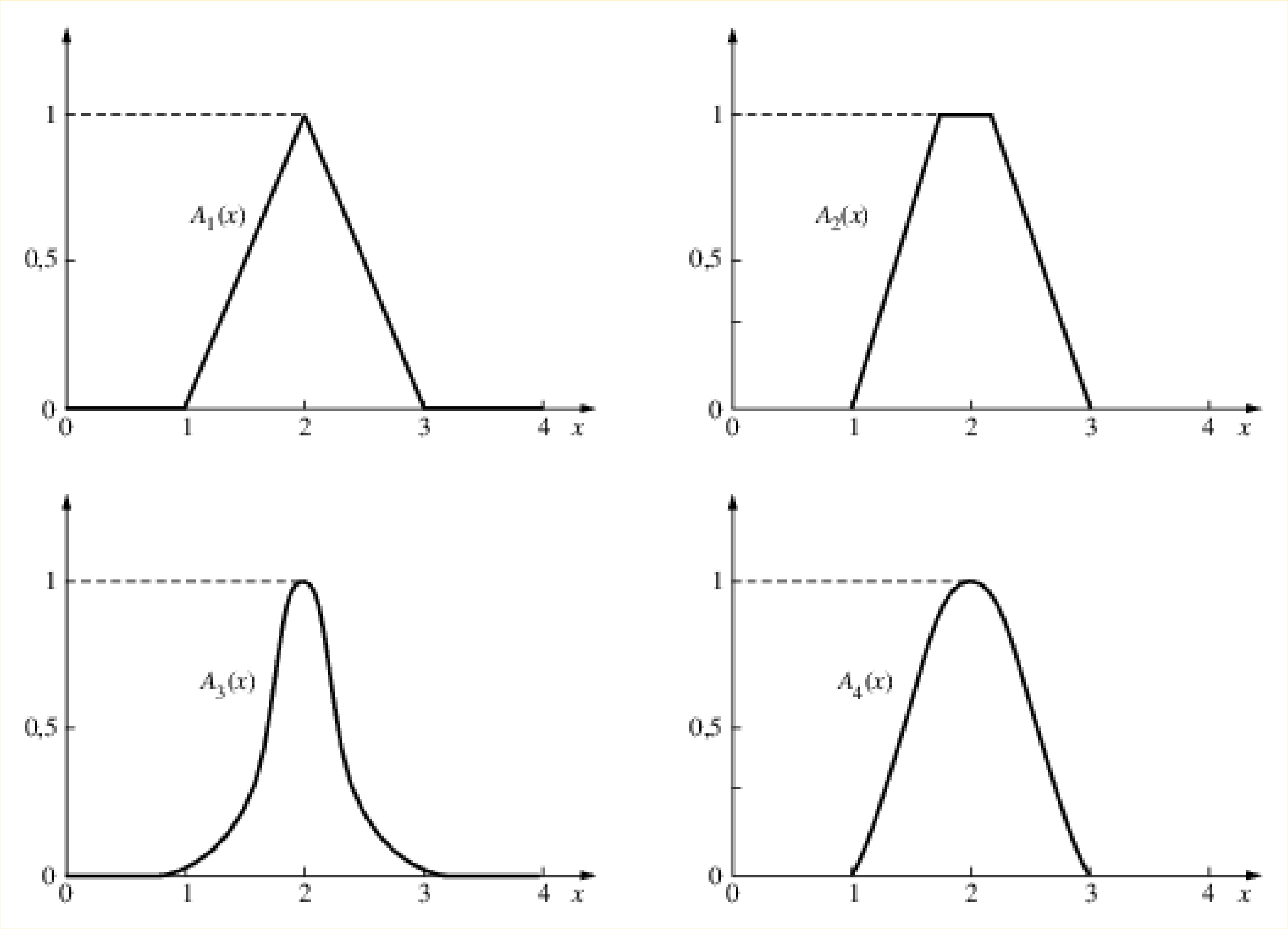
$$F(X) = \{(x, \mu(x)) \mid x \in X, \mu(x) \in [0,1]\}$$

$\mu(x)$: tagsági függvény.

