

Felvételi vizsga írásbeli próba – 2013. július
Matematika tételsor

I. (30 pont) Tekintsük az $A = \begin{pmatrix} 0 & m & 1 \\ m & -2 & 0 \\ 1 & -1 & m \end{pmatrix}$ mátrixot, ahol $m \in \mathbb{R}$.

- 1) (5 pont) Számítsuk ki az A mátrix determinánsát.
- 2) (8 pont) Határozzuk meg az $m \in \mathbb{R}$ azon értékeit, amelyekre az A mátrix invertálható.
- 3) (10 pont) Az $m = 2$ esetben oldjuk meg az $AX = B$ egyenletet, ahol $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.
- 4) (7 pont) Tárgyaljuk az $m \in \mathbb{R}$ értékei szerint az $AX = B$ rendszer kompatibilitását.

II. (30 pont) Tekintsük az $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x}$ összefüggéssel értelmezett függvényt.

- 1) (9 pont) Határozzuk meg az f függvény D maximális értelmezési tartományát és tanulmányozzuk a függvény folytonosságát és deriválhatóságát.
- 2) (5 pont) Határozzuk meg az f függvény grafikonjának aszimptotáit.
- 3) (6 pont) Tanulmányozzuk az f függvény monotonitását és határozzuk meg a helyi szélsőérték pontokat.
- 4) (10 pont) Határozzuk meg az f függvény grafikonja, az Ox tengely valamint az $x = \frac{1}{2}$ és $x = 2$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét.

III. (30 pont) a) Az xOy Descartes-féle koordináta-rendszerben adottak az $x+ay+b=0$ egyenletű (h) egyenes és az $A(1, 1)$, $B(2, 3)$, $C(-1, -4)$ pontok.

- 1) (6 pont) Határozzuk meg az A pont távolságát a BC egyenestől.
- 2) (7 pont) Határozzuk meg az a és b értékét úgy, hogy az A és B pontok a (h) egyenesen helyezkedjenek el.
- 3) (7 pont) Határozzuk meg az a és b értékét úgy, hogy a (h) és BC egyeneseknek ne legyen egyetlen közös pontja se.
- b) (10 pont) Oldjuk meg a $\sin x + \cos x = \sin x \cos x$ egyenletet.

Megjegyzések

- 1) Minden tétel kötelező.
- 2) Minden feladat teljes megoldását kérjük (a vizsgalapon).
- 3) Indulásból jár 10 pont.
- 4) Az effektív munkaidő 3 óra.