Strukturált adattípusok

Felvételi felkészítő

Dr. Pătcaș Csaba

Babeș-Bolyai Tudományegyetem
Magyar Matematika és Informatika Intézet

2023.03.16

Bevezető

- Bemutatkozás
- Online kommunikáció: mindenki lenémítva, kézfelemelés
- 3×50 perc
- Kérdések

Strukturált adattípusok

- Mit nevezünk strukturált adattípusoknak?
- Mire jók? Mikor ajánlatos a használatuk?
- Hogyan használjuk őket Pascal és C/C++ nyelvben?

Strukturált adattípusok

- Különböző típusú adatokat csoportosít.
- Ezeket egyetlen adatként kezelhetjük.
- A csoport elemeihez is hozzáférünk, ezeket mezőknek nevezzük.
- Az azonos szintű mezők azonosítói (nevei) különbözőek kell legyenek.
- A mezők típusa lehet bármilyen, akár tömb, vagy egy másik struktúra is.
- A mezőazonosító önmagában nem kaphat értéket, hanem egy struktúra típusú változóval együtt használjuk.

Strukturált adattípusok

- Azonos típusú struktúrák átadhatják egymásnak az összes mező értékét egyetlen értékadással.
- Pascalban a `record` kulcsszóval deklaráljuk.
- C/C++-ban általában `struct`-ot használunk, de ez tulajdonképpen egy olyan `class`, melynek minden mezője publikus.

Személyek

Adott *n* személy, akiknek ismerjük a nevét, születési dátumát és a magasságát. Írassuk ki őket magasság szerinti csökkenő (név - magasság párokat), majd kor szerinti növekvő sorrendben (név - betöltött évek - betöltött napok formában).

Személyek

- Egy év akkor szökőév ha osztható 4-el de nem osztható 100-al, vagy osztható 400-al.
- A C/C++-ba beépített `sort` függvénnyel struktúrákat is rendezhetünk, ha megmondjuk mikor tekintünk egy struktúrát „kisebbnek” a másiknál (vagyis mikor kell korábban megjelenjen a végső sorrendben).
- Ennek a rendezésnek a bonyolultsága legrosszabb esetben $\Theta(n \log n)$.
- Pascal-ban nincs ilyen lehetőségünk, itt nekünk kell megírni egy hatékony rendezési algoritmust.
- Írhatunk lineáris idejű rendezésre alapuló megoldást is erre a feladatra.

Első megoldás I

```
1  #include <vector>
2  #include <string>
3  #include <iostream>
4  #include <fstream>
5  #include <ctime>
6  #include <algorithm>
7
8  using namespace std;
9
10 #define FOR(i, a, b) for(int i = (a); i <= (b); ++i)
11
12 #define BE_ALLOMANY "fel1.in"
13 #define KI_ALLOMANY "fel1.out"
14
15 struct Szemely
16 {
17   string nev;
18   int szul_ev, szul_ho, szul_nap, bet_ev, bet_nap, magassag;
19 };
20
21 int AKT_EV, AKT_HO, AKT_NAP, AKT_SORSZAM;
22 int NAPOK[13] = { 0, 31, 28, 31, 30, 31, 30, 31, 31, 30, 31, 30, 31 };
23
24 bool szokoev(int ev)
25 {
26   return ev % 4 == 0 && ev % 100 != 0 || ev % 400 == 0;
```

Első megoldás II

```
27  }
28
29  int szamolNapSorszam(int ev, int honap, int nap)
30  {
31    if (szokoev(ev)) NAPOK[2] = 29;
32    else NAPOK[2] = 28;
33    int sorszam = 0;
34    FOR(i, 1, honap - 1) sorszam += NAPOK[i];
35    sorszam += nap;
36    return sorszam;
37  }
38
39  void szamolEvekNapok(Szemely& sz)
40  {
41    if (sz.szul_ho < AKT_HO || sz.szul_ho == AKT_HO && sz.szul_nap <= AKT_NAP)
42    {
43      sz.bet_ev = AKT_EV - sz.szul_ev;
44      int szul_sorszam = szamolNapSorszam(AKT_EV, sz.szul_ho, sz.szul_nap);
45      sz.bet_nap = AKT_SORSZAM - szul_sorszam;
46    }
47    else
48    {
49      sz.bet_ev = AKT_EV - sz.szul_ev - 1;
50      int szul_sorszam = szamolNapSorszam(AKT_EV - 1, sz.szul_ho, sz.szul_nap);
51      sz.bet_nap = 365 - szul_sorszam + AKT_SORSZAM;
52      if (szokoev(AKT_EV - 1)) ++sz.bet_nap;
```

