

EXAMEN DE LICENȚĂ  
Proba scrisă – 29 iunie 2015  
Specializarea Matematică Informatică

- I. a) Fie  $\mathbb{Z}[i] = \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ . Să se arate că  $\mathbb{Z}[i]$  este un subinel al inelului  $(\mathbb{C}, +, \cdot)$  și să se determine elementele sale inversabile.
- b) Se consideră spațiul vectorial real  $V = \{f \in \mathbb{R}[X] \mid \text{grad}(f) \leq 2\}$  în raport cu adunarea și înmulțirea cu scalar a polinoamelor. Să se arate că vectorii  $1, X - 1, (X - 1)^2$  formează o bază a lui  $V$  și să se determine coordonatele polinomului  $g = a_0 + a_1X + a_2X^2 \in V$  în această bază.

- II. a) Studiați natura seriei de numere reale

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}.$$

Dacă seria este convergentă determinați suma ei.

- b) Calculați

$$\int_1^{10} \frac{1}{(3x-2)(3x+1)} dx$$

- c) Fie funcția  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definită prin

$$f(x) = \frac{1}{3x+1}.$$

Scrieți formula polinomului lui Taylor de ordin 3 atașat funcției  $f$  în punctul  $x_0 = 0$ . Folosiți notația  $T_{3;0}f$ .

- III. Se consideră punctele  $A(-1, 3), B(1, -1), C(-7, 0), D(-4, -1)$ .

- a) Să se afle coordonatele punctelor  $E$  și  $F$ , unde  $\{E\} = AB \cap DC$  și  $\{F\} = AC \cap DB$ .
- b) Notăm cu  $M, N$  respectiv  $P$  mijloacele segmentelor  $[AD], [BC]$  respectiv  $[EF]$ . Să se demonstreze că punctele  $M, N$  și  $P$  sunt coliniare.

IV. Scrieți un program într-unul din limbajele de programare C++, Java, C# care:

- a) Definiște o clasă **Produs** având:
  - un atribut privat **nume** de tip șir de caractere (maxim 20);
  - un atribut privat **pret**, valoarea în lei (număr întreg),
  - constructor, și un accesoriu pentru **pret**.
  - o funcție pentru afișarea datelor unui obiect de tip **Produs**.
- b) Definiște o funcție care citește **nume** și **pret** și returnează un obiect de tip **Produs**.
- c) Definiște o funcție care inserează un obiect de tip **Produs** într-un tablou de tip **Produs** ordonat crescător. Parametrii funcției vor fi: tabloul, dimensiunea tabloului și obiectul de inserat.
- d) Definiște o funcție care afișează un tabel cu numele și prețurile produselor în ordine crescătoare după preț.
- e) Scrieți o aplicație care:
  - citește mai multe obiecte de tip produs și crează un tablou sortat în ordine crescătoare după preț (fără a sorta tabloul ulterior citirii)
  - afișează o tabelă cu numele și prețurile produselor în ordine crescătoare după preț.

*Timp de lucru efectiv: 3 ore. Fiecare subiect se notează cu o notă de la 1 la 10. Nota finală la proba scrisă este  $\frac{2}{3}(NotaI + NotaII + NotaIII) + \frac{1}{3}NotaIV$*