

## Continuitate și derivabilitate

**Ex. 1.** Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funcția definită prin

$$f(x) = \frac{x^2 e^x - e^{2x} - 1}{e^x} + 2022, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor afirmații:

- A**  $f'(0) = f''(0) = 0$ ;
- B** 0 nu este punct de extrem local al funcției  $f$ ;
- C** Funcția  $f'$  este strict monotonă;
- D** 0 este punct de extrem global al funcției  $f''$ .

**Ex. 2.** Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funcția definită prin

$$f(x) = \left| \begin{array}{cc} 1 & 1 \\ e^x & e^{-x} \end{array} \right|, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor afirmații:

- A**  $f$  este ori de câte ori derivabilă pe  $\mathbb{R}$ ;
- B**  $f$  este bijectivă;
- C** Derivata  $f^{(2021)}$  este concavă;
- D** Derivata  $f^{(2022)}$  este convexă.

**Ex. 3.** Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funcția definită prin

$$f(x) = |x + (1 - x)i|, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor afirmații:

- A**  $f$  este continuă;
- B**  $f$  este monotonă;
- C**  $f$  are un singur punct de extrem global;
- D**  $f$  este concavă.

**Ex. 4.** Fie  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funcțiile definite prin

$$f(x) = \min\{-x, 0\} \quad \text{și} \quad g(x) = [f(x)]^4, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor afirmații:

- A**  $f$  este continuă și  $g$  este derivabilă;
- B**  $f$  este convexă și concavă pe  $(-\infty, 0)$ ;
- C**  $g$  este convexă și concavă pe  $(0, +\infty)$ ;
- D** Un număr real  $x_0$  este punct de extrem al funcției  $f$  dacă și numai dacă el este punct de extrem al funcției  $g$ .

**Ex. 5.** Fie  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funcțiile definite prin

$$f(x) = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \quad \text{și} \quad g(x) = (\arctg x) + 2022, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor afirmații:

- A**  $f$  și  $g$  sunt strict monotone;
- B** Graficele funcțiilor  $f$  și  $g$  au aceleași asimptote;
- C** Ecuația  $f(x) = g(x)$  nu are soluții în  $\mathbb{R}$ ;
- D** Inecuația  $f(x) < g(x)$  are o infinitate de soluții în  $\mathbb{R}$ ;