Első megoldás III

```
53      }
54    }
55
56    void beolvas(int& n, vector <Szemely>& a)
57    {
58      ifstream f(BE_ALLOMANY);
59      f >> n;
60      a.resize(n + 1);
61      FOR(i, 1, n)
62      {
63        f >> a[i].nev >> a[i].szul_ev >> a[i].szul_ho >> a[i].szul_nap >> a[i].magassag;
64        szamolEvekNapok(a[i]);
65      }
66    }
67
68    bool magassagSzerint(Szemely& x, Szemely& y)
69    {
70      return x.magassag > y.magassag;
71    }
72
73    bool evSzerint(Szemely& x, Szemely& y)
74    {
75      return x.bet_ev < y.bet_ev || x.bet_ev == y.bet_ev && x.bet_nap < y.bet_nap;
76    }
77
78    ofstream f(KI_ALLOMANY);
```

Első megoldás IV

```
79
80  void kiirMag(int n, vector <Szemely>& a)
81  {
82    FOR(i, 1, n) f << a[i].nev << " " << a[i].magassag << endl;
83    f << endl;
84  }
85
86  void kiirEv(int n, vector <Szemely>& a)
87  {
88    FOR(i, 1, n) f << a[i].nev << " " << a[i].bet_ev << " " << a[i].bet_nap << endl;
89  }
90
91  void maiDatum()
92  {
93    time_t t = time(0);
94    tm* most = localtime(&t);
95    AKT_EV = most->tm_year + 1900;
96    AKT_HO = most->tm_mon + 1;
97    AKT_NAP = most->tm_mday;
98    AKT_SORSZAM = most->tm_yday + 1;
99  }
100
101 int main()
102 {
103   int n;
104   vector <Szemely> szemelyek;
```

Első megoldás V

```
105
106     maiDatum();
107     beolvas(n, szemelyek);
108     sort(szemelyek.begin() + 1, szemelyek.end(), magassagSzerint);
109     kiirMag(n, szemelyek);
110     sort(szemelyek.begin() + 1, szemelyek.end(), evSzerint);
111     kiirEv(n, szemelyek);
112     return 0;
113 }
```

Második megoldás I

```
1  #include <vector>
2  #include <string>
3  #include <iostream>
4  #include <fstream>
5  #include <ctime>
6  #include <algorithm>
7
8  using namespace std;
9
10 #define FOR(i, a, b) for(int i = (a); i <= (b); ++i)
11
12 #define BE_ALLOMANY "fel1.in"
13 #define KI_ALLOMANY "fel1.out"
14
15 struct Szemely
16 {
17   string nev;
18   int szul_ev, szul_ho, szul_nap, bet_ev, bet_nap, magassag;
19 };
20
21 int AKT_EV, AKT_HO, AKT_NAP, AKT_SORSZAM;
22 int NAPOK[13] = { 0, 31, 28, 31, 30, 31, 30, 31, 31, 30, 31, 30, 31 };
23
24 bool szokoev(int ev)
25 {
26   return ((ev % 4 == 0) && (ev % 100 != 0) || (ev % 400 == 0));
```

Második megoldás II

```
27  }
28
29  int szamolNapSorszam(int ev, int honap, int nap)
30  {
31    if (szokoev(ev)) NAPOK[2] = 29;
32    else NAPOK[2] = 28;
33    int sorszam = 0;
34    FOR(i, 1, honap - 1) sorszam += NAPOK[i];
35    sorszam += nap;
36    return sorszam;
37  }
38
39  void szamolEvekNapok(Szemely& sz)
40  {
41    if (sz.szul_ho < AKT_HO || sz.szul_ho == AKT_HO && sz.szul_nap <= AKT_NAP)
42    {
43      sz.bet_ev = AKT_EV - sz.szul_ev;
44      int szul_sorszam = szamolNapSorszam(AKT_EV, sz.szul_ho, sz.szul_nap);
45      sz.bet_nap = AKT_SORSZAM - szul_sorszam;
46    }
47    else
48    {
49      sz.bet_ev = AKT_EV - sz.szul_ev - 1;
50      int szul_sorszam = szamolNapSorszam(AKT_EV - 1, sz.szul_ho, sz.szul_nap);
51      sz.bet_nap = 365 - szul_sorszam + AKT_SORSZAM;
52      if (szokoev(AKT_EV - 1)) ++sz.bet_nap;
```

