Modele de subiect de matematică pentru proba scrisă a Examenului de licenţă, sesiunea iulie şi februarie 2013
Specializarea: Matematică informatică

Varianta 1

Algebră

Să se discute după parametrul real α compatibilitatea sistemului de mai jos, apoi să se rezolve în $\mathbb{R}^4$:

$$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + \ 4x_4 = 3 \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + \ 7x_4 = 1 \\ 8x_1 - 6x_2 - \ x_3 - \ 5x_4 = 9 \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 = \alpha \end{cases}.$$

Analiză

1. Formula lui Leibniz-Newton: enunţ şi demonstraţie
2. Pentru fiecare $a > 0$, stabiliţi natura seriei

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)...(a+n)}.$$

Geometrie

1. Parabola (definiţie, ecuaţia redusă, proprietatea optică).
2. Pe parabola de ecuaţie $y^2 = 2px$ se iau trei puncte distincte A, B, C. Tangentele în A, B, C la parabolă determină un triunghi $A'B'C'$. Să se demonstreze că dreapta care uneşte centrele de greutate ale triunghiurilor ABC şi $A'B'C'$ este paralelă cu axa Ox.

Varianta 2

Algebră

1. Definiţi noţiunile: omomorfism de grupuri şi omomorfism de inele.
2. Să se arate că dacă f este un endomorfism al grupului $(\mathbb{Z}, +)$ atunci

$$f(x) = f(1) \cdot x, \ \forall x \in \mathbb{Z}.$$

3. Să se determine omomorfismele inelului $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$.

Analiză

1. Primul criteriu al comparaţiei pentru serii cu termeni pozitivi: enunţ şi demonstraţie

2. Scrieţi formula lui Maclaurin de ordinul n pentru funcţia

$$f :]-\infty, 1[\to \mathbb{R}, \quad f(x) = (x+1)\ln(1-x).$$

Geometrie

1. Hiperbola: definiţie, deducerea ecuaţiei reduse.

2. Fie punctele $A(0,a)$, $B(b,0)$, $C(c,0)$, $(a,b,c>0)$, raportate la reperul cartezian ortonormat $x0y$.

a) Determinaţi coordonatele ortocentrului H, ale centrului de greutate G şi ale centrului cercului circumscris O ale triunghiului ABC.

b) Demonstraţi că punctele H, G, O sunt coliniare.