

A TANTÁRGY ADATLAPJA

Módszertani vonatkozások az elemi analízisben I. Egyetemi tanév 2026-2027

1. A képzési program adatai

1.1. Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Kolozsvár
1.2. Kar	Matematika és Informatika
1.3. Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4. Szakterület	Matematika
1.5. Képzési szint	Mesterképzés
1.6. Tanulmányi program/ Képesítés	Korszerű módszerek a matematika tanításában
1.7. Képzési forma	Nappali tagozat

2. A tantárgy adatai

2.1. A tantárgy neve	Módszertani vonatkozások az elemi analízisben I.			A tantárgy kódja	MMM3012
2.2. Az előadásért felelős tanár neve	Dr. Finta Zoltán egyet. docens				
2.3. A szemináriumért felelős tanár neve	Dr. Finta Zoltán egyet. docens				
2.4. Tanulmányi év	1	2.5. Félév	1	2.6. Értékelés módja	Kollokvium
2.7. Tantárgy rendszere	Kötelező			2.8. Tantárgy típusa	Alaptárgy

3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszama)

3.1. Heti óraszám	3	melyből: 3.2. előadás	2	3.3. szeminárium/labor/projekt	1
3.4. Tantervben szereplő összórás	42	melyből: 3.5. előadás	28	3.6. szeminárium/labor	14
Az egyéni tanulmányi idő (ET) és az önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása (ET)					30
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					30
Szemináriumok/ laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása (nagyobb vagy egyenlő a tantárgy naptárában az ellenőrzési feladatokra előírt összórászámmal)					33
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					10
Vizsgák					30
Más tevékenységek:					---
3.7. Egyéni tanulmányi idő (ET) és önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő összórászáma					133
3.8. A félév összórászáma					175
3.9. Kreditszám					7

4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1. tantervi	Matematikai analízis 1
4.2. kompetenciabeli	Matematikai gondolkodás, modellezés, problémamegoldás

5. Feltételek (ha vannak)

5.1. Az előadás lebonyolításának feltételei	Megfelelő infrastruktúrával ellátott előadóterem
5.2. A szeminárium/ labor lebonyolításának feltételei	Megfelelő infrastruktúrával ellátott szeminárium terem

6.1. A tanulmányi program elvégzése során elsajátított kompetenciák (a tantervből kell átvenni)¹

Szakmai kompetenciák

¹ A tanulmányi program tantervéből át kell venni azokat a szakmai és/vagy transzverzális kompetenciákat, amelyek fejlesztéséhez az a tantárgy is hozzájárul, amelyhez az adott tantárgyi adatlap készült. Minden kompetencia esetében változatlan formában át kell venni a teljes kijelentést, beleértve a kompetencia kódját is, ahogyan a tantervben megjelenik. Amennyiben a két kategória közül valamelyikből nem vesznek át kompetenciákat, a táblázatban az adott kategóriának megfelelő sort törölni kell.

Kompetencia kódja	Kompetencia
CP1	Képes megérteni, kezelni és kommunikálni a matematika alapvető és haladó fogalmait és elméleteit. <i>Ability to understand, handle and communicate fundamental and advanced concepts and theories in mathematics.</i>
CP3	Képesség a diákok matematikai műveltség alapelveinek oktatására, beleértve az alapvető matematikai fogalmakat és számításokat. <i>Ability to provide instruction to pupils and students on the principles of mathematical literacy, including basic mathematical concepts and calculations.</i>
CP7	Képesség módszertani és tudományos cikkek tervezésére és publikálására. <i>Ability to design and publish methodological and scientific articles.</i>
Transzverzális kompetenciák	
Kompetencia kódja	Kompetencia
CT1	Az információforrások felelős és hatékony felhasználása. <i>Responsible and efficient use of information sources.</i>
CT5	Képesség módszertani és tudományos cikkek tervezésére és publikálására. <i>Ability to design and publish methodological and scientific articles.</i>
CT6	A folyamatos önfejlesztés és önképzés képessége. <i>Ability to continuously improve oneself and engage in ongoing self-learning.</i>

