

Concursul de admitere (nivel licență) - sesiunea iulie 2015
Proba scrisă la Matematică

SUBIECTUL I (30 puncte)

1. Se dau polinoamele $f, g, h \in \mathbb{R}[X]$, $f = (X - 1)^n - X^n + 1$, $g = X^2 - 3X + 2$ și $h = X^2 - X$, unde $n \geq 3$. Determinați restul împărțirii lui f la g . Dacă n este impar demonstrați că f este divizibil cu h .
2. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale sistemul

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 1 \\ 2x - 3y + z = 1 \\ -3x + y + 2z = a. \end{cases}$$

Discuție după valorile parametrului $a \in \mathbb{R}$.

3. Fie $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$, $A = \begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 18 & 8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & b \\ a & 7 \end{pmatrix}$. Determinați a și b astfel încât $\text{rang} B = \text{rang} A$.

SUBIECTUL II (30 puncte)

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{x-1}$.

1. Să se traseze graficul funcției f , studiind în prealabil monotonia și convexitatea funcției, precum și existența asimptotelor și a punctelor de intersecție a graficului cu axele de coordonate.
2. Să se arate că $f(1) = 1$ și $f(x) > x$ oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
3. Se consideră șirul $(x_n)_{n \geq 1}$, definit prin

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_{n+1} = f(x_n), n \geq 1. \end{cases}$$

Să se demonstreze că șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ este strict monoton și să se determine $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

SUBIECTUL III (30 puncte)

1. Într-un reper ortogonal se consideră punctele $A(2a, a)$ și $B(2b, b)$ unde $a \neq b$ sunt parametri reali. Determinați punctul $M(x, y)$ astfel încât $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MB}$.
2. Să se rezolve ecuația $2 \sin^2 x - \sqrt{3} \sin 2x = 0$.
3. Se consideră triunghiul ABC . Știind că $\sin A = \frac{1}{2}$, să se determine suma măsurilor celorlalte două unghiuri.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Rezolvările trebuie scrise detaliat pe foile de concurs (ciornele nu se iau în considerare). Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

Concursul de admitere (nivel licență) - sesiunea iulie 2015
BAREM pentru proba scrisă la MATEMATICĂ

OFICIU	10 puncte
SUBIECTUL I	30 puncte
1. Restul împărțirii lui f la g	6 puncte
Divizibilitatea lui f cu h	6 puncte
2. Determinantul sistemului	3 puncte
Cazul de incompatibilitate	3 puncte
Cazul de compatibilitate și determinarea soluțiilor	4 puncte
3. $\text{rang}A$	2 puncte
$\det B$	2 puncte
Explicitarea condiției $\text{rang}B = \text{rang}A$ și determinarea valorilor a și b	4 puncte
SUBIECTUL II	30 puncte
1. Monotonia și convexitatea	4 puncte
Studiul existenței asimptotelor și a punctelor de intersecție cu axele	6 puncte
Trasarea graficului	2 puncte
2. $f(1) = 1$	2 puncte
$f(x) > x$ oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$	8 puncte
3. Strict monotonia șirului	4 puncte
Determinarea limitei șirului	4 puncte
SUBIECTUL III	30 puncte
1. Explicitarea condiției $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MB}$	7 puncte
Determinarea punctului $M(x, y)$	3 puncte
2. Reducerea la ecuații trigonometrice de bază	7 puncte
Soluțiile ecuației	3 puncte
3. Determinarea valorilor lui A	6 puncte
Suma măsurilor celorlalte două unghiuri	4 puncte

NOTĂ: Orice altă variantă de rezolvare corectă se punctează corespunzător.