

A TANTÁRGY ADATLAPJA

Módszertani vonatkozások az analízis tanításában Egyetemi tanév 2026-2027

1. A képzési program adatai

1.1. Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Kolozsvár
1.2. Kar	Matematika és Informatika
1.3. Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4. Szakterület	Neveléstudományok
1.5. Képzési szint	Mesterképzés
1.6. Tanulmányi program/ Képesítés	Didaktika mesteri-Matematika
1.7. Képzési forma	Nappali tagozat

2. A tantárgy adatai

2.1. A tantárgy neve	Módszertani vonatkozások az analízis tanításában	A tantárgy kódja	MDM3002		
2.2. Az előadásért felelős tanár neve	Dr. Finta Zoltán egyet. docens				
2.3. A szemináriumért felelős tanár neve	Dr. Finta Zoltán egyet. docens				
2.4. Tanulmányi év	1	2.5. Félév	2	2.6. Értékelés módja	Vizsga
2.7. Tantárgy rendszere	Kötelező		2.8. Tantárgy típusa	Kiegészítő	

3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszám)

3.1. Heti óraszám	4	melyből: 3.2. előadás	2	3.3. szeminárium/labor/projekt	2
3.4. Tantervben szereplő összórás	56	melyből: 3.5. előadás	28	3.6. szeminárium/labor	28
Az egyéni tanulmányi idő (ET) és az önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása (ET)					5
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					2
Szemináriumok/ laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása					5
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					2
Vizsgák					5
Más tevékenységek:					---
3.7. Egyéni tanulmányi idő (ET) és önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő összórás					19
3.8. A félév összórás					75
3.9. Kreditszám					3

4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1. tantervi	Matematikai analízis 1 (Analízis az R téren)
4.2. kompetenciabeli	Matematikai gondolkodás, modellezés, problémamegoldás

5. Feltételek (ha vannak)

5.1. Az előadás lebonyolításának feltételei	Megfelelő infrastruktúrával ellátott előadóterem
5.2. A szeminárium/ labor lebonyolításának feltételei	Megfelelő infrastruktúrával ellátott szeminárium terem

6.1. A tanulmányi program elvégzése során elsajátított kompetenciák (a tantervből kell átvenni)¹

Szakmai kompetenciák	
Kompetencia kódja	Kompetencia

¹ A tanulmányi program tantervéből át kell venni azokat a szakmai és/vagy transzverzális kompetenciákat, amelyek fejlesztéséhez az a tantárgy is hozzájárul, amelyhez az adott tantárgyi adatlap készült. Minden kompetencia esetében változatlan formában át kell venni a teljes kijelentést, beleértve a kompetencia kódját is, ahogyan a tantervben megjelenik. Amennyiben a két kategória közül valamelyikből nem vesznek át kompetenciákat, a táblázatban az adott kategóriának megfelelő sort törölni kell.

CP1	Képes megérteni, kezelni és kommunikálni a matematika alapvető és haladó fogalmait és elméleteit. <i>Ability to understand, handle, and communicate fundamental and advanced concepts and theories in mathematics.</i>
CP3	Képesség a tanulók és diákok matematikai műveltség alapelveinek oktatására, beleértve az alapvető matematikai fogalmakat és számításokat. <i>Ability to instruct pupils and students in the principles of mathematical literacy, including basic mathematical concepts and calculations.</i>
CP7	Képesség módszertani és tudományos cikkek tervezésére és publikálására. <i>Ability to design and publish methodological and scientific articles.</i>
Transzverzális kompetenciák	
Kompetencia kódja	Kompetencia
CT1	Az információforrások felelős és hatékony felhasználása. <i>Responsible and efficient use of information sources.</i>
CT6	Képesség módszertani és tudományos cikkek tervezésére és publikálására. <i>Ability to design and publish methodological and scientific articles.</i>
CT7	Képes naprakész matematikai eredményeket közvetíteni más területekről (fizika, kémia, közgazdaságtan) származó modellek felhasználásával, amelyek lehetővé teszik a valós problémák megoldását. <i>Ability to convey up-to-date results in mathematics by using models from other fields (physics, chemistry, economics) that enable solving real-world problems.</i>

