Universitatea Babeş-Bolyai
Facultatea de Matematică şi Informatică

EXAMEN DE LICENŢĂ
Proba scrisă - septembrie 2025
Specializarea Matematică informatică

SUBIECTUL I. Algebră

1. **(4 puncte)** Considerăm mulţimea $GL_2(\mathbb{Z}_2) = \{A \in M_2(\mathbb{Z}_2) | \det A \neq \hat{0}\}$.
   a) Să se arate că $GL_2(\mathbb{Z}_2)$ este parte stabilă în $M_2(\mathbb{Z}_2)$ în raport cu înmulţirea matricilor şi că $GL_2(\mathbb{Z}_2)$ împreună cu operaţia indusă este un grup.
   b) Câte elemente are $GL_2(\mathbb{Z}_2)$? Justificaţi răspunsul dat.
   c) Are grupul $(GL_2(\mathbb{Z}_2), \cdot)$ subgrupuri cu 2 elemente? Justificare.

2. **(5 puncte)** Fie $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ o transformare liniară de $\mathbb{R}$-spaţii vectoriale astfel ca
$$f(1,1,1) = (1,-1),\ f(1,1,0) = (1,1) \text{ şi } f(1,0,0) = (0,1).$$
   a) Să se arate că vectorii $(1,1,1),\ (1,1,0),\ (1,0,0)$ formează o bază B a spaţiului vectorial ${}_{\mathbb{R}}\mathbb{R}^3$ şi să se scrie matricea lui f în perechea de baze (B,E) (unde E este baza canonică a spaţiului vectorial ${}_{\mathbb{R}}\mathbb{R}^2$).
   b) Să se determine $f(x,y,z)$ (unde $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$).
   c) Să se determine dimensiunea nucleului lui f şi dimensiunea imaginii lui f (privite ca $\mathbb{R}$-spaţii vectoriale).

SUBIECTUL II. Analiză matematică

1. **(3 puncte)** Studiați prin discuție după parametrii reali α și β natura seriei de numere reale:
$$\sum_{n\geq 1} \frac{(1 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (4n-3))^\alpha}{(3 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot (4n-1))^\beta}.$$

2. **(3 puncte)** Scrieţi polinomul lui Taylor de rang arbitrar n, ataşat funcţiei f şi punctului $a = 0$, pentru $f : \mathbb{R}\backslash\{-2,-1\} \to \mathbb{R}$, unde
$$f(x) = \frac{x+4}{x^2+3x+2}, \quad \forall x \in \mathbb{R}\backslash\{-2,-1\}.$$

3. **(3 puncte)** Calculaţi
$$\int \frac{\sin x}{3+\cos x+\cos^2 x}dx.$$

SUBIECTUL III. Geometrie

1. (**5 puncte**) Punctul $A(3,-2)$ este unul dintre vârfurile pătratului $ABCD$, iar diagonalele pătratului se intersectează în punctul $M(1,1)$.
   a) Să se scrie ecuaţia dreptei AM şi să se determine coordonatele vârfului C.
   b) Să se determine ecuaţia dreptei BM.
   c) Să se scrie ecuaţia cercului circumscris pătratului şi să se determine coordonatele celorlate vârfuri ale pătratului.

2. **(4 puncte)** Axa de simetrie a unei parabole se află pe axa Ox, iar vârful său este în origine.
   a) Să se determine ecuația parabolei, știind că parabola trece prin punctul $A(2,4)$.
   b) Să se scrie ecuația tangentei la parabolă care este paralelă cu dreapta $y = 2x$.

Subiectul IV. Informatică

Notă pentru subiectul de Informatică:
Pentru rezolvarea problemelor 1 și 2 poate fi folosit unul din limbajele de programare C++, Python, Java sau C#.
Se va indica limbajul de programare folosit.
Pentru soluțiile oferite se pot folosi biblioteci existente (Python, C++, Java, C#).

1. **(2p)** Scrieți un program care:
   a) Implementează o clasă ***Person*** cu următoarele atribute protejate:
      - ***name*** de tip string,
      - ***age*** de tip întreg.

   Adăugaţi clasei:
      - un ***constructor*** cu parametri,
      - metodele ***get/set*** pentru toate atributele,
      - o metodă ***toString*** care returnează un string format din numele și vârsta persoanei separate prin spaţiu.

   b) Derivaţi clasa ***Student*** din clasa ***Person*** care are toate atributele clasei ***Person*** și adaugă atributul privat ***faculty*** de tip string. Adăugaţi metodele ***get/set*** pentru atributul nou adăugat. Metoda ***toString*** în cazul clasei ***Student*** va returna conţinutul metodei ***toString*** din clasa ***Person*** la care va concatena un spațiu și numele facultății.

