

BABEŞ-BOLYAI TUDOMÁNYEGYETEM, KOLOZSVÁR  
MATEMATIKA ÉS INFORMATIKA KAR

**Felvételi vizsga (alapképzés) – 2015. szeptember**  
**Matematika írásbeli próba**

**I. TÉTEL (30 pont)**

1. Határozzuk meg a  $z = i + i^{2016} + i^{2017}$  komplex szám algebrai alakját ( $i$  az imaginárius egység). Határozzuk meg  $|z^{10}|$  értékét.
2. Határozzuk meg az  $A^3, A^6$  és  $A^{2019}$  mátrixokat, ha  $A = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$ .
3. Oldjuk meg  $\mathbb{Z}_8$ -ban az  $x^2 = \hat{2}x$  egyenletet.

**II. TÉTEL (30 pont)**

Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^6 - 3x^3 + 2$  függvény.

1. Határozzuk meg a függvény grafikonjának a koordinátatengelyekkel való metszéspontjait.
2. Számítsuk ki  $f'$ -at, oldjuk meg az  $f'(x) = 0$  egyenletet és tanulmányozzuk a függvény monotonitását.
3. Számítsuk ki  $f''$ -at, oldjuk meg az  $f''(x) = 0$  egyenletet és tanulmányozzuk a függvény konvexitását.
4. Számítsuk ki  $\int \frac{f(x)}{x^2 + 1} dx$ .

**III. TÉTEL (30 pont)**

1. Egy derékszögű vonatkoztatási rendszerben adottak az  $A(1, 1), B(2, -2), C(5, 0)$  pontok és a  $3x + 4y - 8 = 0$  egyenletű egyenes.
  - (a) Határozzuk meg az  $ABC$  háromszög súlypontjának koordinátáit és a területét.
  - (b) Határozzuk meg az  $A$  pont távolságát az edott egyenestől.
  - (c) Határozzuk meg a  $D$  pont koordinátáit, ha  $D$  az  $A$  pontnak az adott egyenesre eső vetülete.
2. Oldjuk meg a valós számok halmazán a  $\sin^2 x + 2 = 3 \sin x$  egyenletet.

**Megjegyzés:** minden térel kötelező. A részletes megoldásokat a vizsgalapra kell írni (a piszkozatokat nem veszik figyelembe). 10 pont jár hivatalból. Az effektív munkaidő 3 óra.

**Concursul de admitere (nivel licență) - sesiunea septembrie 2015**  
**BAREM pentru proba scrisă la MATEMATICĂ**

<b>OFICIU</b>	<b>.....10 puncte</b>
<b>SUBIECTUL I</b>	<b>.....30 puncte</b>
1. Forma algebrică a lui $z$	.....6 puncte
Calculul lui $ z^{10} $	.....4 puncte
2. Calculul lui $A^3$	.....4 puncte
Calculul lui $A^6$	.....2 puncte
Calculul lui $A^{2019}$	.....4 puncte
3. Verificarea elementelor din $\mathbb{Z}_8$ dacă sunt soluții	.....8 puncte
Mulțimea soluțiilor	.....2 puncte
<b>SUBIECTUL II</b>	<b>.....30 puncte</b>
1. Intersecția cu $Ox$	.....4 puncte
Intersecția cu $Oy$	.....2 puncte
2. Calculul lui $f'$	.....2 puncte
Rezolvarea ecuației $f'(x) = 0$	.....3 puncte
Studiul monotoniei	.....2 puncte
3. Calculul lui $f''$	.....2 puncte
Rezolvarea ecuației $f''(x) = 0$	.....3 puncte
Studiul convexității	.....2 puncte
4. Descompunerea în primitive calculabile cu formule cunoscute	.....6 puncte
Soluția	.....4 puncte
<b>SUBIECTUL III</b>	<b>.....30 puncte</b>
1.	.....20 puncte
(a) Coordonatele centrului de greutate	.....4 puncte
Aria	.....4 puncte
(b) Distanța	.....4 puncte
(c) Coordonatele punctului $D$	.....8 puncte
2. Reducerea la ecuație de gradul doi și rezolvarea acesteia	.....5 puncte
Soluțiile ecuației trigonometrice	.....5 puncte

**Notă:** Orice altă variantă de rezolvare corectă se puntează corespunzător.