

A TANTÁRGY ADATLAPJA

Módszertani vonatkozások az elemi analízisben II.

Egyetemi tanév 2026-2027

1. A képzési program adatai

1.1. Felsőoktatási intézmény	Babeş–Bolyai Tudományegyetem, Kolozsvár
1.2. Kar	Matematika és Informatika
1.3. Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4. Szakterület	Matematika
1.5. Képzési szint	Mesterképzés
1.6. Tanulmányi program/ Képesítés	Modern módszerek a matematika tanításában
1.7. Képzési forma	Nappali tagozat

2. A tantárgy adatai

2.1. A tantárgy neve	Módszertani vonatkozások az elemi analízisben II.	A tantárgy kódja	MMM3093		
2.2. Az előadásért felelős tanár neve	Dr. Finta Zoltán egyet. docens				
2.3. A szemináriumért felelős tanár neve	Dr. Finta Zoltán egyet. docens				
2.4. Tanulmányi év	2	2.5. Félév	3	2.6. Értékelés módja	Vizsga
2.7. Tantárgy rendszere	Kötelező		2.8. Tantárgy típusa	Alaptárgy	

3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszámja)

3.1. Heti óraszám	3	melyből: 3.2. előadás	2	3.3. szeminárium/labor/projekt	1
3.4. Tantervben szereplő összórászáma	42	melyből: 3.5. előadás	28	3.6. szeminárium/labor	14
Az egyéni tanulmányi idő (ET) és az önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása (ET)					30
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					30
Szemináriumok/ laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása					33
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					10
Vizsgák					30
Más tevékenységek:					---
3.7. Egyéni tanulmányi idő (ET) és önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő összórászáma					133
3.8. A félév összórászáma					175
3.9. Kreditszám					7

4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1. tantervi	Matematikai analízis 1
4.2. kompetenciabeli	Matematikai gondolkodás, modellezés, problémamegoldás

5. Feltételek (ha vannak)

5.1. Az előadás lebonyolításának feltételei	Megfelelő infrastruktúrával ellátott előadóterem
5.2. A szeminárium/ labor lebonyolításának feltételei	Megfelelő infrastruktúrával ellátott szeminárium terem

6.1. A tanulmányi program elvégzése során elsajátított kompetenciák (a tantervből kell átvenni)¹

Szakmai kompetenciák	
Kompetencia kódja	Kompetencia

¹ A tanulmányi program tantervéből át kell venni azokat a szakmai és/vagy transzverzális kompetenciákat, amelyek fejlesztéséhez az a tantárgy is hozzájárul, amelyhez az adott tantárgyi adatlap készült. Minden kompetencia esetében változatlan formában át kell venni a teljes kijelentést, beleértve a kompetencia kódját is, ahogyan a tantervben megjelenik. Amennyiben a két kategória közül valamelyikből nem vesznek át kompetenciákat, a táblázatban az adott kategóriának megfelelő sort törölni kell.

CP1	Képes megérteni, kezelni és kommunikálni a matematika alapvető és haladó fogalmait és elméleteit. <i>Ability to understand, handle and communicate fundamental and advanced concepts and theories in mathematics.</i>
CP3	Képesség a diákok matematikai műveltség alapelveinek oktatására, beleértve az alapvető matematikai fogalmakat és számításokat. <i>Ability to provide instruction to pupils and students on the principles of mathematical literacy, including basic mathematical concepts and calculations.</i>
CP7	Képesség módszertani és tudományos cikkek tervezésére és publikálására. <i>Ability to design and publish methodological and scientific articles.</i>
Transzverzális kompetenciák	
Kompetencia kódja	Kompetencia
CT1	Az információforrások felelős és hatékony felhasználása. <i>Responsible and efficient use of information sources.</i>
CT5	Képesség módszertani és tudományos cikkek tervezésére és publikálására. <i>Ability to design and publish methodological and scientific articles.</i>
CT6	A folyamatos önfejlesztés és önképzés képessége. <i>Ability to continuously improve oneself and engage in ongoing self-learning.</i>

6.2. A tanulmányi programra jellemző képzési eredmények (a tantervből kell átvenni)²

A tantárgy által megcélzott tanulási eredmények		
Kompetencia kódja	Ismeret és megértés (Knowledge and understanding)	Specifikus tudományos készségek (Specific academic skills)
CP1 CP2 CT1	1. A főbb matematikai problémátípusok és a megoldásukra szolgáló megfelelő technikák ismerete. <i>1. Knowledge of the main types of mathematical problems and the appropriate techniques for solving them.</i>	1. A terület alapvető és haladó fogalmainak, elméleteinek megértésének, manipulálásának és kommunikációjának képessége. <i>1. Ability to understand, handle and communicate fundamental and advanced concepts and theories in mathematics.</i>
CP4 CP6 CT3 CT4	2. A matematikai modellezés általános alapelveinek és konkrét módszereinek ismerete. <i>2. Knowledge of the general principles and some concrete methods of mathematical modelling.</i>	2. Képesség az oktatásirányítás területének alapvető fogalmainak és eszközeinek használatára. <i>2. Ability to work with basic concepts and tools in the field of educational management.</i>

