

FIȘA DISCIPLINEI

Analiză matematică 2 (Calcul diferențial și integral în R^n)

Anul universitar 2026-2027

1. Date despre program

| | |
|--|----------------------------|
| 1.1. Instituția de învățământ superior | Universitatea Babeș-Bolyai |
| 1.2. Facultatea | Matematică și Informatică |
| 1.3. Departamentul | Matematică |
| 1.4. Domeniul de studii | Matematică |
| 1.5. Ciclu de studii | Licență |
| 1.6. Programul de studii / Calificarea | Matematică |
| 1.7. Forma de învățământ | cu frecvență |

2. Date despre disciplină

| | | | | | |
|---|---|----------------|------------------------|------------------------------|---------|
| 2.1. Denumirea disciplinei | Analiză matematică 2 (Calcul diferențial și integral în R^n) | | | Codul disciplinei | MLR0071 |
| 2.2. Titularul activităților de curs | Conf. dr. Trif Tiberiu | | | | |
| 2.3. Titularul activităților de seminar | Conf. dr. Trif Tiberiu | | | | |
| 2.4. Anul de studiu | I | 2.5. Semestrul | 2 | 2.6. Tipul de evaluare | Examen |
| 2.7. Regimul disciplinei | Obligativu | | 2.8. Tipul disciplinei | Disciplină fundamentală (DF) | |

3. Timpul total estimat (ore pe semestru al activităților didactice)

| | | | | | |
|--|----|---------------------|----|----------------------------------|------------|
| 3.1. Număr de ore pe săptămână | 6 | din care: 3.2. curs | 3 | 3.3. seminar/ laborator/ proiect | 3 |
| 3.4. Total ore din planul de învățământ | 84 | din care: 3.5. curs | 42 | 3.6 seminar/laborator | 42 |
| Distribuția fondului de timp pentru studiul individual (SI) și activități de autoinstruire (AI) | | | | | ore |
| Studiul după manual, suport de curs, bibliografie și notițe (AI) | | | | | 20 |
| Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate și pe teren | | | | | 10 |
| Pregătire seminare/ laboratoare/ proiecte, teme, referate, portofolii și eseuri | | | | | 20 |
| Tutoriat (consiliere profesională) | | | | | 6 |
| Examinări | | | | | 10 |
| Alte activități | | | | | |
| 3.7. Total ore studiu individual (SI) și activități de autoinstruire (AI) | | | | 66 | |
| 3.8. Total ore pe semestru | | | | 150 | |
| 3.9. Numărul de credite | | | | 6 | |

4. Precondiții (acolo unde este cazul)

| | |
|--------------------|---|
| 4.1. de curriculum | <ul style="list-style-type: none">Analiză matematică 1 (Analiza pe R) |
| 4.2. de competențe | <ul style="list-style-type: none">abilitatea de a face calcule algebriceoperarea cu concepte abstracte și capacitatea de a face deducții logiceabilitatea de a rezolva probleme de matematică pe baza noțiunilor învățate |

5. Condiții (acolo unde este cazul)

| | |
|--|------------------------------|
| 5.1. de desfășurare a cursului | tabla, creta, videoproiector |
| 5.2. de desfășurare a seminarului/ laboratorului | tabla, creta |

6.1. Competențele dobândite în urma absolvirii programului de studii (se preiau din planul de învățământ)¹

| Competențe profesionale | |
|-------------------------|--------------------------------------|
| Codul competenței | Competență |
| CP2 | executa calcule matematice analitice |
| CP6 | gândește în mod abstract |
| CP8 | studiază relații între cantități |
| Competențe transversale | |
| Codul competenței | Competență |
| CT4 | Soluționează probleme |
| CT5 | Gândește analitic |