Második megoldás III

```
53      }
54    }
55
56    void beolvas(int& n, vector <Szemely>& a)
57    {
58      ifstream f(BE_ALLOMANY);
59      f >> n;
60      a.resize(n + 1);
61      FOR(i, 1, n)
62      {
63        f >> a[i].nev >> a[i].szul_ev >> a[i].szul_ho >> a[i].szul_nap >> a[i].magassag;
64        szamolEvekNapok(a[i]);
65      }
66    }
67
68    ofstream f(KI_ALLOMANY);
69
70    void kiirMag(int n, vector <Szemely> a)
71    {
72      vector <vector <Szemely> > rendezve(301);
73      FOR(i, 1, n) rendezve[a[i].magassag].push_back(a[i]);
74      for (int i = 300; i >= 0; --i)
75        if (rendezve[i].size())
76          FOR(j, 0, rendezve[i].size() - 1)
77            f << rendezve[i][j].nev << " " << rendezve[i][j].magassag << endl;
78      f << endl;
```

Második megoldás IV

```
79  }
80
81  void kiirEv(int n, vector <Szemely> a)
82  {
83    vector <vector < vector <Szemely> > > rendezve(151, vector < vector <Szemely> >(367));
84    FOR(i, 1, n) rendezve[a[i].bet_ev][a[i].bet_nap].push_back(a[i]);
85    FOR(i, 0, 150)
86      FOR(j, 0, 366)
87      if (rendezve[i][j].size())
88        FOR(k, 0, rendezve[i][j].size() - 1)
89        f << rendezve[i][j][k].nev << " " << rendezve[i][j][k].bet_ev << " " << rendezve[i][j][k].
              bet_nap << endl;
90  }
91
92  void maiDatum()
93  {
94    time_t t = time(0);
95    tm* most = localtime(&t);
96    AKT_EV = most->tm_year + 1900;
97    AKT_HO = most->tm_mon + 1;
98    AKT_NAP = most->tm_mday;
99    AKT_SORSZAM = most->tm_yday + 1;
100 }
101
102 void main()
103 {
```

Második megoldás V

```
104     int n;
105     vector <Szemely> szemelyek;
106
107     maiDatum();
108     beolvas(n, szemelyek);
109     kiirMag(n, szemelyek);
110     kiirEv(n, szemelyek);
111 }
```

Komplex számok

Olvassunk be n komplex számot és számítsuk ki az összegüket és szorzatukat, majd rendezzük őket az origótól való távolság szerinti növekvő sorrendbe. Ha vannak az origótól azonos távolságra lévő számok, csoportosítsuk ezeket és írjuk ki mindegyik csoportra a benne szereplő számok sorszámait (az eredeti sorrendet figyelembe véve, 1-től számozva).

Komplex számok

- Egy $x + yi$ alakú komplex szám távolsága az origótól $\sqrt{x^2 + y^2}$ (Pitagorasz tétele).
- Két komplex szám összege $(x, y) + (u, v) = (x + u, y + v)$
- Két komplex szám szorzata $(x, y) \cdot (u, v) = (xu - yv, xv + yu)$
- C++-ban újradefiniálhatjuk egy adott struktúrán definiált operátorokat.
- Két valós szám egyenlőségét soha ne ellenőrizzük direkt módon az egyenlőség operátorral.

Megoldás I

```
1  #include <vector>
2  #include <fstream>
3  #include <algorithm>
4  #include <cmath>
5  #include <iomanip>
6
7  using namespace std;
8
9  #define FOR(i, a, b) for(int i = (a); i <= (b); ++i)
10
11 #define BE_ALLOMANY "fel2.in"
12 #define KI_ALLOMANY "fel2.out"
13
14 #define EPS 0.0000001
15
16 struct Komplex
17 {
18   double valos, imag, tav;
19   int index;
20
21   Komplex operator+(Komplex x)
22   {
23     Komplex s;
24     s.valos = valos + x.valos;
25     s.imag = imag + x.imag;
26     return s;
```

Megoldás II

```
27      }
28
29      Komplex& operator+=(const Komplex& x)
30      {
31        valos += x.valos;
32        imag += x.imag;
33        return *this;
34      }
35
36      Komplex& operator*=(const Komplex& x)
37      {
38        double regiValos = valos;
39        valos = valos * x.valos - imag * x.imag;
40        imag = regiValos * x.imag + imag * x.valos;
41        return *this;
42      }
43
44      bool operator<(Komplex& x)
45      {
46        return tav < x.tav;
47      }
48
49      bool operator==(Komplex& x)
50      {
51        return abs(tav - x.tav) < EPS;
52      }
```