7. Tárgy-specifikus tanulási eredmények

Ismeret és megértés (Knowledge and understanding)
1. A főbb matematikai problémátípusok és a megoldásukra szolgáló megfelelő technikák ismerete. <i>1. Knowledge of the main types of mathematical problems and the appropriate techniques for solving them.</i>
2. A matematikai modellezés általános alapelveinek és konkrét módszereinek ismerete. <i>2. Knowledge of the general principles and some concrete methods of mathematical modelling.</i>
Specifikus tudományos készségek (Specific academic skills)
1. A terület alapvető és haladó fogalmainak, elméleteinek megértésének, manipulálásának és kommunikációjának képessége. <i>1. Ability to understand, handle and communicate fundamental and advanced concepts and theories in mathematics.</i>
2. Képesség az oktatásirányítás területének alapvető fogalmainak és eszközeinek használatára. <i>2. Ability to work with basic concepts and tools in the field of educational management.</i>

8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések³
--------------------	-----------------------------	---------------------------------

² Meg kell említeni a tanulmányi programra jellemző képzési eredményeket, amelyek fejlesztéséhez az a tantárgy is hozzájárul, amelyhez az adott tantárgyi adatlap készült. A tantárgy típusának (alaptárgy/szaktárgy/kiegészítő tárgy) megfelelő jellemzőket változatlan formában kell átvenni a tantervből, és a kapcsolódó kompetencia jobb oldalán kell feltüntetni.

³ Például szervezési szempontok, ajánlások a hallgatók számára, a kurzushoz/szemináriumhoz kapcsolódó konkrét szempontok, mint például a területen dolgozó szakemberek meghívása stb.

1) Riemann-integrálható függvények: Lebesgue (illetve Jordan) értelemben nullamértékű halmazok, a Riemann-integrálhatóság Lebesgue-kritériuma, következmények	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 319-329] [könyvészet; oldalak]
2) Sajátos függvényosztályok: monoton függvények, páros függvények, páratlan függvények, periódikus függvények, lineáris függvények, primitív függvények	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 117-120, 122-123, 126-128], [6; 62, 66, 67, 72, 82, 84, 149, 162, 163]
3) Az integrálszámítás középértékei: az integrálszámítás első középértéktétele, az Abel-féle transzformáció, az integrálszámítás második középértéktétele	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 330-332]
4) Diszkrét egyenlőtlenségek, integrálegyenlőtlenségek: középarányosak közötti egyenlőtlenség, Bernoulli-egyenlőtlenség, Young-egyenlőtlenség, Young-egyenlőtlenség, Hölder-egyenlőtlenség, Cauchy-Schwarz-egyenlőtlenség, Minkowski-egyenlőtlenség, Csebisev-egyenlőtlenség; integrálegyenlőtlenségek: Young-egyenlőtlenség, Hölder-egyenlőtlenség, Cauchy-Schwarz-egyenlőtlenség, Minkowski-egyenlőtlenség, Csebisev-egyenlőtlenség, Jensen-egyenlőtlenség, Hadamard-egyenlőtlenség	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 38-41], [7, II; 27], [7, I; 352-356], [7, II; 448]
5) Numerikus integrálás: Lagrange-féle interpolációs képlet, téglalapformula, trapézformula, Simpson-féle képlet	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 487-498]
6) A Riemann-integrálok alkalmazásai: területszámítás, ívhosszszámítás, forgástestek térfogatszámítása, forgástestek felszínszámítása	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 366-378]
7) Improprius integrálok: konvergencia kritériumok, az improprius integrál kapcsolata a számsorokkal	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 379-409]
8) Függvénysorozatok: egyenletes konvergencia, az egyenletes konvergencia Cauchy-féle jellemzése, Dini-tétel, Pólya-tétel	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 410-413, 414-416]; [10; 1.140-1.142, 1.144-1.145]
9) Függvénysorozatok: folytonos függvény approximációja poligonális függvénysorozattal, folytonos függvény approximációja polinomfüggvény sorozattal (Weierstrass első approximációs tétele), Bernstein-féle polinomok	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 414, 419-422]
10) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok feldolgozása	Előadás, bemutatás, szemléltetés	
11) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok	Előadás, bemutatás, szemléltetés	

feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok feldolgozása		
12) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok feldolgozása	Előadás, bemutatás, szemléltetés	
13) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok feldolgozása	Előadás, bemutatás, szemléltetés	
14) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok feldolgozása	Előadás, bemutatás, szemléltetés	