Pl.: 10 körüli egész számok halmaza:

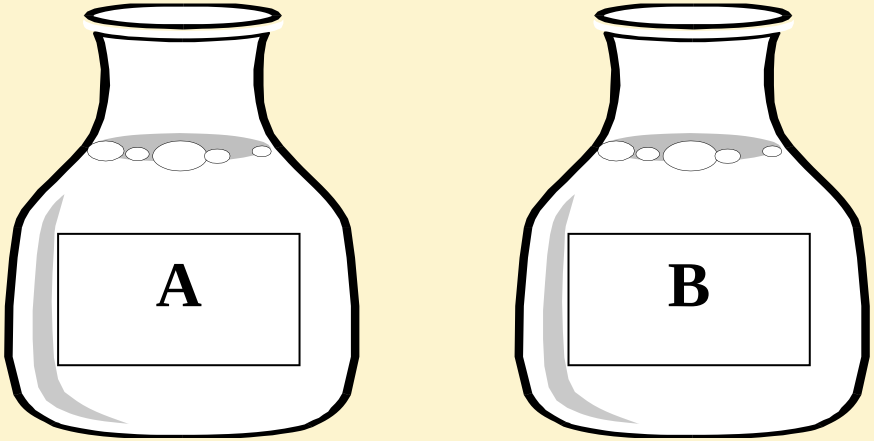
$T = \{\ldots, (7,0.5), (8,0.7), (9,0.9), (10,1), (11,0.9),\ldots\}$

Fuzzy halmaz



A „körülbelül 2” fogalmat reprezentáló különböző alakú fuzzy halmazok

Fuzzy halmaz - példa



A üveg: $\mu_{IHATÓ}(A)$ = 0,91 B üveg: P(B $\in$ IHATÓ)= 0,91

melyikből igyunk ?

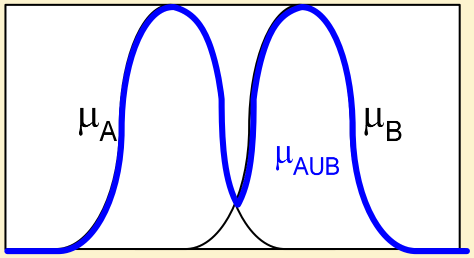
És ha

A üveg: $\mu_{IHATÓ}(A)$ = 0,5 B üveg: P(B $\in$ IHATÓ)= 0,5 ?

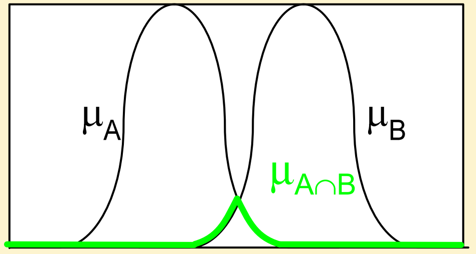
Fuzzy műveletek

Halmazelméleti műveletek (lehetséges) kiterjesztése (permanencia elv)

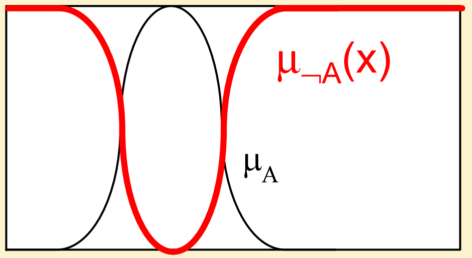
$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$$



$$\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$$



$$\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x)$$



Nyelvi változók

Nyelvi (lingvisztikai) változó (kb):

olyan változó, melynek értékei természetes (vagy mesterséges) nyelvi szavak vagy kifejezések lehetnek.

Például a „sebesség” nyelvi változó, ha értékei nem numerikusan, hanem szavakkal definiáltak, azaz 5, 20, 50 vagy 200 km/h helyett *nagyon lassú, lassú, átlagos sebességű*, illetve *nagyon gyors* értékeket vehet fel.

(Azaz a nyelvi változó értékei fuzzy halmazok.)

Fuzzy logika – célirányos szűkítés

Legyen egy φ formula igazságértéke $0 \leq v(\varphi) \leq 1$!