6.2. Rezultatele învățării specifice programului de studii (se preiau din planul de învățământ)²

| Rezultatele învățării vizate prin disciplină | | |
|--|--|--|
| Codul competenței | Cunoștințe și înțelegere (Knowledge and understanding) | Abilități academice specifice (Specific academic skills) |
| CP2 | 7. Studentul/absolventul alege, explică și specifică fundamentele matematice aplicate în informatică, inclusiv logica formală, algebra, probabilitățile și statisticele. | 7. Studentul/absolventul aplică, evaluează, propune metodele matematice pentru modelarea, simularea și rezolvarea problemelor informatice. |
| CP6 | 4. Studentul/absolventul definește conceptele de bază din discipline avansate de matematică din curriculum. | 4. Studentul/absolventul răspunde la întrebări și formulează corect și riguros enunțurile unor aserțiuni matematice (leme, propoziții, teoreme) din disciplinele din curriculum. |
| CP8 | 3. Studentul/absolventul formulează observații și diferențiază noțiuni, proprietăți și aserțiuni din disciplinele de bază ale matematicii prin exemple și contraexemple. | 3. Studentul/absolventul identifică și descrie elementele esențiale din construcția demonstrațiilor unor aserțiuni matematice (leme, propoziții, teoreme), recunoaște erorile de raționament și le corectează. |
| CT4, CT5 | 2. Studentul/absolventul compară și distinge noțiunile înrudite și proprietățile acestora din disciplinele de bază ale matematicii. | 2. Studentul/absolventul recunoaște și analizează condițiile necesare și/sau suficiente din enunțul aserțiunilor matematice și specifică rolul acestora în demonstrație. |

7. Rezultatele învățării specifice disciplinei

| Cunoștințe și înțelegere (Knowledge and understanding) |
|--|
|--|

¹ Se vor prelua din Planul de învățământ al programului de studii acele competențe profesionale și/sau transversale la dezvoltarea cărora contribuie disciplina pentru care se elaborează fișa disciplinei. Pentru fiecare competență se va prelua întregul enunț, inclusiv codul competenței, cu formularea care apare în planul de învățământ, fără modificări. Dacă nu se preia nici o competență din oricare din cele două categorii, se șterge linia din tabel aferentă acelei categorii.

² Se menționează rezultatele învățării specifice programului de studiu la dezvoltarea cărora contribuie disciplina pentru care se elaborează fișa. Enunțurile, preluate fără modificări din Planul de învățământ în funcție de tipul disciplinei (DF/DS/DC) se trec în dreptul competenței asociate.

1. Studentul cunoaște topologia spațiului euclidian \mathbf{R}^n , calculul diferențial al funcțiilor de mai multe variabile, precum și diferite tipuri de integrale pentru funcții de mai multe variabile (integrale multiple, integrale curbilinii și de suprafață)

Abilități academice specifice (Specific academic skills)

1. Studentul este capabil să construiască argumente matematice clare și bine susținute pentru a explica în scris probleme, subiecte și idei matematice.

2. Studentul este capabil să demonstreze teoreme utilizând limbajul matematic în cadrul cursurilor teoretice și va putea prezenta aceste rezultate atât oral, cât și în scris.