Könyvészet

- Balázs M.- Hatházi A. : *Matematika*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006.
- Balázs M.: *Matematika analízis*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006.
- Crăciun C.V.: *Analiză matematică (Materiale pentru perfecționarea profesorilor de liceu)*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1992.
- Crăciun C.V.: *Contraexemple în analiza matematică*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1989.
- Crăciun C.V.: *Teoreme de medie din analiza matematică*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986.
- Gelbaum B.R. – Olmsted J.M.H. : *Contraexemple în analiză*, Editura Științifică, București, 1973.
- Sirețchi Gh. : *Calculul diferențial și integral*, vol. I-II, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985.
- Sirețchi Gh. : *Calculul diferențial*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1983.
- Sirețchi Gh. : *Funcții cu proprietatea Darboux*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986.
- Rădulescu S. – Rădulescu M. : *Teoreme și probleme de analiză matematică*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.

8.2 Szeminárium/ Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1) Riemann-integrálható függvények: sorozatokhatárértékének kiszámítása Riemann-integrálok segítségével	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 412-472], [3; 108-118], [4; 49-56]
2) Sajátos függvényosztályok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 155-157, 160-163, 168-170]
3) Az integrálszámítás középértékei: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 412-472], [4; 99-112]
4) Diszkrét egyenlőtlenségek, integrálegyenlőtlenségek: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 412-472]
5) Numerikus integrálás: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 554-559]

6) A Riemann-integrálok alkalmazásai: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 473-484]
7) Improprius integrálok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 485-498]
8) Függvénysorozatok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 499-514], [4; 59-66]
9) Függvénysorozatok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 499-514]
10) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok feldolgozása	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	
11) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok feldolgozása	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	
12) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok feldolgozása	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	
13) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok feldolgozása	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	
14) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok feldolgozása	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	

Könyvészet

- Balázs M.- Hatházi A. : *Matematika*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006.
- Balázs M.: *Matematika analízis*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006.
- Crăciun C.V.: *Analiză matematică (Materiale pentru perfecționarea profesorilor de liceu)*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1992.
- Crăciun C.V.: *Contraexemple în analiza matematică*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1989.
- Crăciun C.V.: *Teoreme de medie din analiza matematică*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986.
- Gelbaum B.R. – Olmsted J.M.H. : *Contraexemple în analiză*, Editura Științifică, București, 1973.
- Sirețchi Gh. : *Calculul diferențial și integral*, vol. I-II, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985.

8. Sireţchi Gh. : *Calculul diferenţial*, Universitatea din Bucureşti, Facultatea de Matematică, Bucureşti, 1983.
 9. Sireţchi Gh. : *Funcţii cu proprietatea Darboux*, Universitatea din Bucureşti, Facultatea de Matematică, Bucureşti, 1986.
 10. Rădulescu S. – Rădulescu M. : *Teoreme şi probleme de analiză matematică*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1982.

9. Értékelés

Tevékenység típusa	9.1 Értékelési kritériumok ⁴	9.2 Értékelési módszerek ⁵	9.3 Aránya a végső jegyben
9.4 Előadás	Szummatív (összegező, lezáró) értékelés	Írásbeli vizsga	50%
9.5 Szeminárium/ Labor	Szummatív (összegező, lezáró) értékelés	Írásbeli vizsga	50%
9.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
Az előadáson és szemináriumon való aktív részvétel.			

10. SDG-ikonok (Fenntartható fejlődési célok/ Sustainable Development Goals)⁶

A fenntartható fejlődés általános ikonja								
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
								Nem alkalmazható
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Kitöltés időpontja:

2025. május 08.

Előadás felelőse:

Dr. Finta Zoltán egyet. docens

Szeminárium felelőse:

Dr. Finta Zoltán egyet. docens

Az intézeti jóváhagyás dátuma:

2025. május 29.

Intézetigazgató:

Dr. András Szilárd-Károly egyet. docens

⁴ Az értékelési kritériumoknak közvetlenül tükrözniük kell a tanulmányi program és a tantárgy szintjén kitűzött képzési eredményeket. Pontosabban, a várható képzési eredményeknél felsorolt eredményeket értékelik.

⁵ Javasolt mind a végső kiértékelési módszerek, mind a folyamatos kiértékelési stratégia meghatározása.

⁶ Válasszon ki egyetlen olyan ikont, amely az *Egyetemi folyamatban történő alkalmazására vonatkozó eljárás* szerint legjobban illeszkedik az adott tantárgyhoz. Ha a tantárgy általánosságban foglalkozik a fenntartható fejlődéssel (pl. bemutatja/bevezeti a fenntartható fejlődés általános kereteit stb.), akkor a Fenntartható Fejlődés általános ikonja rendelhető hozzá. Ha egyetlen ikon sem vonatkozik a tantárgyra, válassza az utolsó opciót: „Nem alkalmazható”.