

Vectori

Fie ABC un triunghi oarecare și M un punct în interiorul său. Notăm cu s_A, s_B, s_C și s ariile triunghiurilor MBC, MCA, MAB și ABC . Să se demonstreze că:

$$\vec{r}_M = \frac{1}{s}(s_A \vec{r}_A + s_B \vec{r}_B + s_C \vec{r}_C),$$

unde $\vec{r}_M, \vec{r}_A, \vec{r}_B$ și \vec{r}_C sunt vectorii de poziție ai punctelor M, A, B și C .

Cazuri particulare

1) Dacă M este centrul de greutate G al triunghiului ABC , atunci:

$$\vec{r}_G = \frac{1}{3}(\vec{r}_A + \vec{r}_B + \vec{r}_C).$$

2) Dacă M este centrul cercului înscris I al triunghiului ABC , atunci:

$$\vec{r}_I = \frac{1}{a+b+c}(a\vec{r}_A + b\vec{r}_B + c\vec{r}_C),$$

unde a, b, c sunt lungimile laturilor triunghiului ABC .

3) Dacă M este ortocentrul H al triunghiului ABC , atunci:

$$\vec{r}_H = \frac{1}{\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C}(\operatorname{tg} A \cdot \vec{r}_A + \operatorname{tg} B \cdot \vec{r}_B + \operatorname{tg} C \cdot \vec{r}_C).$$

4) Dacă M este centrul cercului circumscris O al triunghiului ABC , atunci:

$$\vec{r}_O = \frac{1}{\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C}(\sin 2A \cdot \vec{r}_A + \sin 2B \cdot \vec{r}_B + \sin 2C \cdot \vec{r}_C).$$