

ZÁRÓVIZSGA

Írásbeli vizsga – 2016. szeptember 5.
Matematika-Informatika szak

1. Tekintjük az $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + 2x_3, x_1 - x_2 + x_3)$ függvényt.
 - (a) Igazoljuk, hogy f \mathbb{R} -lineáris és határozzuk meg a kanonikus bázispárra vonatkozó $[f]_{e, e'}$ mátrixát.
 - (b) Igazoljuk, hogy $v = ((1, 1, 1), (1, -1, 0), (1, 0, 0))$ bázis az \mathbb{R}^3 valós vektortérben és $v' = ((1, 1), (1, 0))$ bázis az \mathbb{R}^2 valós vektortérben.
 - (c) Határozzuk meg a $T_e^v, T_{e'}^{v'}$ áttérési mátrixokat és f mátrixát a (v, v') bázispárra nézve.
2.
 - (a) Értelmezzük az alábbi fogalmakat: csoportmorfizmus, csoportmorfizmus magja.
 - (b) Igazoljuk, hogy egy csoportmorfizmus akkor és csakis akkor injektív, hogyha a magja triviális.
 - (c) Adjunk egy konkrét példát egy olyan csoportmorfizmusra, melynek a magja triviális.
3. Tekintsük az alábbi $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényeket:

$$f(x) = \arctg x, \quad g(x) = f(x+1) - f(x) - f\left(\frac{1}{1+x+x^2}\right).$$

- (a) Számoljuk ki: $\int_0^1 f(x) dx$.
 - (b) Igazoljuk, hogy $g(x) = 0$ bármely $x \in \mathbb{R}$ -re.
 - (c) Határozzuk meg: $\sum_{n=1}^{\infty} \arctg \frac{1}{1+n+n^2}$.
4. Az $A(5, -1)$ pont egy olyan négyzetnek az egyik csúcsa, melynek egyik oldala az alábbi egyenlettel megadott egyenesen fekszik:

$$4x - 3y - 7 = 0.$$

Írjuk fel azon egyenesek egyenleteit, melyeken a négyzet többi oldala fekszik. Hány megoldása van a feladatnak? (Grafikus ábrázolás is szükséges.)

5. Írjunk programot a Python, C++, Java, C# programozási nyelvek egyikében, amely:
 - (a) egy *Eloadoterem* nevű osztályt vezet be az *elnevezes* karakterlánc típusú privát attribútummal és a *kapacitas* egész típusú privát attribútummal. Továbbá adjunk meg egy konstruktort az *elnevezes* és a *kapacitas* attribútumok inicializálására, valamint egy nyilvános *getElnevezes()* metódust az előadóterem elnevezésének visszatérítésére, és egy nyilvános *getKapacitás()* metódust a terem kapacitásának a visszatérítésére.

- (b) Adjunk meg egy *TermekListaja* osztályt az *elemekSzama* egész típusú privát attribútummal és az *elem* privát attribútummal, melynek típusa *Eloadoterem* elemekből álló táblázat. Továbbá írjunk egy konstruktort az *elemekSzama* és az *elem* attribútumok inicializálására, valamint egy nyilvános *hozzaad* nevű metódust, amely egy *Eloadoterem* objektumot kap paraméterként és hozzáadja azt az *elem* táblázathoz. Ezenkívül írjunk egy *visszaadElem(int pos)* nyilvános metódust, amely a *pos* pozíción levő elemet téríti vissza, egy *getElemekSzama()* metódust, amely a lista elemeinek a számát adja vissza és egy *rendez()* metódust, amely a lista objektumait kapacitás szerinti növekvő sorrendbe rendezi.
- (c) Vezessünk be egy függvényt, amely egy *előadótermekből* álló listát hoz létre, a következő objektumokkal: az *Eloadoterem* egy példányával "Nicolae Iorga" *elnevezéssel* és 200-as *kapacitással*, az *Eloadoterem* egy példányával "D.V. Ionescu" *elnevezéssel* és 80-as *kapacitással*, valamint az *Eloadoterem* egy példányával "Popoviciu" *elnevezéssel* és 100-as *kapacitással*.
- (d) A program fő függvényében hozzunk létre egy *előadótermekből* álló listát a c) pontban megadott függvény meghívása által, rendezzük a listát a b) pontban megadott *TermekListaja* osztály *rendez()* metódusának meghívásával, majd írjuk ki a rendezett listát.

