

## FIȘA DISCIPLINEI

### Analiză reală

Anul universitar 2026-2027

#### 1. Date despre program

1.1. Instituția de învățământ superior	Universitatea Babeș-Bolyai
1.2. Facultatea	Matematică și Informatică
1.3. Departamentul	Matematică
1.4. Domeniul de studii	Matematică
1.5. Ciclul de studii	Licență
1.6. Programul de studii / Calificarea	Matematică
1.7. Forma de învățământ	cu frecvență

#### 2. Date despre disciplină

2.1. Denumirea disciplinei	<b>Analiză reală</b>	Codul disciplinei	<b>MLR0074</b>		
2.2. Titularul activităților de curs	Conf. dr. Adriana Nicolae				
2.3. Titularul activităților de seminar	Conf. dr. Adriana Nicolae				
2.4. Anul de studiu	<b>2</b>	2.5. Semestrul	<b>4</b>	2.6. Tipul de evaluare	<b>Colocviu</b>
2.7. Regimul disciplinei	<b>Obligativu</b>	2.8. Tipul disciplinei	<b>Disciplină fundamentală (DF)</b>		

#### 3. Timpul total estimat (ore pe semestru al activităților didactice)

3.1. Număr de ore pe săptămână	<b>4</b>	din care: 3.2. curs	<b>2</b>	3.3. seminar/ laborator/ proiect	<b>2</b>
3.4. Total ore din planul de învățământ	<b>56</b>	din care: 3.5. curs	<b>28</b>	3.6 seminar/laborator	<b>28</b>
<b>Distribuția fondului de timp pentru studiul individual (SI) și activități de autoinstruire (AI)</b>					<b>ore</b>
Studiul după manual, suport de curs, bibliografie și notițe (AI)					25
Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate și pe teren					10
Pregătire seminare/ laboratoare/ proiecte, teme, referate, portofolii și eseuri					20
Tutoriat (consiliere profesională)					4
Examinări					10
Alte activități					
<b>3.7. Total ore studiu individual (SI) și activități de autoinstruire (AI)</b>				<b>69</b>	
<b>3.8. Total ore pe semestru</b>				<b>125</b>	
<b>3.9. Numărul de credite</b>				<b>5</b>	

#### 4. Precondiții (acolo unde este cazul)

4.1. de curriculum	Analiză matematică 1, 2; Logică matematică și teoria mulțimilor
4.2. de competențe	Gândire analitică

#### 5. Condiții (acolo unde este cazul)

5.1. de desfășurare a cursului	Amfiteatru echipat cu tablă și cretă
5.2. de desfășurare a seminarului/ laboratorului	Sală de seminar echipată cu tablă și cretă

**6.1. Competențele dobândite în urma absolvirii programului de studii (se preiau din planul de învățământ)<sup>1</sup>**

<b>Competențe profesionale</b>	
<b>Codul competenței</b>	<b>Competență</b>
<b>CP1</b>	dezvolta strategii de soluționare a problemelor
<b>CP6</b>	gândește în mod abstract
<b>CP8</b>	studiază relații între cantități
<b>Competențe transversale</b>	
<b>Codul competenței</b>	<b>Competență</b>
<b>CT4</b>	Soluționează probleme
<b>CT5</b>	Gândește analitic

**6.2. Rezultatele învățării specifice programului de studii (se preiau din planul de învățământ)<sup>2</sup>**

<b>Rezultatele învățării vizate prin disciplină</b>		
<b>Codul competenței</b>	<b>Cunoștințe și înțelegere (Knowledge and understanding)</b>	<b>Abilități academice specifice (Specific academic skills)</b>
<b>CP1, CP8</b>	3. Studentul/absolventul formulează observații și diferențiază noțiuni, proprietăți și aserțiuni din disciplinele de bază ale matematicii prin exemple și contraexemplu.	3. Studentul/absolventul identifică și descrie elementele esențiale din construcția demonstrațiilor unor aserțiuni matematice (leme, propoziții, teoreme), recunoaște erorile de raționament și le corectează.
<b>CP6</b>	4. Studentul/absolventul definește conceptele de bază din discipline avansate de matematică din curriculum.	4. Studentul/absolventul răspunde la întrebări și formulează corect și riguros enunțurile unor aserțiuni matematice (leme, propoziții, teoreme) din disciplinele din curriculum.
<b>CT4</b>	2. Studentul/absolventul compară și distinge noțiunile înrudite și proprietățile acestora din disciplinele de bază ale matematicii.	2. Studentul/absolventul recunoaște și analizează condițiile necesare și/sau suficiente din enunțul aserțiunilor matematice și specifică rolul acestora în demonstrație.
<b>CT5</b>	5. Studentul/absolventul compară și distinge noțiunile înrudite și proprietățile acestora din discipline avansate de matematică din curriculum.	5. Studentul/absolventul reproduce și analizează ipotezele și concluziile din aserțiunile matematice și discută modul în care acestea se pot lega în cadrul demonstrației.

