

## MUSTER-THEMEN

### MATHE-INFO BBU Wettbewerb und AUFNAHMEPRÜFUNG 2018 Schriftliche Prüfung in MATHEMATIK

#### TEIL A

**MAN BEACHTE:** Bei jeder Aufgabe aus Teil A ist wenigstens eine Antwort richtig, es können jedoch auch mehrere Antworten richtig sein.

1. (5 Punkte) Gegeben seien die Punkte  $A(2m^2, m+3)$ ,  $B(-1, 1)$  und  $C(3, 5)$  in der  $xOy$ -Ebene. Die Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  sind für den folgenden Wert  $m \in \mathbb{R}$  kollinear:

- A  $-1$ ;  B  $1$ ;  C  $-\frac{1}{2}$ ;  D  $\frac{1}{2}$ ;  E  $0$ .

2. (5 Punkte) Eine im Intervall  $[0, 2\pi]$  liegende Lösung der Gleichung  $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 0$  ist:

- A  $\frac{5\pi}{4}$ ;  B  $\frac{5\pi}{6}$ ;  C  $\frac{\pi}{3}$ ;  D  $\frac{11\pi}{6}$ ;  E  $\frac{\pi}{4}$ .

3. (5 Punkte) Es seien  $X$  eine Menge mit 3 und  $Y$  eine Menge mit 2 Elementen. Die Anzahl der Funktionen  $f: X \rightarrow Y$  beträgt:

- A  $C_3^2$ ;  B  $A_3^2$ ;  C  $0$ ;  D  $8$ ;  E  $9$ .

4. (5 Punkte) Es seien  $x_1, x_2 \in \mathbb{C}$  die Lösungen der Gleichung  $x^2 - 2x + 3 = 0$ . Der Wert von  $x_1^2 + x_2^2$  beträgt:

- A  $3$ ;  B  $\frac{2}{3}$ ;  C  $\frac{3}{2}$ ;  D  $1$ ;  E  $-2$ .

5. (5 Punkte) Es seien  $a \in \mathbb{R}^*$  und die Funktion  $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{x - 1}$ . Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- A der Graph von  $f$  hat 2 Asymptoten;  B der Graph von  $f$  hat 3 Asymptoten;  
 C  $f$  ist auf  $(1, \infty)$  fallend;  D  $f$  ist auf  $(1, \infty)$  wachsend;  
 E  $f$  ist auf  $(0, \infty) \setminus \{1\}$  monoton.

6. (5 Punkte) Es sei  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 e^x$ . Die Ableitung der 2. Ordnung der Funktion  $f$  ist:

- A  $f''(x) = (x^2 + 2x + 2)e^x$ ;  B  $f''(x) = (x^2 + 4x + 2)e^x$ ;  C  $f''(x) = 2e^x$ ;  
 D  $f''(x) = (2x^2 + x + 2)e^x$ ;  E  $f''(x) = 2(x^2 + x + 1)e^x$ .

#### TEIL B

1. (10 Punkte) Gegeben seien  $\triangle ABC$  sowie die Punkte  $N \in (AB)$ ,  $P \in (BC)$  und  $Q \in (AC)$  so, dass  $AN = 2BN$ ,  $BP = 2CP$  und  $CQ = 2AQ$  sind. Man drücke die Vektoren  $\overrightarrow{NP}$ ,  $\overrightarrow{PQ}$  und  $\overrightarrow{QN}$  in Abhängigkeit von den Vektoren  $\overrightarrow{AB}$  und  $\overrightarrow{AC}$  aus.

2. a) (10 Punkte) Gegeben sei die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ . Man bestimme  $A + A^2 + \dots + A^{2018}$ .

b) (15 Punkte) Auf  $\mathbb{R}$  wird die Verknüpfung „ $*$ “ durch  $x * y = xy + ax + ay + b$  erklärt. Man bestimme  $a, b \in \mathbb{Z}$  mit  $|a| \leq 2$  und  $|b| \leq 2$ , so dass  $(\mathbb{R}, *)$  ein Monoid ist.

**3.** Es sei  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \min\{x, x^2, x^3\}$ .

**a) (15 Punkte)** Man zeichne das Schaubild der Funktion  $f$ .

**b) (10 Punkte)** Man berechne  $\int_{1/2}^2 f(x)dx$ .

**BEMERKUNGEN:**

Alle Themen sind verpflichtend. Die Bewertung fängt mit 10 Punkten an.

Die Bearbeitungszeit beträgt 3 Stunden.