UNIVERSITATEA BABEŞ-BOLYAI CLUJ-NAPOCA
FACULTATEA DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

CONCURS DE ADMITERE, 12 septembrie 2018
Proba scrisă la MATEMATICĂ

NOTĂ IMPORTANTĂ:
1) Problemele tip grilă (Partea A) pot avea unul sau mai multe răspunsuri corecte. Acestea trebuie indicate de candidat pe foaia de concurs. Obţinerea punctajului aferent problemei este condiţionată de identificarea tuturor variantelor de răspuns corecte şi numai a acelora.
2) Pentru problemele din Partea B se cer rezolvări complete pe foaia de concurs. Acestea sunt evaluate în detaliu conform baremului.

PARTEA A

1. (5 puncte) Intersecţia cu axa Ox a graficului funcţiei

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases} 2^{x^2}-4, & \text{dacă } x<2\\ x-2, & \text{dacă } x\geq 2\end{cases}$$

$\boxed{A}$ este mulţimea vidă; $\boxed{B}$ este o mulţime cu un element; $\boxed{C}$ este o mulţime cu două elemente; $\boxed{D}$ este o mulţime cu trei elemente; $\boxed{E}$ este o mulţime cu patru elemente.

2. (5 puncte) Considerăm tripletul $(\mathbb{R},+,\cdot)$, unde $\mathbb{R}$ este mulţimea numerelor reale şi $+,\ \cdot$ sunt operaţiile uzuale de adunare şi înmulţire. Stabiliţi care dintre afirmaţiile de mai jos sunt adevărate:

$\boxed{A}$ $(\mathbb{R},+,\cdot)$ este un grup; $\boxed{B}$ $(\mathbb{R},+,\cdot)$ este un inel; $\boxed{C}$ $(\mathbb{R},+,\cdot)$ este un corp; $\boxed{D}$ $(\mathbb{R},+,\cdot)$ este un inel care nu este corp; $\boxed{E}$ $(\mathbb{R},+,\cdot)$ nu este inel.

3. (5 puncte) Valoarea limitei $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+\sin^2 x)}{x\cdot \operatorname{tg}(2x)}$ este

$\boxed{A}$ $-\infty$; $\boxed{B}$ $\dfrac{1}{2}$; $\boxed{C}$ 2; $\boxed{D}$ $+\infty$; $\boxed{E}$ 0.

4. (5 puncte) Într-un reper cartezian xOy, se consideră un triunghi echilateral OAB de latură ℓ astfel încât vârful A să aparţină dreptei de ecuaţie $x-\sqrt{3}y=0$. Coordonatele vârfului B pot fi:

$\boxed{A}$ $(0,\ell)$; $\boxed{B}$ $\left(\dfrac{\ell\sqrt{3}}{2},-\dfrac{\ell}{2}\right)$; $\boxed{C}$ $(0,-\ell)$; $\boxed{D}$ $\left(-\dfrac{\ell\sqrt{3}}{2},\dfrac{\ell}{2}\right)$; $\boxed{E}$ $\left(-\dfrac{\ell\sqrt{3}}{2},-\dfrac{\ell}{2}\right)$.

5. (5 puncte) Dacă $\cos\beta$ este media geometrică a numerelor $\sin\alpha$ şi $\cos\alpha$, unde $0<\alpha,\beta<\dfrac{\pi}{2}$, atunci $\cos 2\beta$ este egal cu:

$\boxed{A}$ $-2\sin^2\left(\dfrac{\pi}{4}-\alpha\right)$; $\boxed{B}$ $-2\cos^2\left(\dfrac{\pi}{4}+\alpha\right)$; $\boxed{C}$ $2\sin^2\left(\dfrac{\pi}{4}+\alpha\right)$; $\boxed{D}$ $2\cos^2\left(\dfrac{\pi}{4}-\alpha\right)$; $\boxed{E}$ $2\sin^2\left(\dfrac{\pi}{4}-\alpha\right)$.

6. (5 puncte) Considerăm funcţia $f:\mathbb{R}^*\to\mathbb{R}$, definită prin

$$f(x)=x^2+\frac{2}{x},\quad \forall x\in\mathbb{R}^*.$$

Care dintre următoarele afirmaţii sunt adevărate?

