

EXAMEN DE LICENȚĂ
Proba scrisă - septembrie 2018
Specializarea Matematică

SUBIECTUL I. Algebră

1. Fie (G, \cdot) un grup și $f, g : G \rightarrow G$ definite prin $f(x) = x^2$ și $g(x) = x^{-1}$. Arătați că:
 - (i) f este omomorfism de grupuri dacă și numai dacă (G, \cdot) este abelian.
 - (ii) g este izomorfism de grupuri dacă și numai dacă (G, \cdot) este abelian.
2. Fie $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ în \mathbb{R} -spațiul vectorial $M_2(\mathbb{R})$.
 - (i) Arătați că (A_1, A_2, A_3, A_4) formează o bază.
 - (ii) Determinați coordonatele matricei $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ în această bază.
 - (iii) Determinați matricea $N \in M_2(\mathbb{R})$ care are coordonatele 1, 2, 3, 4 în această bază.

SUBIECTUL II. Analiză matematică

1. Formula lui Taylor. Forme ale restului în formula lui Taylor (enunț și demonstrație).
2. Determinați polinomul lui Taylor de gradul n atașat funcției $f : [-2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x+2}$ în punctul $x_0 = 0$.
3. Fie $x_0 \in [-2, \infty)$ și definim șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ prin formula $x_{n+1} = \sqrt{x_n + 2}$, $\forall n \geq 0$. Arătați că șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ este convergent și calculați limita șirului.

SUBIECTUL III. Geometrie

1. Determinați ecuația dreptei situate la aceeași distanță față de dreptele paralele $9x + 6y - 7 = 0$ și $3x + 2y + 6 = 0$.
2. Determinați ecuațiile dreptei care trece prin punctul $P(3, -4, 1)$, este paralelă cu planul $2x + y - z - 5 = 0$ și intersectează dreapta

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{-1}.$$

Notă.

- Toate subiectele sunt obligatorii. La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete.
- Nota lucrării este media aritmetică a notelor de la cele trei subiecte.
- Nota minimă ce asigură promovarea este 5,00.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

EXAMEN DE LICENȚĂ
Proba scrisă - septembrie 2018
Specializarea Matematică
Barem de corectare

SUBIECTUL I. Algebră

Oficiu	1p
1. (i) f este omomorfism de grupuri dacă și numai dacă (G, \cdot) este abelian	2p
(ii) g este izomorfism de grupuri dacă și numai dacă (G, \cdot) este abelian	2p
2. (i) (A_1, A_2, A_3, A_4) formează o bază	2p
(ii) determinarea coordonatelor matricei M	2p
(iii) determinarea matricei N	1p

SUBIECTUL II. Analiză matematică

Oficiu	1p
1. (i) scrierea formulei	1p
(ii) formele restului și demonstrație	2p
2. (i) derivatele de ordin k	1 p
(ii) derivatele de ordin k în x_0	0.5p
(iii) polinomul lui Taylor	0.5p
3. (i) limita trebuie să fie 2 dacă șirul e convergent	1 p
(ii) $ x_{n+1} - 2 \leq \frac{1}{2} x_n - 2 $	2 p
(iii) $ x_n - 2 \leq \frac{1}{2^n} x_0 - 2 $	0.5p
(iv) concluzie prin criteriul majorării	0.5p

SUBIECTUL III. Geometrie

Oficiu	1p
1. (i) forma ecuației dreptei căutate	0.5p
(ii) determinarea unui punct de pe dreapta căutată	0.5p
(iii) distanțele de la punctul găsit la dreptele date	1.5p
(iv) determinarea ecuației dreptei	1.5p
2. (i) forma ecuațiilor dreptei căutate (cu parametri nedeterminați)	0.5p
(ii) condiția de paralelism între dreapta căutată și planul dat	1p
(iii) condițiile de concurență între dreapta dată și cea căutată	1.5p
(iv) determinarea vectorului director al dreptei căutate	1.5p
(v) ecuațiile dreptei căutate	0.5p