

Concurs Mate-Info UBB, 25 aprilie 2015
Proba scrisă la MATEMATICĂ

SUBIECTUL I (30 puncte)

- Se consideră ecuația $x^4 - (2m - 1)x^2 + 4m - 5 = 0$, unde m este un parametru real.
 - Pentru $m = 1/2$ rezolvați ecuația în mulțimea numerelor complexe.
 - Determinați valorile lui m astfel încât ecuația să aibă toate rădăcinile reale.
- Fie $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ o matrice de numere reale. Să se demonstreze că dacă X nu este inversabilă, atunci $X^n = (a + d)^{n-1}X$ pentru orice număr natural $n \geq 2$.

SUBIECTUL II (30 puncte)

- În reperul cartezian xOy se dau punctele $A(2, 3 - m)$, $B(m + 2, -1)$ și $C(m, 2 - m)$, unde m este un parametru real.
 - Demonstrați că pentru orice $m \in \mathbb{R}$ punctele A , B , C nu sunt coliniare.
 - Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care aria triunghiului ABC este minimă.
- Rezolvați inecuația $\sin^4 x + \cos^4 x \geq \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL III (30 puncte)

- Se dă funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = x \operatorname{arctg} x$.
 - Să se arate că funcția f este pară iar derivata sa f' este o funcție impară.
 - Să se determine primitivele lui f și să se arate că una dintre ele este funcție impară.
- Fie $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție continuă având proprietatea că $\int_{-x}^x g(t)dt = 0$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$. Demonstrați că g este impară.

NOTĂ:

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

Concurs Mate-Info UBB, 25 aprilie 2015
BAREM pentru proba scrisă la MATEMATICĂ

OFICIU	10 puncte
SUBIECTUL I	30 puncte
1.	
a) Pentru $m = 1/2$ ecuația devine $x^4 = 3$	2 puncte
Aflarea rădăcinilor	8 puncte
b) Condițiile necesare și suficiente pentru ca ecuația să aibă toate rădăcinile reale	4 puncte
Aflarea valorilor lui m	6 puncte
2.	
Condiția ca matricea să nu fie inversabilă	3 puncte
Demonstrarea proprietății cerute	7 puncte
SUBIECTUL II	30 puncte
1.	
a) Necoliniaritatea punctelor	10 puncte
b) Calculul ariei în funcție de m	3 puncte
Valoarea lui m pentru care aria este minimă	7 puncte
2.	
Reducerea inecuației la o formă mai simplă	8 puncte
Determinarea mulțimii soluțiilor	2 puncte
SUBIECTUL III	30 puncte
1.	
a) Paritatea funcției f și imparitatea funcției f'	10 puncte
b) Determinarea primitivelor lui f	10 puncte
Determinarea primitivei impare	5 puncte
2.	
Derivarea membru cu membru în egalitatea dată	4 puncte
Deducerea imparității funcției g	1 puncte

NOTĂ: Orice altă variantă de rezolvare corectă se punctează corespunzător.