$\boxed{A}$ f nu are asimptotă oblică; $\boxed{B}$ f are un singur punct de minim local; $\boxed{C}$ ecuaţia $f(x)=3$ admite soluţia $x=1$; $\boxed{D}$ f este monotonă pe $\mathbb{R}^*$; $\boxed{E}$ f este convexă pe $\mathbb{R}^*$.

PARTEA B

1. a) (8 puncte) Să se găsească toate perechile de numere reale cu proprietatea că atât suma cât şi produsul numerelor este -2.

b) (12 puncte) Să se determine rangul matricei $A = \begin{pmatrix} a & a & a & 1 \\ a & a^2 & 4 & 1 \\ a & -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$. Discuţie după parametrul real a.

2. a) (8 puncte) Fie P şi Q mijloacele diagonalelor $[AC]$, respectiv $[BD]$ ale unui patrulater convex $ABCD$.

1. Demonstraţi că $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC}\right)$.
2. Demonstraţi că dacă $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = 3\overrightarrow{PQ}$, atunci patrulaterul $ABCD$ este un paralelogram.

b) (7 puncte) Demonstraţi egalitatea:

$$\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = 4.$$

3. Fie a, b numere reale. Considerăm funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definită prin

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b, & x \le 0 \\ x - 1, & x > 0 \end{cases}.$$

a) (10 puncte) Determinaţi numerele a, b pentru care f este derivabilă şi f' este continuă.
b) (8 puncte) Determinaţi primitivele funcţiei f în cazul în care acestea există.
c) (7 puncte) Calculaţi integrala $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$ în cazul $a = 1$ şi $b = -1$.

NOTĂ:
Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

Răspunsuri şi soluţii

PARTEA A

1. $\boxed{\text{D}}$; **2.** $\boxed{\text{B}}$, $\boxed{\text{C}}$; **3.** $\boxed{\text{B}}$; **4.** $\boxed{\text{A}}$, $\boxed{\text{B}}$, $\boxed{\text{C}}$, $\boxed{\text{D}}$; **5.**$\boxed{\text{A}}$, $\boxed{\text{B}}$; **6.** $\boxed{\text{A}}$, $\boxed{\text{B}}$, $\boxed{\text{C}}$.

PARTEA B

1. a) Două numere $a, b \in \mathbb{R}$ verifică proprietatea din enunţ dacă şi numai dacă

$$\begin{cases} a + b = -2 \\ ab = -2 \end{cases}$$

ceea ce e echivalent cu faptul că a şi b sunt cele 2 rădăcini ale trinomului $X^2 + 2X - 2$.

Folosind formula de rezolvare a ecuaţiei de gradul 2 găsim aceste rădăcini:

$$x_1 = -1 + \sqrt{3},\ x_2 = -1 - \sqrt{3}$$

Prin urmare, $(a, b) \in \{(x_1, x_2), (x_2, x_1)\}$, iar perechile căutate sunt

$$(-1 + \sqrt{3}, -1 - \sqrt{3}) \text{ şi } (-1 - \sqrt{3}, -1 + \sqrt{3}).$$

Observaţie: În cazul în care raţionamentul nu este organizat ca un şir de echivalenţe, completarea soluţiei se face prin verificarea rezultatelor obţinute.

1. b) Întrucât $\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 6 \neq 0$, avem $\operatorname{rang} A \geq 2$.

Bordarea acestui minor cu elemente din coloana 1 conduce la minorul de ordinul 3

$$\begin{vmatrix} a & a & 1 \\ a & 4 & 1 \\ a & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

care este nul deoarece are două coloane proporţionale.

Aşadar, pentru a afla rangul matricei A avem de calculat determinantul

$$d = \begin{vmatrix} a & a & 1 \\ a^2 & 4 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

Scădem ultima linie din prima şi obţinem ca factor pe $a+2$, iar pentru a calcula determinantul rămas, adunăm dublul primei linii la ultima şi dezvoltăm determinantul obţinut după ultima linie. Obţinem succesiv:

$$d = \begin{vmatrix} a+2 & a+2 & 0 \\ a^2 & 4 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix} = (a+2)\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a^2 & 4 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix} = (a+2)\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a^2 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= (a+2)(4 - a^2) = (2+a)^2(2-a).$$

Cum $d = 0$ dacă şi numai dacă $a \in \{-2, 2\}$, avem:

i) pentru $a \in \{-2, 2\}$, $\operatorname{rang} A = 2$,

ii) pentru $a \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$, $\operatorname{rang} A = 3$.