Ekkor

$v(\varphi \wedge \psi) = \min(v(\varphi), v(\psi))$,

$v(\varphi \vee \psi) = \max(v(\varphi), v(\psi))$,

$v(\neg \varphi) = 1 - v(\varphi)$,

$v(\varphi \rightarrow \psi) = I(\varphi, \psi)$, ahol $I(x,y)$ implikációs operátor

egyik ilyen operátor (Gödel):

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y))$$

Leggyakoribb implikációs operátorok

jel.	név	formula	típus
I_1	Gödel	1 ha $x \le y$ y egyébként	R (T = min(x, y))
I_2	Lukasiewicz	1 ha $x \le y$ 1-x+y egyébként	S (S = min(1, x+y)) R (T = max(0, x+y -1))
I_3	Goguen	1 ha $x \le y$ y/x egyébként	R (T = x·y)
I_4	Kleene-Dienes	max(1-x, y)	S (S = max(x, y)) QL (S = min(1, x+y))
I_5	Reichenbach	1 - x + xy	S (S = x+y-xy)
I_6	Zadeh	max(1-x, min(x,y))	QL (S = max(x, y))
I_7	Gaines-Rescher	1 ha $x \le y$ 0 egyébként	csak formálisan R

A fuzzy Datalog program fogalma:

A fuzzy Datalog (fDatalog) program (r; β; I) alakú hármasok véges halmaza, ahol r egy közönséges Datalog szabály, vagyis

$$A \leftarrow A_1,\ldots,A_n \quad (n \geq 0)$$

alakú formula, ahol A atom, $A_1,\ldots,A_n$ literálok, I egy implikációs operátor, $\beta \in (0,1]$ pedig egy bizonytalansági érték.

Az A $\leftarrow$; β; I alakú szabályokat, ahol A alapatom, tényeknek nevezzük.

A fDatalog program értelmezése

Definiálni kell

- az interpretáció, illetve modell fogalmát
- egy bizonytalansági szint függvényt, amely segítségével kiszámolható a szabályfej bizonytalansága

  $(f(I, \alpha, \beta) = \min(\{\gamma \mid I(\alpha, \gamma) \geq \beta\}))$
- egy rákövetkezési transzformációt és annak hatványait

A fDatalog program értelmezése

Bizonyítani kell:

– a transzformációnak van legkisebb fixpontja

– ez a fixpont a program modellje

Fuzzy tudásbázis

úgy_tudom_kedveli(Márta, Vivaldi)

→ gondolom_szereti(Márta, Bach)

– Következtetési mechanizmus: fuzzy Datalog

– Háttértudás: szomszédságok

– Összekapcsolási algoritmus

– Eredmény bizonytalansága: dekódoló függvények

– Kiértékelési stratégiák

Háttértudás

Megadjuk, hogy miket tekintünk „rokonértelmű” kifejezéseknek, illetve hogy mennyire hasonlítanak egymáshoz az adatok.

Pl.:

a „szereti” és a „kedveli” vagy
Bach és Vivaldi közelségének mértéke

Összekapcsolás + dekódolás

Összekapcsolási algoritmus:
Olyan algoritmus, amely kapcsolatot teremt a következtetési mechanizmus és a háttértudás között. (pl. a rákövetkezési transzformáció módosításával)

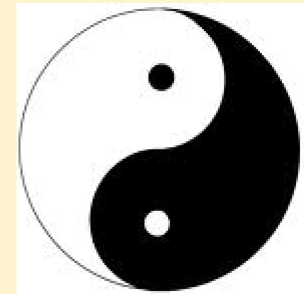
Dekódoló függvények:
Olyan – bizonyos feléteteleknek eleget tévő – függvények, amelyek a hasonlóságok és a szabály bizonytalansági értéke alapján meghatározzák a szabályfej bizonytalansági mértékét.

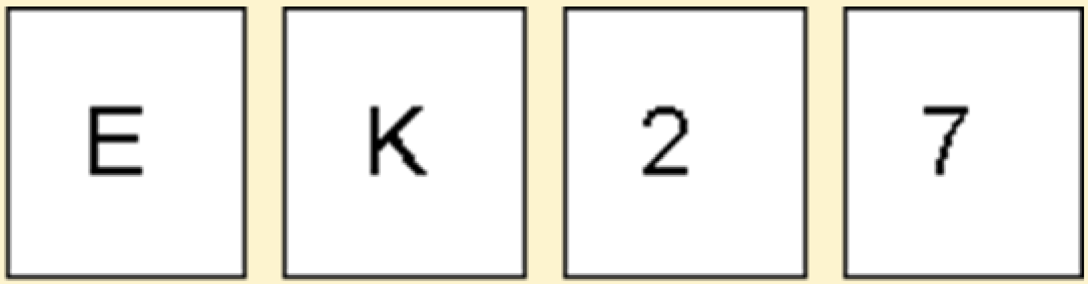
Kiértékelési stratégiák

Ezek alapján lehet meghatározni a tudásbbázis következményét – vagyis ezek alapján lehet választ kapni a kérdéseinkre.