6.2. A tanulmányi programra jellemző képzési eredmények (a tantervből kell átvenni)²

A tantárgy által megcélzott tanulási eredmények		
Kompetencia kódja	Ismeret és megértés (Knowledge and understanding)	Specifikus tudományos készségek (Specific academic skills)
CP2	1. Ismeri az oktatás és tanulás alapvető elméleteit és alapelveit, beleértve a pszichológiai szempontokat is. <i>1. Knows the core theories and principles of education and learning, including psychological perspectives.</i>	1. Képesség az oktatási tevékenységek (leckék és tanulási sorrendek) megtervezésére és kialakítására a célokkal és a tanulók igényeivel összhangban. <i>1. Ability of planning and designing instructional activities (lessons and learning sequences) aligned with objectives and learners' needs.</i>
CP3, CT5	2. Ismeri az iskolai tanterv szerkezetét és logikáját, valamint a tantervtervezés/fejlesztés mechanizmusait. <i>2. Knows the structure and logic of the school curriculum and mechanisms of curricular design/development.</i>	2. Kommunikációs és szocio-emocionális menedzsment stratégiák alkalmazása a biztonságos és motiváló tanulási környezet kialakítása érdekében. <i>2. Applying communication and socio-emotional management strategies to build a safe and motivating learning climate.</i>

7. Tárgy-specifikus tanulási eredmények

Ismeret és megértés (Knowledge and understanding)
1. Ismeri az oktatás és tanulás alapvető elméleteit és alapelveit, beleértve a pszichológiai szempontokat is. <i>1. Knows the core theories and principles of education and learning, including psychological perspectives.</i>
2. Ismeri az iskolai tanterv szerkezetét és logikáját, valamint a tantervtervezés/fejlesztés mechanizmusait. <i>2. Knows the structure and logic of the school curriculum and mechanisms of curricular design/development.</i>
Specifikus tudományos készségek (Specific academic skills)

² Meg kell említeni a tanulmányi programra jellemző képzési eredményeket, amelyek fejlesztéséhez az a tantárgy is hozzájárul, amelyhez az adott tantárgyi adatlap készült. A tantárgy típusának (alaptárgy/szaktárgy/kiegészítő tárgy) megfelelő jellemzőket változatlan formában kell átvenni a tantervből, és a kapcsolódó kompetencia jobb oldalán kell feltüntetni.

1. Képesség az oktatási tevékenységek (leckék és tanulási sorrendek) megtervezésére és kialakítására a célokkal és a tanulók igényeivel összhangban.

1. *Ability of planning and designing instructional activities (lessons and learning sequences) aligned with objectives and learners' needs.*

2. Kommunikációs és szocio-emocionális menedzsment stratégiák alkalmazása a biztonságos és motiváló tanulási környezet kialakítása érdekében.

2. *Applying communication and socio-emotional management strategies to build a safe and motivating learning climate.*

8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések ³
1) Valós számsorozatok: fundamentális sorozatok, rekurrens sorozatok; Töplitz-tétel, Stolz-Cesaro-tétel, Lalescu-sorozat	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 46-71] [könyvészet; oldalak]
2) Függvények határértéke és folytonossága: a határérték jellemzése a Heine-kritériummal; szakadási pontok (nem létezik olyan $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, amely folytonos minden racionális pontban és szakadós minden irracionális pontban)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 22-27]
3) Egyenletesen folytonos függvények: az egyenletes folytonosság jellemzése sorozatokkal illetve függvények határértékével; az egyenletes folytonosság elégséges feltételei	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[3; 42-49], [7, I; 188-190], [10; 41]
4) Deriválható függvények: a folytonosság és deriválhatóság kapcsolata, bal és jobb oldali deriváltak; Fermat-tétel, Rolle-tétel, Cauchy-tétel, Lagrange-tétel; Taylor-képlet, L'Hospital-szabály	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 191-201], [8; 107-116] [7, I; 202-224]
5) Konvex függvények: konvexitás és folytonosság kapcsolata, Jensen-konvexitás és kapcsolata a konvexitással; a konvexitás és deriválhatóság kapcsolata – a konvexitás jellemzése az elsőrendű deriváltfüggvénnyel illetve a másodrendű deriváltfüggvénnyel	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 94-107], [7, I; 226-232]
6) Algebrai egyenletek megoldása analízis eszközökkel: grafikus módszer, Rolle-sorozat, húr módszer, érintő módszer (vagy Newton-féle módszer)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 457-477]
7) Darboux-tulajdonságú függvények: a Darboux-tulajdonság és folytonosság kapcsolata, Darboux-tulajdonságú függvények szakadási pontjai, a Darboux-tulajdonság és deriválhatóság kapcsolata, a Darboux-tulajdonság és primitív függvények kapcsolata, a Darboux-tulajdonság és két függvény összege, szorzata illetve hányadosa	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9], [7, I; 120-122]