8. Conținuturi

| 8.1 Curs | Metode de predare - învățare | Observații ³ |
|--|-----------------------------------|-------------------------|
| Săpt.1. Topologie în \mathbf{R}^n : spațiul euclidian \mathbf{R}^n (produsul scalar, norma euclidiană, distanța euclidiană), structura topologică a spațiului \mathbf{R}^n (bile, vecinătăți, puncte interioare, exterioare, aderente, frontieră, de acumulare și izolate, mulțimi deschise și mulțimi închise). Șiruri de puncte din \mathbf{R}^n : șiruri convergente și șiruri fundamentale, caracterizarea secvențială a punctelor aderente, a punctelor de acumulare și a mulțimilor închise. | prelegerea, demonstrația, exemple | |
| Săpt. 2. Mulțimi compacte în \mathbf{R}^n : definiția noțiunii de mulțime compactă, exemple de mulțimi compacte în \mathbf{R}^n , teorema de caracterizare a mulțimilor compacte din \mathbf{R}^n . Limite ale funcțiilor vectoriale de variabilă vectorială: definiția limitei, caracterizarea secvențială a limitei, operații cu funcții care au limită. | prelegerea, demonstrația, exemple | |
| Săpt. 3. Continuitatea funcțiilor vectoriale de variabilă vectorială: definiția continuității într-un punct, caracterizarea secvențială a continuității, operații cu funcții continue, teorema lui Weierstrass. Aplicații liniare și norma acestora. | prelegerea, demonstrația, exemple | |
| Săpt.4. Calcul diferențial în \mathbf{R}^n : derivata unei funcții vectoriale de variabilă reală, teorema de medie pentru funcții vectoriale de variabilă reală. Diferențiabilitatea funcțiilor vectoriale de variabilă vectorială (definiția diferențialei, continuitatea funcțiilor diferențiabile, legătura dintre derivată și diferențială în cazul funcțiilor vectoriale de variabilă reală). | prelegerea, demonstrația, exemple | |
| Săpt.5. Calcul diferențial în \mathbf{R}^n : derivata după o direcție a unei funcții vectoriale de variabilă vectorială și legătura ei cu diferențiala, derivate parțiale și legătura lor cu diferențiala. Operații cu funcții diferențiabile, diferențiabilitatea compusei, diferențiabilitatea inversei. | prelegerea, demonstrația, exemple | |
| Săpt.6. Calcul diferențial în \mathbf{R}^n : teoreme de medie pentru funcții de variabilă vectorială. Funcții de clasă C^1 , difeomorfisme de clasă C^1 . Teorema difeomorfismului local, funcții implicite de clasă C^1 , teorema funcției implicite. | prelegerea, demonstrația, exemple | |
| Săpt.7. Calcul diferențial în \mathbf{R}^n : extreme condiționate, regula multiplicatorilor lui Lagrange, derivate parțiale de ordinul doi, teoremele lui Schwarz și Young referitoare la egalitatea derivatelor mixte, diferențiala a doua. Condiții necesare și condiții suficiente de extrem. | prelegerea, demonstrația, exemple | |
| Săpt.8. Integrala Riemann pe un interval compact în | prelegerea, demonstrația, exemple | |

³ De exemplu aspecte organizatorice, recomandări pentru studenți, aspecte specifice legate de curs/seminar cum ar fi invitarea unor practicieni în domeniu etc.

| | | |
|---|-----------------------------------|--|
| \mathbf{R}^n : definiția integralei Riemann pe un interval compact în \mathbf{R}^n , criterii de integrabilitate Riemann pe un interval compact în \mathbf{R}^n (criteriile lui Heine, Cauchy și Darboux). Calculul integralelor Riemann pe intervale compacte prin reducere la integrale iterate (teorema lui Fubini). | | |
| Săpt.9. Integrala Riemann pe mulțimi mărginite din \mathbf{R}^n : calculul integralelor Riemann pe mulțimi mărginite din \mathbf{R}^n prin reducere la integrale iterate (teorema lui Fubini). Schimbarea variabilelor în integralele multiple. Aplicații în fizică ale integralei Riemann pe mulțimi mărginite din \mathbf{R}^n : centre de greutate și momente de inerție. | prelegerea, demonstrația, exemple | |
| Săpt.10. Funcții vectoriale cu variație mărginită: noțiunea de funcție cu variație mărginită, exemple, proprietăți ale variației totale. aditivitatea variației totale față de interval, teorema de descompunere a lui Jordan, calculul variației totale în cazul funcțiilor de clasă C^1 . | prelegerea, demonstrația, exemple | |
| Săpt.11. Integrale curbilinii: noțiunea de drum, exemple, drumuri echivalente, noțiunile de curbă și de curbă orientată. Forme diferențiale de gradul întâi. integrala unei forme diferențiale de gradul întâi pe un drum (integrala de al doilea tip de-a lungul unui drum) și semnificația fizică a acesteia. | prelegerea, demonstrația, exemple | |
| Săpt.12. Integrale curbilinii: formula lui Green, integrarea formelor diferențiale exacte, formula lui Leibniz-Newton, teorema lui Poincaré referitoare la integrarea formelor diferențiale exacte, aplicație la lucrul mecanic în câmpul gravitațional. | prelegerea, demonstrația, exemple | |
| Săpt. 13. Integrale de suprafață: noțiunea de k -pânză în \mathbf{R}^n , exemple, noțiunea de bord al unei pânze de suprafață, exemple, pânze echivalente, noțiunile de suprafață și de suprafață orientată. Forme diferențiale de gradul doi, integrala unei forme diferențiale de gradul doi pe o pânză de suprafață (integrala de al doilea tip pe o pânză de suprafață). | prelegerea, demonstrația, exemple | |
| Săpt. 14. Formula lui Stokes. Formula lui Gauss-Ostrogradski: noțiunile de k -lanț în \mathbf{R}^n și de bord al unei k -pânze în \mathbf{R}^n , exemple, integrala unei forme diferențiale de gradul doi pe un 2-lanț în \mathbf{R}^3 , formula lui Gauss-Ostrogradski. | prelegerea, demonstrația, exemple | |
| Bibliografie <ol style="list-style-type: none"> BALÁZS M., KOLUMBÁN I.: Matematikai analízis, Dacia Könyvkiado, Kolozsvár-Napoca, 1978. BOBOC N.: Analiză matematică. Vol. 2, Editura Universității din București, 1998. BRECKNER W. W.: Analiza matematica. Topologia spatiului R^n. Universitatea din Cluj-Napoca, 1985. BROWDER A.: Mathematical Analysis. An Introduction, Springer-Verlag, New York, 1996. COBZAS ST.: Analiză matematică (Calcul diferențial), Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca, 1997. Colectiv al catedrei de analiză matematică a Universității București: Analiză matematică. Vol. 2, Editura didactică și pedagogică, București, 1980. FINTA Z.: Matematikai Analízis I, II, Kolozsvári Egyetemi Kiadó, Kolozsvár, 2007 FITZPATRICK P.M.: Advanced Calculus: Second Edition, AMS, 2006. HEUSER H.: Lehrbuch der Analysis, Teil 1, 11. Auflage, B. G. Teubner, Stuttgart, 1994; Teil 2, 9. Auflage, B. G. Teubner, Stuttgart, 1995. MEGAN M.: Bazele analizei matematice, Vol. I + Vol. II, Editura EUROBIT, Timisoara, 1997. Vol. III, Editura EUROBIT, Timisoara, 1998. NICULESCU C. P.: Calculul integral al funcțiilor de mai multe variabile. Teorie și aplicații. Editura Universitaria, Craiova, 2002. RUDIN W.: Principles of Mathematical Analysis, 2nd Edition, McGraw-Hill, New York, 1964. | | |



