6.2. A tanulmányi programra jellemző képzési eredmények (a tantervből kell átvenni)²

A tantárgy által megcélzott tanulási eredmények		
Kompetencia kódja	Ismeret és megértés (Knowledge and understanding)	Specifikus tudományos készségek (Specific academic skills)
CP1 CP2 CT1	1. A főbb matematikai problémátípusok és a megoldásukra szolgáló megfelelő technikák ismerete. <i>1. Knowledge of the main types of mathematical problems and the appropriate techniques for solving them.</i>	1. A terület alapvető és haladó fogalmainak, elméleteinek megértésének, manipulálásának és kommunikációjának képessége. <i>1. Ability to understand, handle and communicate fundamental and advanced concepts and theories in mathematics.</i>
CP4 CP6 CT3 CT4	2. A matematikai modellezés általános alapelveinek és konkrét módszereinek ismerete. <i>2. Knowledge of the general principles and some concrete methods of mathematical modelling.</i>	2. Képesség az oktatásirányítás területének alapvető fogalmainak és eszközeinek használatára. <i>2. Ability to work with basic concepts and tools in the field of educational management.</i>

7. Tárgy-specifikus tanulási eredmények

Ismeret és megértés (Knowledge and understanding)
1. A főbb matematikai problémátípusok és a megoldásukra szolgáló megfelelő technikák ismerete. <i>1. Knowledge of the main types of mathematical problems and the appropriate techniques for solving them.</i>
2. A matematikai modellezés általános alapelveinek és konkrét módszereinek ismerete. <i>2. Knowledge of the general principles and some concrete methods of mathematical modelling.</i>
Specifikus tudományos készségek (Specific academic skills)
1. A terület alapvető és haladó fogalmainak, elméleteinek megértésének, manipulálásának és kommunikációjának képessége. <i>1. Ability to understand, handle and communicate fundamental and advanced concepts and theories in mathematics.</i>
2. Képesség az oktatásirányítás területének alapvető fogalmainak és eszközeinek használatára. <i>2. Ability to work with basic concepts and tools in the field of educational management.</i>

8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések ³
-------------	----------------------	---------------------------

² Meg kell említeni a tanulmányi programra jellemző képzési eredményeket, amelyek fejlesztéséhez az a tantárgy is hozzájárul, amelyhez az adott tantárgyi adatlap készült. A tantárgy típusának (alaptárgy/szaktárgy/kiegészítő tárgy) megfelelő jellemzőket változtatlan formában kell átvenni a tantervből, és a kapcsolódó kompetencia jobb oldalán kell feltüntetni.

<p>1) Valós számokkal kapcsolatos tulajdonságok: alsó korlát, felső korlát, legkisebb elem, legnagyobb elem, minimális elem, maximális elem, infimum, szuprémum; környezet, nyílt halmaz, zárt halmaz, $F_{\{\sigma\}}$ típusú halmaz, $G_{\{\delta\}}$ típusú halmaz, sűrű halmazok, Dirichlet-tétel, Kronecker-tétel</p>	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 13-46] [könyvészet;oldalak]
<p>2) Valós számsorozatok: fundamentális sorozatok, rekurrens sorozatok; Töplitz-tétel, Stolz-Cesaro-tétel, Lalescu-sorozat</p>	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 46-71]
<p>3) Valós számsorok: Kummer-féle kritérium és következményei; számsorok és számsorozatok közötti kapcsolat (Kronecker-lemma)</p>	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 76-102]
<p>4) Véges és végtelen halmazok: megszámlálható halmazok, kardinális számok, Cantor-Bernstein-tétel, Cantor-halmaz</p>	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 22-27]
<p>5) Függvények határértéke és folytonossága: a határérték jellemzése a Heine-kritériummal illetve a Cauchy-kritériummal; a folytonosság jellemzése nyílt halmazokkal (zárt halmazokkal); szakadási pontok (az $f : R \rightarrow R$ függvény szakadási pontjainak halmaza $F_{\{\sigma\}}$ típusú; nem létezik olyan $f : R \rightarrow R$ függvény, amely folytonos minden racionális pontban és szakadós minden irracionális pontban)</p>	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 22-27]
<p>6) Egyenletesen folytonos függvények: az egyenletes folytonosság jellemzése sorozatokkal illetve függvények határértékével; az egyenletes folytonosság elégséges feltételei</p>	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[3; 42-49], [7, I; 188-190], [10; 41]
<p>7) Deriválható függvényekkel kapcsolatos tulajdonságok: a folytonosság és deriválhatóság kapcsolata, bal és jobb oldali deriváltak; példa olyan folytonos $f : R \rightarrow R$ függvényre, amely egyetlen pontban sem deriválható (Van der Waerden példája, K. Weierstrass példája), Banach-tétel (a deriválható függvények halmaza első kategóriájú)</p>	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 191-201], [8; 107-116]
<p>8) A differenciálszámítás alapvető tételei: Fermat-tétel, Rolle-tétel, Cauchy-tétel, Lagrange-tétel; Taylor-képlet, L'Hospital-szabály</p>	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 202-224]
<p>9) A differenciálszámítás alapvető tételei: a közép-értéktételek</p>	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I, 251-255]