Megoldás III

```
53  };
54
55  ofstream fki(KI_ALLOMANY);
56
57  void szamolTav(Komplex& k)
58  {
59    k.tav = sqrt(k.valos * k.valos + k.imag * k.imag);
60  }
61
62  void beolvas(int& n, vector <Komplex>& a)
63  {
64    ifstream fbe(BE_ALLOMANY);
65    fbe >> n;
66    a.resize(n + 1);
67    FOR(i, 1, n)
68    {
69      fbe >> a[i].valos >> a[i].imag;
70      szamolTav(a[i]);
71      a[i].index = i;
72    }
73  }
74
75  void kiirOsszegSzorzat(int n, vector <Komplex>& a)
76  {
77    Komplex s, p;
78    s.valos = 0;
```

Megoldás IV

```
79      s.imag = 0;
80      //FOR(i, 1, n) s = s + a[i];
81      FOR(i, 1, n) s += a[i];
82      p.valos = 1;
83      p.imag = 0;
84      FOR(i, 1, n) p *= a[i];
85      fki << "Osszeg= " << fixed << setprecision(2) << s.valos << " + " << s.imag << "i" << endl;
86      fki << "Szorzat= " << fixed << setprecision(2) << p.valos << " + " << p.imag << "i" << endl;
87  }
88
89  void kiirTav(int n, vector <Komplex>& a)
90  {
91    int i = 2;
92    while (i <= n)
93    {
94      if (a[i] == a[i - 1])
95      {
96        fki << endl << a[i].tav << " tavolsagra: " << a[i - 1].index;
97        while (i <= n && a[i] == a[i - 1])
98        {
99          fki << " " << a[i].index;
100         ++i;
101       }
102     }
103     ++i;
104   }
```

Megoldás V

```
105  }
106
107  void main()
108  {
109    int n;
110    vector <Komplex> szamok;
111
112    beolvas(n, szamok);
113    kiirOsszegSzorzat(n, szamok);
114    sort(szamok.begin() + 1, szamok.end());
115    kiirTav(n, szamok);
116  }
```

Mátrixok

Adott n egész számokat tartalmazó mátrix, azzal a tulajdonsággal, hogy minden mátrix oszlopainak száma (kivéve az utolsót), egyenlő a rákövetkező mátrix sorainak számával. Számoljuk ki a mátrixsorozat szorzatát.
Bónusz: A szorzásokat milyen sorrendben érdemes végrehajtani ahhoz, hogy a műveletek össz-száma minimális legyen?

Megoldás I

```
1  #include <vector>
2  #include <fstream>
3
4  using namespace std;
5
6  #define FOR(i, a, b) for(int i = (a); i <= (b); ++i)
7
8  struct Matrix
9  {
10   int sor, oszlop;
11   vector < vector <int> > a;
12 };
13
14 Matrix operator*(Matrix& x, Matrix& y)
15 {
16   Matrix p;
17   p.sor = x.sor;
18   p.oszlop = y.oszlop;
19   p.a.resize(x.sor + 1, vector <int>(y.oszlop + 1));
20   FOR(i, 1, x.sor)
21     FOR(j, 1, y.oszlop)
22       FOR(k, 1, x.oszlop)
23         p.a[i][j] += x.a[i][k] * y.a[k][j];
24   return p;
25 }
26
```

Megoldás II

```
27  ifstream fin("fel3.in");
28  ofstream fout("fel3.out");
29
30  void beolvas(int &n, vector<Matrix> &matrixok)
31  {
32    fin >> n;
33    matrixok.resize(n + 1);
34    FOR(i, 1, n)
35    {
36      int sor, oszlop;
37      fin >> sor >> oszlop;
38      matrixok[i].sor = sor;
39      matrixok[i].oszlop = oszlop;
40      matrixok[i].a.resize(sor + 1, vector <int>(oszlop + 1));
41      FOR(j, 1, sor)
42        FOR(k, 1, oszlop)
43          fin >> matrixok[i].a[j][k];
44    }
45  }
46
47  void kiirSzorzat(int n, vector<Matrix>& matrixok)
48  {
49    Matrix p = matrixok[1];
50    FOR(i, 2, n) p = p * matrixok[i];
51
52    fout << "Szorzat:" << endl;
```

Megoldás III

```
53    FOR(i, 1, p.sor)
54    {
55      FOR(j, 1, p.oszlop)
56        fout << p.a[i][j] << " ";
57      fout << endl;
58    }
59
60  }
61
62  void main()
63  {
64    int n;
65    vector<Matrix> matrixok;
66
67    beolvas(n, matrixok);
68    kiirSzorzat(n, matrixok);
69  }
```

Sokszög

Adott egy n csúcsú konvex sokszög, melynek az origó garantáltan a belsejében található. Rendezzük a sokszög pontjait az origó körüli trigonometrikus sorrendbe, majd határozzuk meg a sokszög területét!
Bónusz: Hogyan számíthatjuk ki egy konkáv sokszög területét?