³ Például szervezési szempontok, ajánlások a hallgatók számára, a kurzushoz/szemináriumhoz kapcsolódó konkrét szempontok, mint például a területen dolgozó szakemberek meghívása stb.

közötti kapcsolat		
8) Riemann-integrálható függvények: Lebesgue (illetve Jordan) értelemben nullamértékű halmazok, a Riemann-integrálhatóság Lebesgue-kritériuma	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 319-329]
9) Sajátos függvényosztályok: monoton függvények, páros függvények, páratlan függvények, periodikus függvények, lineáris függvények, primitív függvények	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 117-120, 122-123, 126-128], [6; 62, 66, 67, 72, 82, 84, 149, 162, 163]
10) Az integrálszámítás középértékei: az integrálszámítás első középértéktétele, az Abel-féle transzformáció, az integrálszámítás második középértéktétele	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 330-332]
11) Diszkrét egyenlőtlenségek, integrálegyenlőtlenségek: középarányosok közötti egyenlőtlenség, Bernoulli-egyenlőtlenség, Young-egyenlőtlenség, Hölder-egyenlőtlenség, Cauchy-Schwarz-egyenlőtlenség, Minkowski-egyenlőtlenség, Csebisev-egyenlőtlenség; a diszkrét egyenlőtlenségeknek megfelelő integrálegyenlőtlenségek	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 38-41], [7, II; 27], [7, I; 352-356], [7, II; 448]
12) Numerikus integrálás: Lagrange-féle interpolációs képlet, téglalapformula, trapézformula, Simpson-féle képlet	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 487-498]
13) A Riemann-integrálok alkalmazásai: területszámítás, ívhosszszámítás, forgástestek térfogatszámítása, forgástestek felszínszámítása	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 366-378]
14) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok feldolgozása	Előadás, bemutatás, szemléltetés	
Könyvészet		
<ol style="list-style-type: none"> Balázs M.- Hatházi A.: <i>Matematika</i>, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006. Balázs M.: <i>Matematika analízis</i>, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006. Crăciun C.V.: <i>Analiză matematică (Materiale pentru perfecționarea profesorilor de liceu)</i>, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1992. Crăciun C.V.: <i>Contraexemple în analiza matematică</i>, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1989. Crăciun C.V.: <i>Teoreme de medie din analiza matematică</i>, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986. Gelbaum B.R. – Olmsted J.M.H.: <i>Contraexemple în analiză</i>, Editura Științifică, București, 1973. Sirețchi Gh.: <i>Calculul diferențial și integral</i>, vol. I-II, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985. Sirețchi Gh.: <i>Calculul diferențial</i>, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1983. Sirețchi Gh.: <i>Funcții cu proprietatea Darboux</i>, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986. Rădulescu S. – Rădulescu M.: <i>Teoreme și probleme de analiză matematică</i>, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982. 		
8.2 Szeminárium/ Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések

1) Valós számsorozatok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 34-115] [könyvészet; oldalak]
2) Függvények határértéke és folytonossága: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 185-223], [4; 29-36]
3) Egyenletesen folytonos függvények: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 234-243], [3; 50-69]
4) Deriválható függvényekkel kapcsolatos tulajdonságok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[4; 37-47], [3; 87-106], [5], [7, II; 244-267] [7, II; 267-306],
5) Konvex függvények: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 307-315]
6) Algebrai egyenletek megoldása analízis eszközökkel: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, I; 457-477]
7) Darboux-tulajdonságú függvények: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[9], [7, II; 157-159]
8) Riemann-integrálható függvények: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 412-472], [3; 108-118], [4; 49-56]
9) Sajátos függvényosztályok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 155-157, 160-163, 168-170]
10) Az integrálszámítás középértékei: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 412-472], [4; 99-112]
11) Diszkrét egyenlőtlenségek, integrálegyenlőtlenségek: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 412-472]
12) Numerikus integrálás: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 554-559]
13) A Riemann-integrálok alkalmazásai: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 473-484]
14) Versenyfeladatok bemutatása: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	

Könyvészet

- Balázs M.- Hatházi A.: *Matematika*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006.
- Balázs M.: *Matematika analízis*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006.
- Crăciun C.V.: *Analiză matematică (Materiale pentru perfecționarea profesorilor de liceu)*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1992.
- Crăciun C.V.: *Contraexemple în analiza matematică*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1989.
- Crăciun C.V.: *Teoreme de medie din analiza matematică*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986.
- Gelbaum B.R. – Olmsted J.M.H.: *Contraexemple în analiză*, Editura Științifică, București, 1973.
- Sirețchi Gh.: *Calculul diferențial și integral*, vol. I-II, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985.
- Sirețchi Gh.: *Calculul diferențial*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1983.
- Sirețchi Gh.: *Funcții cu proprietatea Darboux*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986.
- Rădulescu S. – Rădulescu M.: *Teoreme și probleme de analiză matematică*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.

9. Értékelés



















Tevékenység típusa	9.1 Értékelési kritériumok ⁴	9.2 Értékelési módszerek ⁵	9.3 Aránya a végső jegyben
9.4 Előadás	Szummatív (összegező,	Írásbeli vizsga	50%

⁴ Az értékelési kritériumoknak közvetlenül tükrözniük kell a tanulmányi program és a tantárgy szintjén kitűzött képzési eredményeket. Pontosabban, a várható képzési eredményeknél felsorolt eredményeket értékelik.

⁵ Javasolt mind a végső kiértékelési módszerek, mind a folyamatos kiértékelési stratégia meghatározása.

	lezáró) értékelés		
9.5 Szeminárium/ Labor	Szummatív (összegező, lezáró) értékelés	Írásbeli vizsga	50%
9.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
Az előadáson és szemináriumon való aktív részvétel.			

10. SDG-ikonok (Fenntartható fejlődési célok/ Sustainable Development Goals)⁶

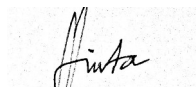
	<input type="radio"/>	A fenntartható fejlődés általános ikonja							
									
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
								Nem alkalmazható	
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

Kitöltés időpontja:

2025. május 08.

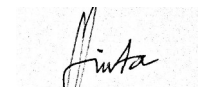
Előadás felelőse:

Dr. Finta Zoltán egyet. docens



Szeminárium felelőse:

Dr. Finta Zoltán egyet. docens



Az intézeti jóváhagyás dátuma:

2025. május 29.

Intézetigazgató:

Dr. András Szilárd-Károly egyet. docens

⁶ Válasszon ki egyetlen olyan ikont, amely az [Egyetemi folyamatban történő alkalmazására vonatkozó eljárás](#) szerint legjobban illeszkedik az adott tantárgyhoz. Ha a tantárgy általánosságban foglalkozik a fenntartható fejlődéssel (pl. bemutatja/bevezeti a fenntartható fejlődés általános kereteit stb.), akkor a Fenntartható Fejlődés általános ikonja rendelhető hozzá. Ha egyetlen ikon sem vonatkozik a tantárgyra, válassza az utolsó opciót: „Nem alkalmazható”.