2. a) 1. Fie O un punct oarecare al planului. Putem scrie

$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP}.$$

Dar OP este mediana triunghiului OAC, care pleacă din O, aşa cum OQ este mediana triunghiului OBD care pleacă din O, de aceea avem

$$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}\right)$$

şi
$$\overrightarrow{OQ} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}\right).$$
Aşadar,
$$\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}\right) - \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} - \left(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}\right)\right).$$
Pe de altă parte,
$$\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AD} \quad \text{şi} \quad \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BC},$$
deci
$$\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC}\right).$$
2. Din punctul precedent rezultă că
$$\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC} \equiv \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{PQ}.$$
Dacă, pe de altă parte, conform ipotezei, avem
$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = 3\overrightarrow{PQ},$$
deducem că $2\overrightarrow{PQ} = 3\overrightarrow{PQ}$, adică $\overrightarrow{PQ} = 0$ sau $P = Q$. Prin urmare, diagonalele patrulaterului convex $ABCD$ se înjumătăţesc, adică patrulaterul este un paralelogram.

2. b) Înmulţim ambii membrii cu numărul (evident, diferit de zero) $\sin 10° \cdot \cos 10°$. Egalitatea dată este, prin urmare, echivalentă cu egalitatea
$$\cos 10° - \sqrt{3}\sin 10° = 4\sin 10° \cdot \cos 10°. \qquad (*)$$
Mai departe, egalitatea (*) se poate scrie
$$2\left(\frac{1}{2}\cos 10° - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 10°\right) = 4\sin 10° \cdot \cos 10°$$
sau
$$\sin 30° \cos 10° - \cos 30° \sin 10° = 2\sin 10° \cdot \cos 10°$$
sau, în final,
$$\sin 20° = \sin 20°.$$

3. a) Pentru ca f să fie derivabilă pe $\mathbb{R}$, trebuie să fie continuă. În punctele $x_0 \neq 0$ f este continuă, fiind o funcţie polinomială într-o vecinătate suficient de mică a lui x_0. Pentru $x_0 = 0$ avem $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x) = b$, $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = -1$, deci f este continuă dacă şi numai dacă $b = -1$. Pe intervalul $(-\infty, 0)$ funcţia este $f(x) = x^2 + ax + b$, deci pe acest interval $f'(x) = 2x + a$, fiind o funcţie de gradul doi pe acest interval. Pe intervalul $(0, +\infty)$ funcţia este $f(x) = x - 1$, deci pe acest interval $f'(x) = 1$. Cum $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f'(x) = a$, $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f'(x) = 1$, pentru $a \neq 1$ funcţia f nu este derivabilă în punctul $x = 0$ (dacă ar fi derivabilă, atunci f' ar avea proprietatea lui Darboux, deci nu ar admite punct de discontinuitate de speţa I.). Pentru $a = 1$ din consecinţa teoremei lui Lagrange obţinem că f este derivabilă în $x = 0$ şi $f'(0) = 1$, deci în acest caz f este derivabilă pe $\mathbb{R}$ şi f' continuă pe $\mathbb{R}$. Astfel f este derivabilă dacă şi numai dacă $a = 1$ şi $b = -1$ iar în acest caz f' este continuă.

b) Pentru ca f să admită primitive trebuie să aibă proprietatea lui Darboux. Din relaţiile $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x) = b$, $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = -1$, deducem că f are proprietatea lui Darboux dacă şi numai dacă $b = -1$. Pentru $b = -1$

funcţia f este continuă, deci admite primitive. Folosind consecinţa teoremei lui Lagrange pe intervalele $(-\infty, 0)$ şi $(0, \infty)$, orice primitivă $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a lui f are forma

$$F(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3}{3} + a\dfrac{x^2}{2} - x + c_1, & x < 0 \\ c_2, & x = 0 \\ \dfrac{x^2}{2} - x + c_3, & x > 0 \end{cases}$$