Fuzzy-e a világ?

Avagy melyik logika szerint gondolkozunk?





Amelyik kártyának az egyik oldalán magánhangzó van, annak a túloldalán páros szám található.

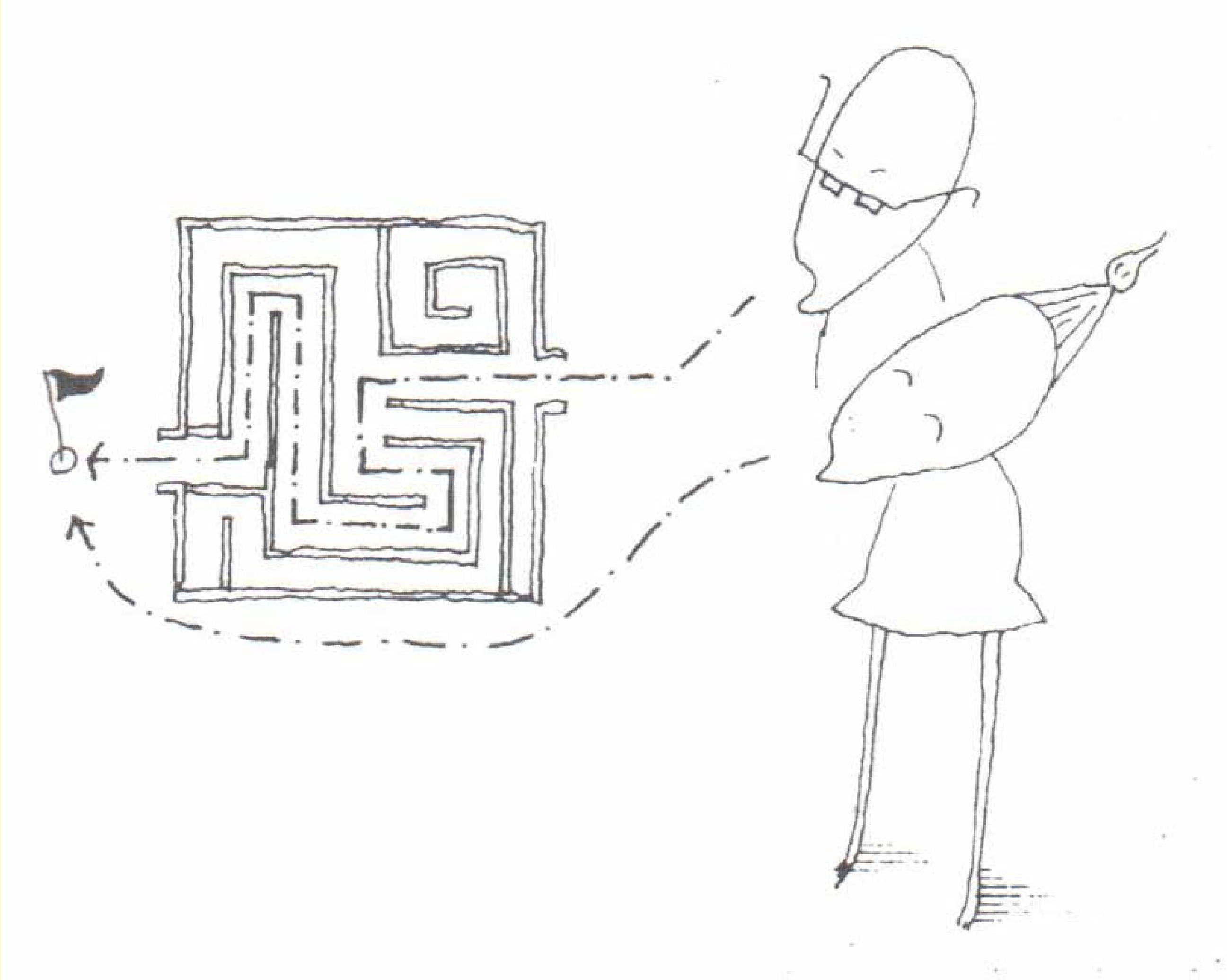
Fuzzy-e a világ?

