9 noiembrie 2019 Lect. dr. Daniel Văcăreţu

Vectori

Fie ABC un triunghi oarecare şi M un punct în interiorul său. Notăm cu s_A, s_B, s_C şi s ariile triunghiurilor MBC, MCA, MAB şi ABC. Să se demonstreze că:

$$\vec{r}_M = \frac{1}{s}(s_A\vec{r}_A + s_B\vec{r}_B + s_C\vec{r}_C),$$

unde $\vec{r}_M$, $\vec{r}_A$, $\vec{r}_B$ şi $\vec{r}_C$ sunt vectorii de poziţie ai punctelor M, A, B şi C.

Cazuri particulare

1) Dacă M este centrul de greutate G al triunghiului ABC, atunci:

$$\vec{r}_G = \frac{1}{3}(\vec{r}_A + \vec{r}_B + \vec{r}_C).$$

2) Dacă M este centrul cercului înscris I al triunghiului ABC, atunci:

$$\vec{r}_I = \frac{1}{a+b+c}(a\vec{r}_A + b\vec{r}_B + c\vec{r}_C),$$

unde a, b, c sunt lungimile laturilor triunghiului ABC.

3) Dacă M este ortocentrul H al triunghiului ABC, atunci:

$$\vec{r}_H = \frac{1}{\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C}(\operatorname{tg} A \cdot \vec{r}_A + \operatorname{tg} B \cdot \vec{r}_B + \operatorname{tg} C \cdot \vec{r}_C).$$

4) Dacă M este centrul cercului circumscris O al triunghiului ABC, atunci:

$$\vec{r}_O = \frac{1}{\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C}(\sin 2A \cdot \vec{r}_A + \sin 2B \cdot \vec{r}_B + \sin 2C \cdot \vec{r}_C).$$