³ Például szervezési szempontok, ajánlások a hallgatók számára, a kurzushoz/szemináriumhoz kapcsolódó konkrét szempontok, mint például a területen dolgozó szakemberek meghívása stb.

egységesített formája (lásd: Páles Zs., <i>A unified form of the classical mean value theorems</i> , WSSIAA, 3(1994), 493-500)		
10) Konvex függvények: konvexitás és folytonosság kapcsolata, Jensen-konvexitás és kapcsolata a konvexitással; példa olyan Jensen-konvex függvényre, amely nem konvex	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 94-107], [7, I; 226-232]
11) Konvex függvények: konvexitás és deriválhatóság kapcsolata (a konvexitás jellemzése az elsőrendű deriváltfüggvénnyel; a konvexitás jellemzése a másodrendű deriváltfüggvénnyel)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 94-107], [7, I; 226-232]
12) Algebrai egyenletek megoldása analízis eszközökkel: grafikus módszer, Rolle-sorozat, húrmódszer, érintő módszer (vagy Newton-féle módszer), a kontrakció elve (vagy Banach-féle fixpont tétel)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 457-477]
13) Darboux-tulajdonságú függvények: a Darboux-tulajdonság és folytonosság kapcsolata, Darboux-tulajdonságú függvények szakadási pontjai, Lebesgue példája Darboux-tulajdonságú és sehol sem folytonos függvényre	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9], [7, I; 120-122]
14) Darboux-tulajdonságú függvények: a Darboux-tulajdonság és deriválhatóság kapcsolata, a Darboux-tulajdonság és primitív függvények kapcsolata, a Darboux-tulajdonság és két függvény összege, szorzata illetve hányadosa közötti kapcsolat	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9], [7, I; 120-122]
Könyvészet		
<ol style="list-style-type: none"> Balázs M.-Hatházi A.: <i>Matematika</i>, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006. Balázs M.: <i>Matematika analízis</i>, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006. Crăciun C.V.: <i>Analiză matematică (Materiale pentru perfecționarea profesorilor de liceu)</i>, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1992. Crăciun C.V.: <i>Contraexemple în analiza matematică</i>, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1989. Crăciun C.V.: <i>Teoreme de medie din analiza matematică</i>, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986. Gelbaum B.R.–Olmsted J.M.H.: <i>Contraexemple în analiză</i>, Editura Științifică, București, 1973. Sirețchi Gh.: <i>Calculul diferențial și integral</i>, vol. I-II, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985. Sirețchi Gh.: <i>Calculul diferențial</i>, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1983. Sirețchi Gh.: <i>Funcții cu proprietatea Darboux</i>, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986. Rădulescu S.–Rădulescu M.: <i>Teoreme și probleme de analiză matematică</i>, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982. 		
8.2 Szeminárium/ Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1) Valós számokkal kapcsolatos tulajdonságok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 13-18, 31-34] [könyvészet;oldalak]

