

Záróvizsga
Írásbeli vizsga, 2018. szeptember 4.
Informatikai matematika szak

I. Algebra

a) Igazoljuk, hogy az $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & 2b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Q} \right\}$ halmaz részgyűrűje a $(\mathcal{M}_2(\mathbb{Q}), +, \cdot)$ gyűrűnek, ahol $\mathcal{M}_2(\mathbb{Q})$ jelöli a racionális elemekből álló két soros és két oszlopos mátrixok halmazát. $(M, +, \cdot)$ test? (Indoklás)

b) Bizonyítsuk be, hogy az $f : (M, +, \cdot) \rightarrow (\mathbb{R}, +, \cdot)$,

$$f\left(\begin{pmatrix} a & 2b \\ b & a \end{pmatrix}\right) = a + b\sqrt{2},$$

függvény egy homomorfizmus.

c) Határozzuk meg az $a \in \mathbb{R}$ értékeket úgy, hogy a

$$v_1 = (-1, 1, a), \quad v_2 = (1, a, 1), \quad v_3 = (0, 2, 2)$$

vektorok legyenek lineárisan függőek. Ha $a = 1$, illetve ha $a = 2$, számítsuk ki a v_1, v_2 és v_3 vektorok által származtatott résztér dimenzióját.

II. Matematikai analízis

Számítsuk ki az alábbi Riemann-integrálokat:

$$\text{a) } \int_0^{\pi/2} \frac{x \sin x}{(1 + \cos x)^2} dx; \quad \text{b) } \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx.$$

III. Mértan

Adott egy $d : x + 3y - 5 = 0$ egyenes és egy $P(-1, 0)$ pont.

a) Számítsuk ki a P pont távolságát a d egyenestől!

b) Írjuk fel azoknak az egyenesnek az egyenletét, amelyek párhuzamosak a d egyenessel és $\frac{6}{\sqrt{10}}$ távolságra vannak a P ponttól!

c) Írjuk fel annak a négyzet oldalainak az egyenleteit, melynek szimmetriaközéppontja a P pont és egyik oldala a d egyenesen van.

IV. Informatika

Egy háziorvos a pácienseinek az ideálshoz viszonyított súlyát szeretné kiszámítani. Az orvosnak minden egyes páciens esetén az alábbi információk állnak rendelkezésére: *páciens neve, életkor, magasság (cm) és súly (kg)*. Az *ideális súly* kiszámítása érdekében az alábbi képletet alkalmazza:

$$\text{ideálisSúly} = \text{magasság} - 100 - (\text{magasság} - 150)/3.25 - (\text{életkor} - 20)/5. \quad (1)$$

Írjunk programot a Python, C++, Java, C# programozási nyelvek egyikében, amely:

- a) (2p) egy *Paciens* nevű osztályt vezet be a következő privát attribútumokkal: *paciensNeve* karakterlánc típusú, *eletkor* és *magassag* egész típusú és *suly* valós típusú. Továbbá, az alábbi publikus metódusokat adjuk meg: 1) *paraméterekkel rendelkező konstruktor* a *Paciens* osztály attribútumainak inicializálására, 2) *getter* típusú hozzáférési metódusok, 3) a *toString* metódus, amely egy karakterláncban visszatéríti a páciensre vonatkozó információkat.
- b) (1.5p) Adjunk meg egy *PaciensekListaja* osztályt az alábbi privát attribútumokkal: 1) *paciensekSzama* egész típusú, 2) *paciensek*, melynek típusa *Paciens* elemekből álló táblázat, és a következő publikus metódusokkal: 1) egy paraméter nélküli *konstruktor*, 2) a *hozzaad* metódus amely egy paraméterként megadott páciens ad hozzá a *paciensek* táblázathoz, 3) a *getPaciens* metódus, amely egy adott, paraméterként specifikált, pozíción lévő páciens térít vissza, 4) a *getPaciensekSzama* metódus, amely a táblázatbeli páciensek számát adja vissza.
- c) (0.5p) Vezessünk be egy *idealisSuly* függvényt, amely egy adott páciens esetén a fenti (1) képletet alkalmazza.
- d) (1.5p) Vezessünk be egy függvényt, amely egy *PaciensekListaja* típusú objektumot hoz létre és térít vissza úgy, mint az 1. táblázatban.

Sorsz.	Páciens neve	Életkor (év)	Magasság (cm)	Súly (kg)
1	Coman Cristian	48	156	67.10
2	David Sorin	36	174	59.45
3	Ghita Daiana	30	181	59.25
4	Popa Mihai	36	172	69.70
5	Rosu Darius	26	174	60.95
6	Ungurean Iulia	36	175	77.58

1. táblázat. Páciensek listája

- e) (2.5p) Vezessünk be egy *PaciensekListaja* paraméterrel rendelkező függvényt, amely a páciensekből álló listát írja ki a valódi súlyok ideálshoz viszonyított különbségének sorrendjében. Előbb azokat írjuk ki akiknek a súlya nagyobb az ideálisnál a (pozitív) különbség csökkenő sorrendjében, majd azokat akiknek a súlya kisebb az ideálisnál a különbség modulusának csökkenő sorrendjében. A fenti példa esetén az eredményt a 2. táblázat tartalmazza.

Sorsz.	Páciens neve	Életkor (év)	Magasság (cm)	Súly (kg)	Súlykülönbség	Ideális súly
1	Coman Cristian	48	156	67.10	+18.55	48.55
6	Ungurean Iulia	36	175	77.58	+13.47	64.11
4	Popa Mihai	36	172	69.70	+7.67	62.03
3	Ghita Daiana	30	181	59.25	-10.21	69.46
5	Rosu Darius	26	174	60.95	-4.47	65.42
2	David Sorin	36	174	59.45	-3.97	63.42

2. táblázat. A valódi súlyok ideálshoz viszonyított különbsége

- f) (1p) A program fő függvényében hozzunk létre egy páciensekből álló listát a d) pontban megadott függvény meghívása által, majd írjuk ki páciensek listájában található pácienseket az e) pontban megadott függvény meghívása által.

Megjegyzések.

- Munkaidő: 3 óra. Minden tétel kötelező. Minden tételre teljes megoldást kell adni.
- Minden tételre egész jegyet ad 1 és 10 között mindkét javító. Egy dolgozat esetén a legkisebb átmenő jegy 5.

- Az írásbelire adott végleges jegy: $\frac{2}{3}(JegyI + JegyII + JegyIII) + \frac{1}{3}JegyIV$.