Sokszög

- Az `atan2(y, x)` visszatéríti radiánban $\frac{y}{x}$ arkusztangensét.
- Figyelembe veszi ezek előjelét is, így egy $[-\pi, \pi]$ intervallumból való értéket térít vissza.
- Egy koordinátái által megadott háromszög területét determinánssal számolhatjuk ki.
- Ez negatív számot is visszaadhat, figyelembe véve a megadott pontok sorrendjét.
- Ezt felhasználva a háromszögelésre alapuló területszámítás konkáv sokszögekre is működik.

Megoldás I

```
1  #include <vector>
2  #include <fstream>
3  #include <cmath>
4  #include <algorithm>
5
6  using namespace std;
7
8  #define FOR(i, a, b) for(int i = (a); i <= (b); ++i)
9
10 struct Pont
11 {
12   double x, y, szog;
13   void szamolSzog()
14   {
15     szog = atan2(y, x);
16   }
17
18   bool operator<(Pont &x)
19   {
20     return szog < x.szog;
21   }
22 };
23
24 double haromszogTerulet(Pont p1, Pont p2, Pont p3)
25 {
26   return (p1.x - p3.x) * (p2.y - p3.y) - (p2.x - p3.x) * (p1.y - p3.y);
```

Megoldás II

```
27  }
28
29  struct Sokszog
30  {
31    int n;
32    vector <Pont> pontok;
33    void rendezPontok()
34    {
35      sort(pontok.begin() + 1, pontok.end());
36    }
37    double terulet()
38    {
39      double t = 0;
40      FOR(i, 2, n - 1) t += haromszogTerulet(pontok[1], pontok[i], pontok[i + 1]);
41      return t / 2;
42    }
43  };
44
45  ifstream fin("fel4.in");
46  ofstream fout("fel4.out");
47
48  void beolvas(Sokszog &sokszog)
49  {
50    fin >> sokszog.n;
51    sokszog.pontok.resize(sokszog.n + 1);
52    FOR(i, 1, sokszog.n)
```

Megoldás III

```
53    {
54      fin >> sokszog.pontok[i].x >> sokszog.pontok[i].y;
55      sokszog.pontok[i].szamolSzog();
56    }
57  }
58
59  void kiir(Sokszog &sokszog)
60  {
61    fout << "A pontok rendezve:" << endl;
62    FOR(i, 1, sokszog.n)
63      fout << sokszog.pontok[i].x << " " << sokszog.pontok[i].y << endl;
64    fout << "A sokszog terulete: " << sokszog.terulet();
65  }
66
67  Sokszog sokszog;
68  void main()
69  {
70    beolvas(sokszog);
71    sokszog.rendezPontok();
72    kiir(sokszog);
73  }
```

Foci

Minden személynek van születési dátuma és magassága. Egy focistának ezen kívül van még pozicíója is ahol játszik (kapus, védő, középpályás, vagy csatár), míg egy edzőnek van kedvenc taktikai felállása. Egy focicsapat 11 játékosból és egy edzőből áll. Egy bajnokságban 16 csapat szerepel. A bajnokság 15 fordulóból áll, mindegyik fordulóban 8 mérkőzésen két csapat játszik egymás ellen és mindegyik csapat rúg valamennyi gólt. Tervezzük meg milyen adatstruktúrákkal tárolnánk a bajnokság csapatait és a mérkőzések eredményeit! Hogyan iratnánk ki az i. forduló j. mérkőzéséhez tartozó adatokat (csapatok, edzők, végeredmény)?

Intervallumok

Adott n intervallum, melyeknek ismerjük a végpontjait. Határozzuk meg az intervallumok egyesítésének összhosszát!

Megoldás I

```
1  #include <vector>
2  #include <fstream>
3  #include <iostream>
4  #include <algorithm>
5
6  #define FOR(i, a, b) for(int i = (a); i <= (b); ++i)
7  #define X first
8  #define Y second
9
10 #define BE_ALLOMANY "a.in"
11
12 using namespace std;
13
14 void beolvas(int& n, vector <pair <int, int> >& a)
15 {
16   ifstream fin(BE_ALLOMANY);
17   fin >> n;
18   a.resize(n + 1);
19   FOR(i, 1, n) fin >> a[i].X >> a[i].Y;
20 }
21
22 int egyesites(int n, vector <pair <int, int> > a)
23 {
24   vector < pair <int, bool> > vegpontok;
25   //true - intervallum kezdopont
26   //false - intervallum vegpont
```