Sör	Kóla	22	16

Állítás: “A 18 év alattiak nem isznak sört”

Női-férfi logika (1) ☺

Női-férfi logika (2) ☺



Irodalom

Kóczy László T. - Tikk Domonkos: Fuzzy rendszerek
http://www.tankonyvtar.hu/informatika/fuzzy-rendszerek-fuzzy-080904

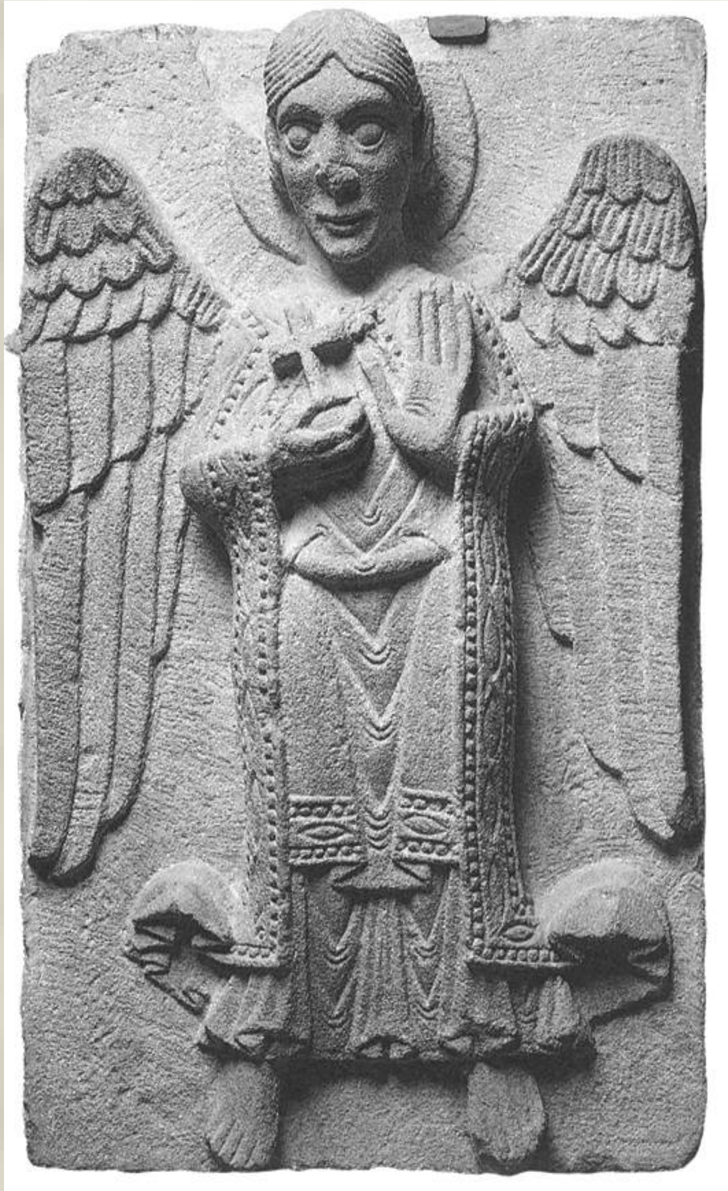
Csató Lehel: Mesterséges intelligencia előadás
http://www.cs.ubbcluj.ro/~csatol/mestint/pdf_slides/mi_07.pdf

S. Ceri, G. Gottlob, L. Tanca, Logic Programming and Databases,
Springer Verlag, Berlin, 1990.

J. W. Lloyd, Foundations of Logic Programming,
Springer Verlag, Berlin, 1990.

J. D. Ullman, Principles of Database and Knowledge-base Systems,
Computer Science Press, Rockville, 1988.

Ágnes Achs: A multivalued knowledge-base model
http://www.acta.sapientia.ro/acta-info/C2-1/info21-5.pdf



Pécs, Bazilika

Köszönöm a figyelmet!

achs.agnes@gmail.com