2. **(2p)** Creaţi un vector cu două obiecte de tip ***Person*** și un obiect de tip ***Student.*** Scrieţi o funcție care primește vectorul creat ca parametru și returnează media de vârstă a persoanelor din vector.

3. **(2p)** Scrieţi liniile de cod lipsă din următoarea funcție pentru a determina obiectele de tip ***Student*** din vectorul ***stud*** *care* studiază la facultatea ***specificFaculty***. Se poate folosi funcţia *push_back* care inserează un element la finalul vectorului.

```
vector<Student> filter(const vector<Student>& stud, const string& specificFaculty){
    vector<Student> rez;
   ....
  return rez;}
```

4. **(2p)** Precizaţi ce se afişează în urma executării secvenţei de instrucţiuni de mai jos. Funcția *push_back* inserează un element la finalul vectorului, funcţia *pop_back* șterge ultimul element al vectorului, iar funcţia *back* returnează o referinţă la ultimul element din vector.

```
vector<Person> v;
v.push_back(Person("Alexandru", 23));
v.push_back(Student ("Tudor", 19, "Istorie"));
v.push_back(Person("Ana", 19));
v.push_back(Student("Maria", 20, "Chimie"));
v.pop_back();
v.pop_back();
cout<<v.back().toString()<<endl;
```

5. **(1p)** Explicaţi ce este legarea dinamică.

NOTĂ.
Toate subiectele sunt obligatorii. La toate subiectele se cer rezolvări cu soluţii complete.
Pentru fiecare subiect se acordă **1 punct** din oficiu. Nota minimă ce asigură promovarea este 5,00.
Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

Universitatea Babeş-Bolyai
Facultatea de Matematică şi Informatică

EXAMEN DE LICENŢĂ
Proba scrisă - septembrie 2025
Specializarea Matematică informatică
Barem de corectare

SUBIECTUL I. Algebră
Oficiu 1p

1. a) Pentru $A, B \in GL_2(\mathbb{Z}_2)$ avem $\det A \neq \hat{0}$ şi $\det B \neq \hat{0}$. Folosind faptul că $\mathbb{Z}_2$ este corp, deci inel fără divizori ai lui 0, avem $\det(AB) = \det A \det B \neq \hat{0}$, adică $AB \in GL_2(\mathbb{Z}_2)$ 0.5p
Faptul că $(GL_2(\mathbb{Z}_2), \cdot)$ este grup rezultă din cele de mai jos:
$GL_2(\mathbb{Z}_2)$ fiind parte stabilă în monoidul $(M_2(\mathbb{Z}_2), \cdot)$,
moşteneşte asociativitatea înmulţirii matricelor 0.5p
Evident $I_2 = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix} \in GL_2(\mathbb{Z}_2)$ (căci $\det I_2 = \hat{1} \neq \hat{0}$), adică avem element unitate...........0.5p
Mai mult, $\mathbb{Z}_2$ fiind corp, fiecare matrice $A \in GL_2(\mathbb{Z}_2)$ este inversabilă în $M_2(\mathbb{Z}_2)$
şi $\det A^{-1} = (\det A)^{-1} \neq \hat{0}$, deci $A^{-1} \in GL_2(\mathbb{Z}_2)$. 0.5p

b) Evident $|M_2(\mathbb{Z}_2)| = 2^4 = 16$. Pe de altă parte $M_2(\mathbb{Z}_2) \setminus GL_2(\mathbb{Z}_2) = \{A \in M_2(\mathbb{Z}_2) \mid \det A = \hat{0}\} =$
$\left\{ \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{1} \\ \hat{1} & \hat{1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{1} & \hat{0} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{1} \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{1} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{1} & \hat{1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{1} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{1} & \hat{0} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix} \right\}$,
deci $|GL_2(\mathbb{Z}_2)| = 16 - 10 = 6$..1p
Alternativ, putem căuta direct matricele din $M_2(\mathbb{Z}_2)$ care au determinantul $\hat{1}$ şi obţinem
$GL_2(\mathbb{Z}_2) = \left\{ \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{1} \\ \hat{1} & \hat{0} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{1} \\ \hat{1} & \hat{0} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{1} \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{1} & \hat{1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{1} \\ \hat{1} & \hat{1} \end{pmatrix} \right\}$, deci $|GL_2(\mathbb{Z}_2)| = 6$.