Megoldás II

```
27    FOR(i, 1, n)
28    {
29      vegpontok.push_back(make_pair(a[i].X, true));
30      vegpontok.push_back(make_pair(a[i].Y, false));
31    }
32
33    sort(vegpontok.begin(), vegpontok.end());
34
35    int nyitva = 0, hossz = 0;
36    FOR(i, 0, 2 * n - 1)
37    {
38      if (vegpontok[i].Y) ++nyitva;
39      else --nyitva;
40      if (nyitva) hossz += vegpontok[i + 1].X - vegpontok[i].X;
41    }
42    return hossz;
43  }
44
45  int main()
46  {
47    vector <pair <int, int> > intervallumok;
48    int n;
49    beolvas(n, intervallumok);
50    cout << egyesites(n, intervallumok) << endl;
51    return 0;
52  }
```

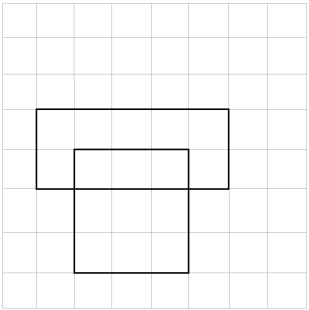
Megoldás III

Téglalapok

Adott n téglalap, melyeket a bal alsó és a jobb felső sarkaik egész koordinátáival adunk meg. Határozzuk meg a téglalapok által lefedett területet!

Téglalapok

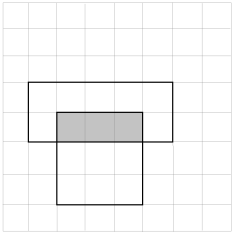
Példa



A fenti esetben a téglalapok által lefedett terület = 9 + 10 - 3 = 16

Téglalapok

Első ötlet

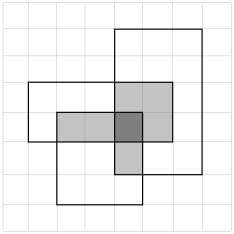


- A fenti számításmódból jöhet az első ötlet: adjuk össze a téglalapok területét, majd vonjuk ki a közös területeket, melyeket páronként lefednek a téglalapok!
- Van-e ezzel az ötlettel valamilyen probléma?

Téglalapok

Első ötlet

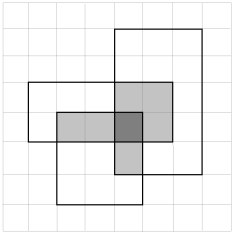
- Azokat a területeket, melyeket egyszerre három téglalap fed le, többször vontuk ki, így újra hozzá kellene adni a megoldáshoz.
- Ha léteznek olyan területek, melyeket egyszerre négy, öt, ..., n téglalap is lefed, azokat is kezelni kell, így ez a megoldás exponenciális időbonyolultságú lenne n-ben.
- A képlet amit ebben az esetben alkalmaznunk kellene a szitaformula nevet viseli (angolul inclusion-exclusion principle, románul principiul includerii și excluderii).



Téglalapok

Második ötlet

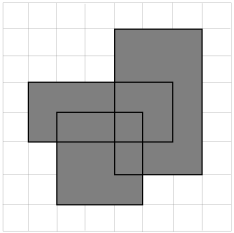
- Legyen m a koordináták maximális értéke, vagyis ha egy téglalap sarkai (x_1, y_y) és (x_2, y_2), akkor írhatjuk, hogy $0 \leq x_1, y_1, x_2, y_2 \leq m$
- Találhatunk-e egyszerű megoldást a feladatra, ha m értéke nem túl nagy, pl. $m \leq 1000$?



Téglalapok

Második ötlet

- Egy $m \times m$ méretű logikai mátrixban megjelölhetjük azokat az 1×1-es négyzeteket `IGAZ` értékkel, melyeket lefed legalább egy téglalap.
- A kért megoldás az `IGAZ` értékek száma.

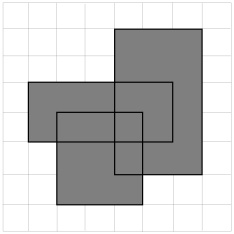


- Mennyi ennek az algoritmusnak a bonyolultsága?

Téglalapok

Második ötlet

- Egy $m \times m$ méretű logikai mátrixban megjelölhetjük azokat az 1×1-es négyzeteket `IGAZ` értékkel, melyeket lefed legalább egy téglalap.
- A kért megoldás az `IGAZ` értékek száma.