Megjegyzések:

Ne használjunk rendezett tárolókat.

Ne használjunk előre megadott rendezési műveleteket.

EXAMEN DE LICENȚĂ
 Proba scrisă – 5 septembrie 2016
 Specializarea Matematică Informatică
 Barem de corectare

Algebră

- Oficiu 1pt
1. (a) 2pt
 (b) 1pt
 (c) 2pt
2. (a) 1pt
 (b) 2pt
 (c) 1pt

Analiză

- Oficiu 1pt
3. (a) $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 (x)' \arctg x dx = x \arctg x \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx$ 2pt
 $\int_0^1 f(x)dx = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln(x^2+1) \Big|_0^1 = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2$ 1pt
- (b) $g'(x) = \frac{1}{1+(x+1)^2} - \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+\frac{1}{(1+x+x^2)^2}} \left(-\frac{1+2x}{(1+x+x^2)^2} \right)$ 1pt
 $g'(x) = \frac{-2x-1}{(1+(x+1)^2)(1+x^2)} + \frac{2x+1}{1+(1+x+x^2)^2}$ 0.5pt
 $g'(x) = (2x+1) \left(\frac{1}{x^4+2x^3+3x^2+2x+2} - \frac{1}{x^4+2x^3+3x^2+2x+2} \right) = 0$ 1pt
 $\Rightarrow g$ este constantă și cum $g(0) = 0$, rezultă $g(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$ 0.5pt
- (c) $s_n = \sum_{k=1}^n \arctg \frac{1}{1+k+k^2} = \sum_{k=1}^n (\arctg(k+1) - \arctg k)$ 1pt
 $s_n = \arctg(n+1) - \arctg 1 = \arctg(n+1) - \frac{\pi}{4}$ 1pt
 $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$ 1pt

Geometrie

- Oficiu 1pt
4. reprezentarea grafică 2pt
- ecuația dreptei care trece prin A și este paralelă cu dreapta dată $d: 4x - 3y - 7 = 0$ 1pt
- distanța de la A la dreapta d 2pt
- determinarea vârfurilor pătratelor 2pt
- determinarea laturilor pătratelor 2pt

Informatică

- Oficiu 1pt
5. (a) Definirea clasei *SalaDeCurs* (2pt) din care:
- atribute $2 \cdot 0.25 = 0.5$ pt
 - constructor 0.5pt
 - metoda *getDenumire()* 0.5pt
 - metoda *getCapacitate()* 0.5pt
- (b) Definirea clasei *ListaDeSali* (3.5pt) din care:
- atribute $2 \cdot 0.25 = 0.5$ pt
 - constructor 0.5pt
 - metoda *sorteaza()* 1pt
 - metoda *adauga()* 0.5pt
 - metoda *elementAt()* 0.5pt
 - metoda *getNrElemente()* 0.5pt
- (c) Funcția de creare a tabloului (2pt) din care:
- Signatură corectă, declarare tablou si returnare rezultat 0.5pt
 - Creare obiecte de tipul *SalaDeCurs* $3 \cdot 0.25 = 0.75$ pt
 - Adăugare obiecte in tablou $3 \cdot 0.25 = 0.75$ pt
- (d) Program principal (1.5pt) din care:
- apel funcție construire tablou 0.5pt
 - apel funcție sortare 0.5pt
 - afișare elemente 0.5pt