**7. Rezultatele învățării specifice disciplinei**

<b>Cunoștințe și înțelegere (Knowledge and understanding)</b>
1. Studentul a dobândit cunoștințe de bază specifice disciplinei: $\sigma$ -algebre, măsuri, măsura exterioară Lebesgue, măsura Lebesgue, integrarea funcțiilor măsurabile, teoreme limită, spații $L^p$ , teorema lui Fubini.
2. Studentul înțelege noțiuni fundamentale de teoria măsurii și a integrării, precum și metode de aplicare a acestora în domenii științifice conexe matematicii și informaticii.

<sup>1</sup> Se vor prelua din Planul de învățământ al programului de studii acele competențe profesionale și/sau transversale la dezvoltarea cărora contribuie disciplina pentru care se elaborează fișa disciplinei. Pentru fiecare competență se va prelua întregul enunț, inclusiv codul competenței, cu formularea care apare în planul de învățământ, fără modificări. Dacă nu se preia nici o competență din oricare din cele două categorii, se șterge linia din tabel aferentă acelei categorii.

<sup>2</sup> Se menționează rezultatele învățării specifice programului de studiu la dezvoltarea cărora contribuie disciplina pentru care se elaborează fișa. Enunțurile, preluate fără modificări din Planul de învățământ în funcție de tipul disciplinei (DF/DS/DC) se trec în dreptul competenței asociate.

**Abilități academice specifice (Specific academic skills)**

1. Studentul este capabil să construiască argumente matematice clare și bine susținute pentru a explica, atât oral, cât și în scris, probleme, subiecte și idei matematice.
2. Studentul este capabil să demonstreze teoreme utilizând limbajul matematic în cadrul cursurilor teoretice și va putea prezenta aceste rezultate atât oral, cât și în scris.

**8. Conținuturi**

<b>8.1 Curs</b>	<b>Metode de predare - învățare</b>	<b>Observații<sup>3</sup></b>
1. Introducere: problema măsurii. Spații măsurabile și spații cu măsura	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
2. Măsura exterioară Lebesgue	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
3. Măsura Lebesgue	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
4. Proprietăți ale măsurii Lebesgue	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
5. Funcții măsurabile	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
6. Operații cu funcții măsurabile. Aproximarea funcțiilor măsurabile	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
7. Proprietăți care au loc aproape peste tot. Cele trei principii ale lui Littlewood	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
8. Integrarea funcțiilor măsurabile. Teoreme limită și aplicații (I)	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
9. Integrarea funcțiilor măsurabile. Teoreme limită și aplicații (II)	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
10. Relația dintre integralele Riemann și Lebesgue	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
11. Spații $L^p$ (I)	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
12. Spații $L^p$ (II)	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
13. Tipuri de convergență	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
14. Măsura și integrarea pe spații produs	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
Bibliografie 1. V. Anisiu, Topologie și teoria măsurii, Universitatea "Babeș-Bolyai", Cluj-Napoca, 1993. 2. J.J. Benedetto, W. Czaja, Integration and modern analysis, Birkhäuser, Boston, MA, 2009. 3. D.L. Cohn, Measure theory, 2 <sup>nd</sup> ed., Birkhäuser/Springer, New York, 2013. 4. G.B. Folland, Real analysis. Modern techniques and their applications, 2 <sup>nd</sup> ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, 1999. 5. F. Jones, Lebesgue integration on Euclidean space, Jones and Bartlett Publishers, Boston, MA, 1993. 6. H.L. Royden, P.M. Fitzpatrick, Real analysis, 4th ed., Pearson, 2010. 7. W. Rudin, Real and complex analysis, 3 <sup>rd</sup> ed., McGraw-Hill Book Co., New York, 1987. 8. E. Stein, R. Shakarchi, Real analysis. Measure theory, integration, and Hilbert spaces, Princeton University Press, Princeton, NJ, 2005. 9. D.W. Stroock, A concise introduction to the theory of integration, 2 <sup>nd</sup> ed., Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1994. 10. T. Tao, An introduction to measure theory, American Mathematical Society, Providence, RI, 2011.		
<b>8.2 Seminar / laborator</b>	<b>Metode de predare - învățare</b>	<b>Observații</b>
1. O scurtă recapitulare a unor definiții și proprietăți	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
2. Spații măsurabile	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	

