UNIVERSITATEA BABEŞ-BOLYAI
FACULTATEA DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

EXAMEN DE ADMITERE – 2011
Proba scrisă la MATEMATICĂ

SUBIECTUL I

Se consideră sistemul de ecuaţii liniare cu coeficienţi reali

$$\begin{cases} x + ay + (b+c)z &= 0 \\ x + by + (c+a)z &= 0 \\ x + cy + (a+b)z &= 0 \end{cases}$$

(10p) **a)** Să se calculeze determinantul matricei sistemului.

(10p) **b)** Să se arate că, pentru orice $a, b, c \in \mathbb{R}$, sistemul admite soluţii nenule şi să se găsească aceste soluţii.

(10p) **c)** Să se rezolve sistemul, ştiind că $a \neq b$ şi că $(1, 1, 1)$ este soluţie a sistemului.

SUBIECTUL II

Se dă şirul de numere

$$I_n = \int_0^{\pi/4} \mathrm{tg}^n x dx, n = 2, 3, ...$$

(10p) **a)** Să se arate că $I_n + I_{n+2} = \frac{1}{n+1}$, pentru $n \geq 2$, şi să se calculeze I_2.

(10p) **b)** Să se studieze monotonia şirului I_n şi să se precizeze dacă este convergent.

(10p) **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{n \to \infty} I_n$.

SUBIECTUL III

În sistemul rectangular de coordonate xOy se consideră punctele $A(0, a)$, $B(b, 0)$ şi $C(c, 0)$, unde a, b, c sunt numere reale date şi se construiesc proiecţiile D, E ale punctului O pe dreptele AB respectiv AC ($D \in AB$, $E \in AC$).

(10p) **a)** Să se calculeze coordonatele punctelor D şi E.

(10p) **b)** Să se calculeze coordonatele punctului de intersecţie al dreptelor CD şi BE.

(10p) **c)** Să se determine condiţia necesară şi suficientă pentru ca dreptele AO, CD şi BE să fie concurente.

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**