2) Valós számsorozatok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 34-115]
3) Valós számsorok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 116-143], [4; 17-27]
4) Véges és végtelen halmazok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 18-22]
5) Függvények határértéke és folytonossága: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 185-223], [4; 29-36]
6) Egyenletesen folytonos függvények : gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 234-243], [3; 50-69]
7) Deriválható függvényekkel kapcsolatos tulajdonságok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[4; 37-47], [3; 87-106], [7, II; 244-267]
8) A differenciálszámítás alapvető tételei: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 267-306], [5]
9) A differenciálszámítás alapvető tételei: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 267-306], [5]
10) Konvex függvények: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 307-315]
11) Konvex függvények: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 307-315]
12) Algebrai egyenletek megoldása analízis eszközökkel: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, I; 457-477]
13) Darboux-tulajdonságú függvények: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[9], [7, II; 157-159]
14) Darboux-tulajdonságú függvények: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[9], [7, II; 157-159]

Könyvészet

- Balázs M.-Hatházi A.: *Matematika*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006.
- Balázs M.: *Matematika analízis*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006.
- Crăciun C.V.: *Analiză matematică (Materiale pentru perfecționarea profesorilor de liceu)*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1992.
- Crăciun C.V.: *Contraexemple în analiza matematică*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1989.
- Crăciun C.V.: *Teoreme de medie din analiza matematică*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986.
- Gelbaum B.R.–Olmsted J.M.H.: *Contraexemple în analiză*, Editura Științifică, București, 1973.
- Sirețchi Gh.: *Calculul diferențial și integral*, vol. I-II, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985.
- Sirețchi Gh.: *Calculul diferențial*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1983.
- Sirețchi Gh.: *Funcții cu proprietatea Darboux*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986.
- Rădulescu S.–Rădulescu M.: *Teoreme și probleme de analiză matematică*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.

9. Értékelés



















Tevékenység típusa	9.1 Értékelési kritériumok ⁴	9.2 Értékelési módszerek ⁵	9.3 Aránya a végső jegyben
9.4 Előadás	Szummatív (összegező, lezáró) értékelés	Írásbeli vizsga	50%

⁴ Az értékelési kritériumoknak közvetlenül tükrözniük kell a tanulmányi program és a tantárgy szintjén kitűzött képzési eredményeket. Pontosabban, a várható képzési eredményeknél felsorolt eredményeket értékelik.

⁵ Javasolt mind a végső kiértékelési módszerek, mind a folyamatos kiértékelési stratégia meghatározása.

9.5 Szeminárium/ Labor	Szummatív (összegező, lezáró) értékelés	Írásbeli vizsga	50%
9.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
Az előadáson és szemináriumon való aktív részvétel.			

10. SDG-ikonok (Fenntartható fejlődési célok/ Sustainable Development Goals)⁶

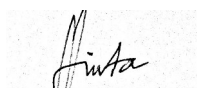
	A fenntartható fejlődés általános ikonja							
								
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
								Nem alkalmazható
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Kitöltés időpontja:

2025. május 08.

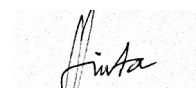
Előadás felelőse:

Dr. Finta Zoltán egyet. docens



Szeminárium felelőse:

Dr. Finta Zoltán egyet. docens



Az intézeti jóváhagyás dátuma:

2025. május 29.

Intézetigazgató:

Dr. András Szilárd-Károly egyet. docens

⁶ Válasszon ki egyetlen olyan ikont, amely az [Egyetemi folyamatban történő alkalmazására vonatkozó eljárás](#) szerint legjobban illeszkedik az adott tantárgyhoz. Ha a tantárgy általánosságban foglalkozik a fenntartható fejlődéssel (pl. bemutatja/bevezeti a fenntartható fejlődés általános kereteit stb.), akkor a Fenntartható Fejlődés általános ikonja rendelhető hozzá. Ha egyetlen ikon sem vonatkozik a tantárgyra, válassza az utolsó opciót: „Nem alkalmazható”.