<sup>3</sup> De exemplu aspecte organizatorice, recomandări pentru studenți, aspecte specifice legate de curs/seminar cum ar fi invitarea unor practicieni în domeniu etc.

3. Spații cu măsură	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
4. Măsura exterioară Lebesgue	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
5. Măsurabilitatea și măsura Lebesgue (I)	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
6. Măsurabilitatea și măsura Lebesgue (II)	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
7. Funcții măsurabile	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
8. Proprietăți care au loc aproape peste tot. Integrarea funcțiilor măsurabile nenegative	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
9. Integrarea funcțiilor măsurabile arbitrare	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
10. Teoreme limită și aplicații (I)	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
11. Teoreme limită și aplicații (II). Derivarea sub semnul integralei	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
12. Relația dintre integralele Riemann și Lebesgue	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
13. Spații $L^p$	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
14. Măsura și integrarea pe spații produs	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
Bibliografie (în plus față de cărțile menționate anterior care conțin și ele exerciții)		
1. R.L. Schilling, Measures, integrals and martingales, Cambridge University Press, New York, 2005.		
2. W.J. Kaczor, M.T. Nowak, Problems in Mathematical Analysis III. Integration, American Mathematical Society, Providence, RI, 2003.		
3. A. Torchinsky, Problems in real and functional analysis, American Mathematical Society, Providence, RI, 2015.		

## 9. Evaluare



















Tip activitate	9.1 Criterii de evaluare <sup>4</sup>	9.2 Metode de evaluare <sup>5</sup>	9.3 Pondere din nota finală
9.4 Curs	- Cunoașterea noțiunilor, exemplelor și rezultatelor de bază - Abilitatea de a demonstra rezultate teoretice	- Lucrare de control, colocviu - Activitatea la curs și seminar	- Lucrare de control: 35% - Colocviu: 65% - Activitatea la curs și seminar: bonus max. 10%
9.5 Seminar/laborator	- Rezolvarea de probleme folosind concepte și rezultate însușite în timpul orelor de curs		
9.6 Standard minim de promovare			
- Acumularea a cel puțin 10 prezențe la seminar. - Atât nota obținută la colocviu, cât și nota finală, trebuie să fie cel puțin 5. Punctele bonus se acordă doar în acest caz.			

## 10. Etichete ODD (Obiective de Dezvoltare Durabilă / Sustainable Development Goals)<sup>6</sup>

<sup>4</sup> Criteriile de evaluare trebuie să reflecte direct rezultatele învățării vizate la nivel de program de studii, respectiv la nivel de disciplină. Mai concret, se evaluează achizițiile de învățare menționate în rezultatele anticipate ale învățării.

<sup>5</sup> Se recomandă stabilirea atât a metodelor de evaluare finală, cât și a strategiei de evaluare pe parcurs.

<sup>6</sup> Selectați o singură etichetă, cea care, în conformitate cu [Procedura de aplicare a etichetelor ODD în procesul academic](#), se potrivește cel mai bine disciplinei. Dacă disciplina tratează tema dezvoltării durabile la modul general (de ex. prin prezentarea/introducerea cadrului general al dezvoltării durabile etc.) atunci se poate alocă eticheta generală de Dezvoltare Durabilă. Dacă niciuna dintre etichete nu descrie disciplina, selectați ultima opțiune: „Nu se aplică nici o etichetă”.

	<input type="radio"/> Eticheta generală pentru Dezvoltare durabilă							
								
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	X
								Nu se aplică nici o etichetă
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Data completării:

10.04.2026

Semnătura titularului de curs

Conf. dr. Adriana Nicolae

Semnătura titularului de seminar

Conf. dr. Adriana Nicolae

Data avizării în departament:

24.04.2026

Semnătura directorului de departament

Prof. dr. Andrei Mărcuș