

MUSTER-THEMEN

MATHE-INFO BBU Wettbewerb und AUFNAHMEPRÜFUNG 2018 Schriftliche Prüfung in MATHEMATIK

TEIL A

MAN BEACHTE: Bei jeder Aufgabe aus Teil A ist wenigstens eine Antwort richtig, es können jedoch auch mehrere Antworten richtig sein.

1. (5 Punkte) Gegeben seien die Punkte $A(2m^2, m+3)$, $B(-1, 1)$ und $C(3, 5)$ in der xOy -Ebene. Die Punkte A , B und C sind für den folgenden Wert $m \in \mathbb{R}$ kollinear:

- A -1 ; B 1 ; C $-\frac{1}{2}$; D $\frac{1}{2}$; E 0 .

2. (5 Punkte) Eine im Intervall $[0, 2\pi]$ liegende Lösung der Gleichung $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 0$ ist:

- A $\frac{5\pi}{4}$; B $\frac{5\pi}{6}$; C $\frac{\pi}{3}$; D $\frac{11\pi}{6}$; E $\frac{\pi}{4}$.

3. (5 Punkte) Es seien X eine Menge mit 3 und Y eine Menge mit 2 Elementen. Die Anzahl der Funktionen $f: X \rightarrow Y$ beträgt:

- A C_3^2 ; B A_3^2 C 0 ; D 8 ; E 9 .

4. (5 Punkte) Es seien $x_1, x_2 \in \mathbb{C}$ die Lösungen der Gleichung $x^2 - 2x + 3 = 0$. Der Wert von $x_1^2 + x_2^2$ beträgt:

- A 3 ; B $\frac{2}{3}$; C $\frac{3}{2}$; D 1 ; E -2 .

5. (5 Punkte) Es seien $a \in \mathbb{R}^*$ und die Funktion $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{x - 1}$. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- A der Graph von f hat 2 Asymptoten; B der Graph von f hat 3 Asymptoten;
 C f ist auf $(1, \infty)$ fallend; D f ist auf $(1, \infty)$ wachsend;
 E f ist auf $(0, \infty) \setminus \{1\}$ monoton.

6. (5 Punkte) Es sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 e^x$. Die Ableitung der 2. Ordnung der Funktion f ist:

- A $f''(x) = (x^2 + 2x + 2)e^x$; B $f''(x) = (x^2 + 4x + 2)e^x$; C $f''(x) = 2e^x$;
 D $f''(x) = (2x^2 + x + 2)e^x$; E $f''(x) = 2(x^2 + x + 1)e^x$.

TEIL B

1. (10 Punkte) Gegeben seien $\triangle ABC$ sowie die Punkte $N \in (AB)$, $P \in (BC)$ und $Q \in (AC)$ so, dass $AN = 2BN$, $BP = 2CP$ und $CQ = 2AQ$ sind. Man drücke die Vektoren \overrightarrow{NP} , \overrightarrow{PQ} und \overrightarrow{QN} in Abhängigkeit von den Vektoren \overrightarrow{AB} und \overrightarrow{AC} aus.

2. a) (10 Punkte) Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. Man bestimme $A + A^2 + \dots + A^{2018}$.

b) (15 Punkte) Auf \mathbb{R} wird die Verknüpfung „ $*$ “ durch $x * y = xy + ax + ay + b$ erklärt. Man bestimme $a, b \in \mathbb{Z}$ mit $|a| \leq 2$ und $|b| \leq 2$, so dass $(\mathbb{R}, *)$ ein Monoid ist.

3. Es sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \min\{x, x^2, x^3\}$.

a) (15 Punkte) Man zeichne das Schaubild der Funktion f .

b) (10 Punkte) Man berechne $\int_{1/2}^2 f(x)dx$.

BEMERKUNGEN:

Alle Themen sind verpflichtend. Die Bewertung fängt mit 10 Punkten an.

Die Bearbeitungszeit beträgt 3 Stunden.