c) $H = \left\{ \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{1} \\ \hat{1} & \hat{0} \end{pmatrix} \right\}$ este un subgrup cu 2 elemente în grupul $GL_2(\mathbb{Z}_2)$, deoarece $\begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{1} \\ \hat{1} & \hat{0} \end{pmatrix}^2 = I_2$,
deci avem stabilitate, $I_2 \in H$ şi $\begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{1} \\ \hat{1} & \hat{0} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{1} \\ \hat{1} & \hat{0} \end{pmatrix} \in H$ 1p

2. a) Matricea de trecere de la baza canonică din ${}_{\mathbb{R}}\mathbb{R}^3$ la sistemul de vectori B este $T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, care este inversabilă, căci $\det T = -1 \neq 0$. Deci B este o bază în ${}_{\mathbb{R}}\mathbb{R}^3$..................................1p
Folosind definiţia matricei unei transformări liniare, avem că $[f]_{B,E} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 1p

b) Determinăm coordonatele $x', y', z' \in \mathbb{R}$ ale lui (x, y, z) în baza B:

$$(x, y, z) = x'(1,1,1) + y'(1,1,0) + z'(1,0,0) \;\Leftrightarrow\; \begin{cases} x' + y' + z' = x \\ x' + y' = y \\ x' = z \end{cases}$$

Soluţia sistemului este $x' = z, y' = y - z, z' = x - y$ 1p
(*Alternativ*, folosind matricea de trecere $\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = T^{-1} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z \\ y - z \\ x - y \end{pmatrix}$.)
Acum, folosind liniaritatea lui f, avem $f(x, y, z) = f(x'(1,1,1) + y'(1,1,0) + z'(1,0,0)) =$
$= x'f(1,1,1) + y'f(1,1,0) + z'f(1,0,0) = z(1,-1) + (y - z)(1,1) + (x - y)(0,1) = (y, x - 2z)$ ... 1p
Alternativ pentru tot subpunctul b), E' fiind baza canonică în ${}_{\mathbb{R}}\mathbb{R}^3$, avem

$$[f]_{E',E} = [f]_{B,E}T^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix},$$

deci $f(x,y,z)^t = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ x-2z \end{pmatrix}$.

c) $\operatorname{Ker} f = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | f(x,y,z) = (y, x-2z) = (0,0)\} = \{(2t,0,t) | t \in \mathbb{R}\} = \langle (2,0,1) \rangle$, deci vectorul $(2,0,1)$ formează (singur) o bază în ${}_{\mathbb{R}}\operatorname{Ker} f$ şi $\dim_{\mathbb{R}} \operatorname{Ker} f = 1$ 0.5p

$\dim_{\mathbb{R}} \operatorname{Im} f = \dim_{\mathbb{R}} \mathbb{R}^3 - \dim_{\mathbb{R}} \operatorname{Ker} f = 3 - 1 = 2$ 0.5p

Alternativ, se poate proceda astfel:

Notând $b_1 = (1,1,1)$, $b_2 = (1,1,0)$, $b_3 = (1,0,0)$, avem $\operatorname{Im} f = f(\langle b_1, b_2, b_3 \rangle) = \langle f(b_1), f(b_2), f(b_3) \rangle$,

$\dim_{\mathbb{R}} \operatorname{Im} f = \dim \langle f(b_1), f(b_2), f(b_3) \rangle = \operatorname{rang}[f]_{B,E} = \operatorname{rang} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 2$ 0.5p

iar $\dim_{\mathbb{R}} \operatorname{Ker} f = \dim_{\mathbb{R}} \mathbb{R}^3 - \dim_{\mathbb{R}} \operatorname{Im} f = 3 - 2 = 1$ 0.5p

NOTĂ: Orice altă soluţie corectă va fi punctată corespunzător.

Universitatea Babeş-Bolyai
Facultatea de Matematică şi Informatică

EXAMEN DE LICENŢĂ
Proba scrisă - septembrie 2025
Specializarea Matematică Informatică
Barem de corectare

SUBIECTUL II. Analiză matematică

Oficiu 1p

1. Vom folosi criteriul lui Raabe-Duhamel: *fie* $\sum\limits_{n\geq 1} a_n$ *o serie cu termeni pozitivi. Dacă*

$$\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}-1\right)=\lambda,$$

atunci: 1) *pentru* $\lambda>1$ *seria este convergentă;* 2) *pentru* $\lambda<1$ *seria este divergentă.*

.... 0.25p

Notăm

$$a_n=\frac{(1\cdot 5\cdot\ldots\cdot(4n-3))^\alpha}{(3\cdot 7\cdot\ldots\cdot(4n-1))^\beta},\quad n=1,2,3,\ldots$$