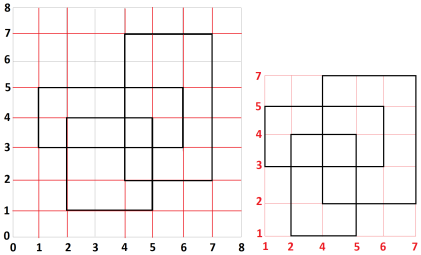


- Mennyi ennek az algoritmusnak a bonyolultsága?
- Idő: $O(nm^2)$, memória: $O(m^2)$

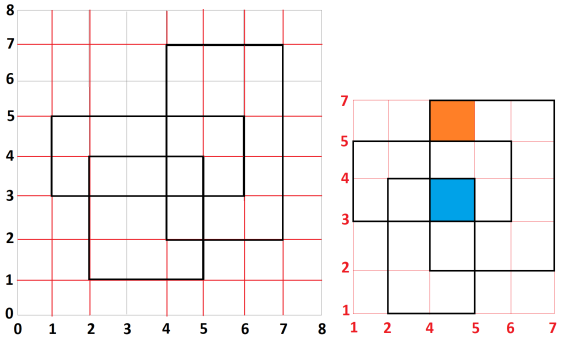
Téglalapok

Harmadik ötlet

- Az előbbi megoldás akkor válik problémássá, amikor m értéke nőni kezd, pl. a koordináták 32 bites egész számok lehetnek.
- Ezt kiküszöbölhetjük a normalizálásnak nevezett módszerrel.
- Vegyük észre, hogy csak azok a koordináták fontosak, amelyeken egy téglalap kezdődik, vagy végződik (mind a vízszintes, mind a függőleges koordinátákat tekintve).



Miben különbözik a narancssárgával és a kékkel színezett négyzet?



Téglalapok

Harmadik ötlet

- Mivel a legrosszabb esetben $2n$ különböző x és $2n$ különböző y koordinátánk lehet, az $m \times m$ méretű logikai mátrixot helyettesíthetjük egy legtöbb $2n \times 2n$ méretűvel.
- A normalizáláshoz elegendő rendezni külön-külön egy-egy tömböt, melyek az x illetve y koordinátákat tartalmazzák ismétlődések nélkül.
- Az ismétlődések elkerülésére C++-ban használhatjuk a `set` vagy `unordered_set` típusokat (template-eket).
- Hogyan alakul hatékonyság szempontjából az algoritmus?

- Mivel a legrosszabb esetben $2n$ különböző x és $2n$ különböző y koordinátánk lehet, az $m \times m$ méretű logikai mátrixot helyettesíthetjük egy legtöbb $2n \times 2n$ méretűvel.
- A normalizáláshoz elegendő rendezni külön-külön egy-egy tömböt, melyek az x illetve y koordinátákat tartalmazzák ismétlődések nélkül.
- Az ismétlődések elkerülésére C++-ban használhatjuk a `set` vagy `unordered_set` típusokat (template-eket).
- Hogyan alakul hatékonyság szempontjából az algoritmus?
- Ennek az algoritmusnak az időbonyolultsága $O(n^3)$, memóriabonyolultsága $O(n^2)$

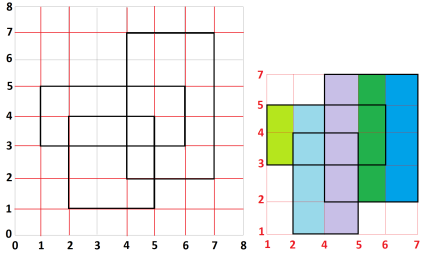
Téglalapok

Negyedik ötlet

- A feladat megoldásához alkalmazhatjuk a síkseprő egyenes (sweep line) módszerét.
- Képzeljünk el egy függőleges egyenest, mely „átseper” a teljes síkon balról jobbra.
- Tárolnunk kell az egyenes aktuális állapotával kapcsolatos információkat, a mi esetünkben, hogy éppen mely téglalapokat metszi.
- Észrevehetjük, hogy az állapot csak a normalizált x koordinátákban változik, ezeket eseményeknek nevezzük.

Téglalapok

Negyedik ötlet

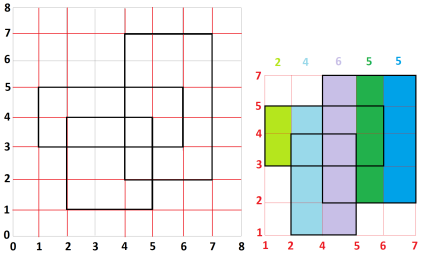


A különböző színekkel jelölt függőleges „sávokban” lesz a síkseprő egyenes állapota más és más.