| 8.2 Seminar / laborator | Metode de predare - învățare | Observații |
|--|---|------------|
| Săpt. 1. Spațiul euclidian \mathbf{R}^n : probleme referitoare la spațiul euclidian \mathbf{R}^n . | Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare | |
| Săpt.2. Mulțimi compacte în \mathbf{R}^n : probleme referitoare la mulțimi compacte în \mathbf{R}^n . | Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare | |
| Săpt. 3. Limite ale funcțiilor vectoriale de variabilă vectorială, continuitatea funcțiilor vectoriale de variabilă vectorială. Aplicații liniare și norma acestora: calculul normelor unor aplicații liniare concrete. | Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare | |
| Săpt.4. Derivate după direcții, derivate parțiale și diferențiale: se vor calcula derivatele după direcții, derivatele parțiale și diferențialele unor funcții concrete. | Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare | |
| Săpt.5. Diferențiale: se va studia diferențiabilitatea unor funcții concrete. Operații cu funcții diferențiabile. | Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare | |
| Săpt.6. Teoreme de medie pentru funcții de variabilă vectorială. Difeomorfisme și funcții implicite: aplicarea rezultatelor de la curs în situații concrete. | Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare | |
| Săpt.7. Extreme libere și extreme condiționate, derivate parțiale de ordin superior: determinarea punctelor de extrem local al funcțiilor reale de variabilă vectorială, determinarea derivatelor parțiale de ordin superior. | Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare | |
| Săpt.8. Calculul unor integrale duble pe dreptunghiuri. Calculul unor integrale triple pe paralelipede. Integrale duble și triple pe mulțimi simple în raport cu o axă. | Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare | |
| Săpt.9. Calculul integralelor duble cu ajutorul schimbărilor de variabile (coordonate polare). | Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare | |
| Săpt.10. Calculul integralelor triple cu ajutorul schimbărilor de variabile (coordonate sferice, coordonate cilindrice). | Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare | |
| Săpt.11. Probleme referitoare la funcții cu variație mărginită. Integrala de primul tip de-a lungul unui drum: definiție, principalele rezultate teoretice, calculul unor integrale de primul tip de-a lungul unor drumuri. | Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare | |
| Săpt.12. Integrala de al doilea tip de-a lungul unui drum: calculul integralelor unor forme diferențiale de gradul întâi pe drumuri concrete. Integrarea unor forme diferențiale de gradul întâi exacte. Probleme referitoare la formula lui Green. | Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare | |
| Săpt. 13. Integrala de primul tip pe o pânză de suprafață: definiție și semnificația fizică a acesteia, calculul unor integrale de primul tip pe pânze de suprafață concrete. Integrala de al doilea tip pe o pânză de suprafață: calculul integralelor unor forme diferențiale de gradul doi pe pânze de suprafață concrete. | Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare | |
| Săpt. 14. Probleme referitoare la formulele integrale ale lui Stokes și Gauss-Ostrogradski. | Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare | |
| Bibliografie <ol style="list-style-type: none"> BUCUR G., CÂMPU E., GAINA S.: Culegere de probleme de calcul diferential si integral, Vol. II, Editura Tehnica Bucuresti 1966. Vol. III, Editura Tehnica, Bucuresti, 1967. CĂȚINAȘ D. et al.: Calcul integral. Culegere de probleme pentru seminarii, examene și concursuri. Editura U. T. Pres, Cluj-Napoca, 2000. | | |