Atunci

$$\begin{aligned}\lambda &= \lim_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}-1\right)=\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{(4n+3)^\beta}{(4n+1)^\alpha}-1\right)=\\ &= \lim_{n\to\infty} n\left(n^{\beta-\alpha}\frac{\left(4+\frac{3}{n}\right)^\beta}{\left(4+\frac{1}{n}\right)^\alpha}-1\right)=\begin{cases}+\infty, & \text{ha} \quad \beta>\alpha\\ -\infty, & \text{ha} \quad \beta<\alpha.\end{cases}\end{aligned}$$

.... 0.75p

Astfel $\sum\limits_{n\geq 1} a_n$ este convergentă, dacă $\alpha<\beta$, respectiv $\sum\limits_{n\geq 1} a_n$ este divergentă, dacă $\alpha>\beta$.

.... 0.25p

Cazul $\alpha=\beta$: folosind regula lui L'Hospital obținem

$$\begin{aligned}\lambda &= \lim_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}-1\right)=\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{(4n+3)^\alpha}{(4n+1)^\alpha}-1\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{4+\frac{3}{n}}{4+\frac{1}{n}}\right)^\alpha-1}{\frac{1}{n}}=\\ &= \lim_{x\searrow 0}\frac{\left(\frac{4+3x}{4+x}\right)^\alpha-1}{x}=\lim_{x\searrow 0}\alpha\left(\frac{4+3x}{4+x}\right)^{\alpha-1}\cdot\frac{8}{(4+x)^2}=\frac{8\alpha}{16}=\frac{\alpha}{2}.\end{aligned}$$

.... 0.75p

Conform criteriului Raabe-Duhamel: $\sum\limits_{n\geq 1} a_n$ este convergentă, dacă $\alpha=\beta>2$, respectiv $\sum\limits_{n\geq 1} a_n$ este divergentă, dacă $\alpha=\beta<2$.

.... 0.25p

Dacă $\alpha=\beta=2$, atunci

$$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\left(\frac{4n+1}{4n+3}\right)^2>\frac{n}{n+1},$$

pentru orice $n\geq 1$. Astfel șirul $(na_n)_{n\geq 1}$ este strict crescător, deci $na_n\geq a_1$, pentru orice $n\geq 1$, adică $a_n\geq\frac{1}{9n}$, pentru orice $n\geq 1$.

.... 0.50p

Cum seria armonică $\sum\limits_{n\geq 1}\frac{1}{n}$ este divergentă, rezultă că seria $\sum\limits_{n\geq 1} a_n$ este tot divergentă.

.... 0.25p

2. Polinomului lui Taylor de rang n ataşat unui funcţii f şi punctului $a = 0$ este funcţia

$$T_{n;0}f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

având expresia

$$T_{n;0}f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^k(0)}{k!} x^k, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

.... 0.25p

Funcţia f este indefinit derivabilă pe $R\backslash\{-2, -1\}$ fiind o compunere de funcţii elementare. 0.25p

Considerând un $x \in \mathbb{R}\backslash\{-2, -1\}$ şi împărţim raportul iniţial în fracţii simple.

$$\frac{x+1}{x^2+3x+2} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} = \frac{3}{x+1} - \frac{2}{x+2}.$$

.... 0.25p

Pentru o constantă oarecare b, calculăm prin inducţie matematică derivatele de ordin arbitrar n ale funcţiei

$$g : \mathbb{R}\backslash\{b\} \to \mathbb{R} \quad \text{cu} \quad g(x) = \frac{1}{x+b} = (x+b)^{-1}.$$

Deci

$$g'(x) = (-1)(x+b)^{-2}, \quad g"(x) = (-1)(-2)(x+b)^{-3} \quad ... \quad g^{(n)}(x) = (-1)(-2)...(-n)(x+b)^{-(n+1)}$$
$$g^{(n)} = (-1)^n n!(x+b)^{-(n+1)}.$$

.... 0.75p

Aplicând rezultatul de mai sus funcţiei f găsim

$$f^{(n)}(x) = 3(-1)^n n!(x+1)^{-(n+1)} - 2 \cdot (-1)^n n!(x+2)^{-(n+1)} = (-1)^n n! \cdot \left(\frac{3}{(x+1)^{n+1}} - \frac{2}{(x+2)^{n+1}} \right)$$

Prin urmare

$$f^{(n)}(0) = (-1)^n n! \cdot \left(\frac{3}{(0+1)^{n+1}} - \frac{2}{(0+2)^{n+1}} \right) = (-1)^n n! \cdot \left(3 - 2^{-n}\right)$$