F fiind derivabilă este şi continuă, deci

$$F(0) = c_2 = c_1 = c_3.$$

Astfel primitivele lui f au forma

$$F(x) = c + \begin{cases} \dfrac{x^3}{3} + a\dfrac{x^2}{2} - x, & x \leq 0 \\ \dfrac{x^2}{2} - x, & x > 0 \end{cases}.$$

c) În cazul $b = -1$ funcţia f este continuă, deci este integrabilă şi admite primitive. Astfel putem folosi formula Newton-Leibniz:

$$\int_{-1}^{1} f(x)\, dx = F(1) - F(-1) = \frac{1}{2} - 1 - \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1\right) = -\frac{5}{3}.$$

Observaţie: Integrala poate fi calculată şi fără forma exactă a primitivei dacă o descompunem în două:

$$\int_{-1}^{1} f(x)\, dx = \int_{-1}^{0} f(x)\, dx + \int_{0}^{1} f(x)\, dx.$$

BAREM DE CORECTARE

PARTEA A

1. $\boxed{D}$ .... 5 p
2. $\boxed{B}$, $\boxed{C}$ .... 5 p
3. $\boxed{B}$ .... 5 p
4. $\boxed{A}$, $\boxed{B}$, $\boxed{C}$, $\boxed{D}$ .... 5 p
5. $\boxed{A}$, $\boxed{B}$ .... 5 p
6. $\boxed{A}$, $\boxed{B}$, $\boxed{C}$ .... 5 p

PARTEA B

1. a) Două numere $a, b \in \mathbb{R}$ verifică proprietatea din enunţ dacă şi numai dacă
$\begin{cases} a+b=-2 \\ ab=-2 \end{cases}$ 2p
ceea ce e echivalent cu faptul că a şi b sunt cele 2 rădăcini ale trinomului X^2+2X-2 .... 2p
Folosind formula de rezolvare a ecuaţiei de gradul 2 găsim aceste rădăcini:
$x_1=-1+\sqrt{3},\ x_2=-1-\sqrt{3}$ 2p
Prin urmare, $(a,b) \in \{(x_1,x_2),(x_2,x_1)\}$, iar perechile căutate sunt
$(-1+\sqrt{3},-1-\sqrt{3})$ şi $(-1-\sqrt{3},-1+\sqrt{3})$ 2p
Observaţie: În cazul în care raţionamentul nu este organizat ca un şir de echivalenţe, completarea soluţiei se face prin verificarea rezultatelor obţinute.

1. b) Întrucât $\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 6 \neq 0$, avem $\operatorname{rang} A \geq 2$ 3p
Bordarea acestui minor cu elemente din coloana 1 conduce la minorul de ordinul 3
$\begin{vmatrix} a & a & 1 \\ a & 4 & 1 \\ a & -2 & 1 \end{vmatrix}$ care este nul deoarece are două coloane proporţionale 2p
Aşadar, pentru a afla rangul matricei A avem de calculat determinantul $d = \begin{vmatrix} a & a & 1 \\ a^2 & 4 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix}$

Avem $d \overset{l_1-l_3}{=} \begin{vmatrix} a+2 & a+2 & 0 \\ a^2 & 4 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix} = (a+2)\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a^2 & 4 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix} \overset{l_3+2l_1}{=} (a+2)\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a^2 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$
$=(a+2)(4-a^2)=(2+a)^2(2-a)$ 4p
$d=0 \ \Leftrightarrow \ a \in \{-2,2\}$ 1p
Pentru $a \in \{-2,2\}$, $\operatorname{rang} A = 2$ 1p
Pentru $a \in \mathbb{R} \setminus \{-2,2\}$, $\operatorname{rang} A = 3$ 1p

2. a) 1. Fie O un punct oarecare al planului.

(i) $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP}$. 1p

(ii) OP şi OQ sunt medianele din O în triunghiurile OAC, respectiv OBD 1p

(iii) $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}\right)$ şi $\overrightarrow{OQ} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}\right)$. 1p

(iv) $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}\right) - \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}-\left(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}\right)\right)$. 1p

(v) $\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{AD}$ şi $\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{BC}$ 1p

(vi) $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{BC}\right)$. 1p

2.