3. DE SOUZA P. N., SILVA J.-N.: *Berkeley Problems in Mathematics*. Springer, 1998.
4. DONCIU N., FLONDOR D.: *Analiză matematică. Culegere de problema*. Vol. 2, Editura All, București, 1998.
5. KACZOR W. J., NOWAK M. T.: *Problems in Mathematical Analysis III: Integration*. American Mathematical Society, 2003.
6. KEDLAYA K. S., POONEN B., VAKIL R.: *The William Lowell Putnam Mathematical Competition 1985 – 2000. Problems, Solutions, and Commentary*. The Mathematical Association of America, 2002.
7. RĂDULESCU S., RĂDULESCU M.: *Teoreme și probleme de analiză matematică*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.
8. TRIF T.: *Probleme de calcul diferential și integral în R^n* , Universitatea Babeș-Bolyai, Cluj-Napoca, 2003.

9. Evaluare

| Tip activitate | 9.1 Criterii de evaluare | 9.2 Metode de evaluare | 9.3 Pondere din nota finală |
|---|--|--|-----------------------------|
| 9.4 Curs | cunoașterea noțiunilor și rezultatelor fundamentale | Lucrare scrisă plus discuție asupra acestora | 90% |
| 9.5 Seminar/laborator | Rezolvarea de probleme pe baza noțiunilor și teoremelor învățate | Rezolvarea la tablă a exercițiilor | 10% |
| 9.6 Standard minim de performanță | | | |
| <ul style="list-style-type: none"> • Acumularea a 5 puncte la examen și prin rezolvarea la tablă a unor probleme (pentru nota finală 5). | | | |

10. Etichete ODD (Obiective de Dezvoltare Durabilă / Sustainable Development Goals)⁴

|  | | Eticheta generală pentru Dezvoltare durabilă | | | | | | |
|---|---|---|---|---|--|---|---|---|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | X |
|  |  |  |  |  |  |  |  | Nu se aplică nici o etichetă |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

Data completării:
10.04.2026

Semnătura titularului de curs

Conf. dr. Trif Tiberiu

Semnătura titularului de seminar

Conf. dr. Trif Tiberiu

Data avizării în departament:
24.04.2026

Semnătura directorului de departament

⁴ *Selecțaiți o singură etichetă, cea care, în conformitate cu [Procedura de aplicare a etichetelor ODD în procesul academic](#), se potrivește cel mai bine disciplinei. Dacă disciplina tratează tema dezvoltării durabile la modul general (de ex. prin prezentarea/introducerea cadrului general al dezvoltării durabile etc.) atunci se poate alocă eticheta generală de Dezvoltare Durabilă. Dacă niciuna dintre etichete nu descrie disciplina, selecțaiți ultima opțiune: „Nu se aplică nici o etichetă”.*

Prof. dr. Andrei Mărcuș