.... 1p

În concluzie,

$$T_{n;0}f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k k! \cdot \left(3 - 2^{-k}\right)}{k!} x^k = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \cdot \left(3 - 2^{-k}\right) x^k = \sum_{k=0}^{n} \left(3 - 2^{-k}\right)(-x)^k.$$

.... 0.5p

3. Facem schimbarea de variabilă $\cos x = t$, atunci

$$-\sin x dx = dt$$

.... 1p

Obţinem

$$I = \int \frac{\sin x}{3 + \cos x + \cos^2 x} dx = -\int \frac{dt}{3 + t + t^2}$$

.... 1p

Deci

$$I = \int \frac{-dt}{\left(t + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4}} = -\frac{2}{\sqrt{11}} \arctan \frac{2\left(t + \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{11}} + \mathcal{C} = -\frac{2}{\sqrt{11}} \arctan \frac{2t+1}{\sqrt{11}} + \mathcal{C} =$$
$$= -\frac{2}{\sqrt{11}} \arctan \frac{2\cos x + 1}{\sqrt{11}} + \mathcal{C}.$$

.... 1p

NOTĂ: Orice altă soluţie corectă va fi punctată corespunzător.

Universitatea Babeş-Bolyai
Facultatea de Matematică şi Informatică

EXAMEN DE LICENŢĂ
Proba scrisă - septembrie 2025
Specializarea Matematică informatică
Barem de corectare

SUBIECTUL III. Geometrie

Oficiu 1p

1. a) Avem ecuaţia $AM : 3x + 2y - 5 = 0$ 1p

M este mijlocul segmentului $[AC]$ de unde aflăm $C(-1, 4)$ 0.5p

b) Dreapta BM este perpendiculară pe AM, deci $m_{BM} = \frac{2}{3}$ 1p

Ecuaţia dreptei $BM : y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$ 0.5p

c) Cercul are centrul $M(1, 1)$ şi raza $r = AM = \sqrt{13}$, deci ecuaţia acestuia este

$$\mathcal{C} : (x-1)^2 + (y-1)^2 = 13.$$

.... 1p

Punctele B şi D se află la intersecţia diagonalei BM cu cercul $\mathcal{C}$.

Rezolvând sistemul determinat de ecuaţiile dreptei şi respectiv cercului, se află că vârfurile B şi D au coordonatele $(4, 3)$ şi $(-2, -1)$, într-o oarecare ordine. 1p

2. a) Ecuația parabolei este de forma $\mathcal{P} : y^2 = 2px$. 0.5p

$A(2, 4) \in \mathcal{P} \Leftrightarrow 16 = 2p \cdot 2 \Leftrightarrow p = 4 \Rightarrow y^2 = 8x$ 1p

b) Tangenta este paralelă cu dreapta $d \Leftrightarrow m_t = m_d = 2$. 0.5p

Totodată ecuația tangentei este $yy_0 = 4(x + x_0) \Rightarrow m_t = \frac{4}{y_0}$. Deci $m_t = \frac{4}{y_0} = 2 \Rightarrow y_0 = 2$. 1p

Punctul de tangență $M_0(x_0, y_0)$ aparține parabolei, deci $2^2 = 8 \cdot x_0 \Rightarrow x_0 = \frac{1}{2}$. 0.5p

Tangenta este: $yy_0 = 4(x + x_0) \Leftrightarrow 2y = 4(x + \frac{1}{2}) \Leftrightarrow t : y = 2x + 1$ 0.5p

NOTĂ: Orice altă soluţie corectă va fi punctată corespunzător.

UNIVERSITATEA BABEŞ -BOLYAI CLUJ-NAPOCA
FACULTATEA DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

Barem Subiect Informatică
Proba 1: Evaluarea cunoştinţelor fundamentale şi de specialitate
Examen de licenţă septembrie 2025
Specializarea Matematică Informatică

Subiect Informatică

1. a) Definitie clasa Person (constructor, metode, acces la date).......................... b) Definitie clasa derivata Student (mostenire, constructor, metoda)......	**2p** 1p 1p
2. Creare vector.. Calcul medie de varsta………..	**2p** 1p 1p
3. Iterare elemente…………………………………………………………………… Comparare elemente ………………………………………………………….. Actualizare rezultat …………………………………………………………..	**2p** 0.5p 1p 0.5p
4. Indicarea corecta a rezultatului afisat ………………………………………...	**2p** 2p
5. Explicarea teoretica	**1p** 1p

Notă:
(1p) Oficiu