Téglalapok

Negyedik ötlet

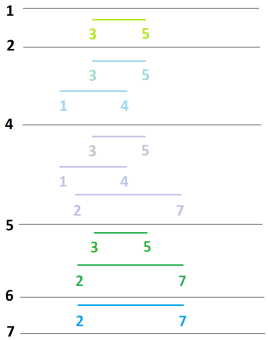
- A végeredmény egy összeg lesz, melynek minden tagja egy-egy sáv területe.
- Egy sáv területét úgy kapjuk, hogy összeszorozzuk a sáv szélességét az egyenes által lefedett téglalapok összmagasságával.

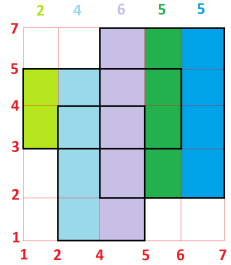


Téglalapok

Negyedik ötlet

A téglalapok összmagassága, tulajdonképpen az aktív téglalapok y koordinátái által meghatározott intervallumok egyesítésének a hossza.





- Az egyesítések hosszának meghatározásához, alkalmazhatjuk az előbbi feladatnál látottakat.
- Így az időbonyolultságot $O(n^2 \log n)$-re, a memóriabonyolultságot $O(n)$-re csökkentettük.
- *Bónusz*: Lehet-e jobban?

Megoldás I

```
1  #include <vector>
2  #include <fstream>
3  #include <cmath>
4  #include <algorithm>
5  #include <set>
6
7  using namespace std;
8
9  #define FOR(i, a, b) for(int i = (a); i <= (b); ++i)
10 #define X first
11 #define Y second
12
13 struct Teglalap
14 {
15   pair <int, int> p1, p2;
16 };
17
18 ifstream fin("fel7.in");
19 ofstream fout("fel7.out");
20
21 void beolvas(int& n, vector <Teglalap>& a, vector <pair <int, int> >& esemenyek)
22 {
23   fin >> n;
24   a.resize(n + 1);
25   FOR(i, 1, n)
26   {
```

Megoldás II

```
27        fin >> a[i].p1.X >> a[i].p1.Y >> a[i].p2.X >> a[i].p2.Y;
28        esemenyek.push_back(make_pair(a[i].p1.X, i));
29        esemenyek.push_back(make_pair(a[i].p2.X, -i));
30      }
31    }
32
33    int egyesites(set < pair <int, int> >& intervallumok)
34    {
35      vector < pair <int, bool> > vegpontok;
36      //true - intervallum kezdopont
37      //false - intervallum vegpont
38      for (set < pair <int, int> >::iterator it = intervallumok.begin(); it != intervallumok.end();
            ++it)
39      {
40        vegpontok.push_back(make_pair(it->X, true));
41        vegpontok.push_back(make_pair(it->Y, false));
42      }
43
44      sort(vegpontok.begin(), vegpontok.end());
45
46      int nyitva = 0, hossz = 0;
47      FOR(i, 0, (int)vegpontok.size() - 1)
48      {
49        if (vegpontok[i].Y) ++nyitva;
50        else --nyitva;
51        if (nyitva) hossz += vegpontok[i + 1].X - vegpontok[i].X;
```

Megoldás III

```
52      }
53      return hossz;
54    }
55
56    int szamolTerulet(vector <Teglalap>& teglalapok, vector <pair <int, int> >& esemenyek)
57    {
58      set < pair <int, int> > intervallumok;
59      int terulet = 0;
60      FOR(i, 0, esemenyek.size() - 1)
61      {
62        if (i > 0 && esemenyek[i].X > esemenyek[i - 1].X)
63        {
64          int szel = esemenyek[i].X - esemenyek[i - 1].X;
65          terulet += szel * egyesites(intervallumok);
66        }
67        if (esemenyek[i].Y > 0)
68        {
69          int index = esemenyek[i].Y;
70          intervallumok.insert(make_pair(teglalapok[index].p1.Y, teglalapok[index].p2.Y));
71        }
72        else
73        {
74          int index = -esemenyek[i].Y;
75          intervallumok.erase(make_pair(teglalapok[index].p1.Y, teglalapok[index].p2.Y));
76        }
77      }
```

Megoldás IV

```
78      return terulet;
79  }
80
81  int main()
82  {
83      int n;
84      vector <Teglalap> teglalapok;
85      vector <pair <int, int> > esemenyek;
86
87      beolvas(n, teglalapok, esemenyek);
88      sort(esemenyek.begin(), esemenyek.end());
89      fout << "Terulet = " << szamolTerulet(teglalapok, esemenyek);
90
91      return 0;
92  }
```