(i) $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC} \equiv \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{PQ}$. 0.5p

(ii) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = 3\overrightarrow{PQ} \Longrightarrow 2\overrightarrow{PQ} = 3\overrightarrow{PQ} \Longrightarrow \overrightarrow{PQ} = 0$ sau $P = Q \Rightarrow ABCD$ – paralelogram. ... 1.5p

2. b)

(i) $\sin 10° \cdot \cos 10° \neq 0$. 1p

(ii) Egalitatea dată este echivalentă cu $\cos 10° - \sqrt{3}\sin 10° = 4\sin 10° \cdot \cos 10°$ 1p

(iii) sau cu $2\left(\frac{1}{2}\cos 10° - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 10°\right) = 4\sin 10° \cdot \cos 10°$ 2p

(iv) sau $\sin 30° \cos 10° - \cos 30° \sin 10° = 2\sin 10° \cdot \cos 10°$ 2p

(v) sau, în final, $\sin 20° = \sin 20°$. 1p

3. a) Pentru ca f să fie derivabilă pe $\mathbb{R}$, trebuie să fie continuă. În punctele $x_0 \neq 0$ f este continuă, fiind o funcţie polinomială într-o vecinătate suficient de mică a lui x_0. Pentru $x_0 = 0$ avem $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x) = b$, $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = -1$, deci f este continuă dacă şi numai dacă $b = -1$. .... 4 p

Pe intervalul $(-\infty, 0)$ funcţia este $f(x) = x^2 + ax + b$, deci pe acest interval $f'(x) = 2x + a$, fiind o funcţie de gradul doi pe acest interval. Pe intervalul $(0, +\infty)$ funcţia este $f(x) = x - 1$, deci pe acest interval $f'(x) = 1$. Cum $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f'(x) = a$, $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f'(x) = 1$, pentru $a \neq 1$ funcţia f nu este derivabilă în punctul $x = 0$ (dacă ar fi derivabilă, atunci f' ar avea proprietatea lui Darboux, deci nu ar admite punct de discontinuitate de speţa I.). .... 4 p

Pentru $a = 1$ din consecinţa teoremei lui Lagrange obţinem că f este derivabilă în $x = 0$ şi $f'(0) = 1$, deci în acest caz f este derivabilă pe $\mathbb{R}$ şi f' continuă pe $\mathbb{R}$. .... 1 p

Astfel f este derivabilă dacă şi numai dacă $a = 1$ şi $b = -1$ şi iar acest caz f' este continuă. . 1 p

b) Pentru ca f să admită primitive trebuie să aibă proprietatea lui Darboux. Din relaţiile $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x) = b$, $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = -1$, deducem că f are proprietatea lui Darboux dacă şi numai dacă $b = -1$. Pentru $b = -1$ funcţia f este continuă, deci admite primitive. .... 2 p

Folosind consecinţele teoremei lui Lagrange pe intervalele $(-\infty, 0)$ şi $(0, \infty)$, orice primitivă $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a lui f are forma $F(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3}{3} + a\dfrac{x^2}{2} - x + c_1, & x < 0 \\ c_2, & x = 0 \\ \dfrac{x^2}{2} - x + c_3, & x > 0 \end{cases}$ .... 4 p

F fiind derivabilă este şi continuă, deci $F(0) = c_2 = c_1 = c_3$. .... 1 p

Astfel primitivele lui f au forma $F(x) = c + \begin{cases} \dfrac{x^3}{3} + a\dfrac{x^2}{2} - x, & x \leq 0 \\ \dfrac{x^2}{2} - x, & x > 0 \end{cases}$ .... 1 p

c) Pentru $b = -1$ funcţia f este continuă, deci este integrabilă şi admite primitive. .... 2 p

Folosim formula Newton-Leibniz: $\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,dx = F(1) - F(-1) = \frac{1}{2} - 1 - \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1\right) = -\frac{5}{3}$. 5 p

Observaţie: Integrala poate fi calculată şi fără forma exactă a primitivei dacă o descompunem în două:

$$\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,dx = \int\limits_{-1}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{1} f(x)\,dx.$$

În acest caz se vor acorda câte 2 puncte pentru descompunerea integralei şi pentru calculul celor două integrale, iar 1 punct pentru rezultatul final.

NOTĂ: La toate problemele din partea B orice altă soluţie corectă va fi punctată corespunzător.