

A TANTÁRGY ADATLAPJA

Görbék és felületek geometriája

Egyetemi tanév: 2025-2026

1. A képzési program adatai

1.1. Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2. Kar	Matematika és Informatika
1.3. Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4. Szakterület	Matematika
1.5. Képzési szint	Alap
1.6. Tanulmányi program / Képesítés	Matematika (magyar nyelven)
1.7. Képzési forma	Nappali

2. A tantárgy adatai

2.1. A tantárgy neve		Geometria curbelor și suprafețelor/Görbék és felületek geometriája/Geometry of Curves and Surfaces				A tantárgy kódja		MLM0079	
2.2. Az előadásért felelős tanár neve			Dr. Mezei Ildikó Ilona, egyetemi adjunktus						
2.3. A szemináriumért felelős tanár neve			Dr. Mezei Ildikó Ilona, egyetemi adjunktus						
2.4. Tanulmányi év	2	2.5. Félév	3	2.6. Értékelés módja	V	2.7. Tantárgy típusa		Szaktárgy	

3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszám)

3.1. Heti óraszám	4	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor/projekt	2
3.4. Tantervben szereplő összórászám	56	melyből: 3.5 előadás	28	3.6 szeminárium/labor	28
Az egyéni tanulmányi idő (ET) és az önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					15
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					10
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása (nagyobb vagy egyenlő a tantárgy naptárában az ellenőrzési feladatokra előírt összórászámával)					15
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					10
Vizsgák					10
Más tevékenységek: leadott házi feladatok javítása					9
3.7. Egyéni tanulmányi idő (ET) és önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő összórászám					69
3.8. A félév összórászám					125
3.9. Kreditszám					5

4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1. Tantervi	Analitikus mértan
4.2. Kompetenciabeli	Vektorszámítás, analitikus geometria, egy és többváltozós matematikai analízis, differenciálegyenletek

5. Feltételek (ha vannak)

5.1. Az előadás lebonyolításának feltételei	Táblával és videoprojektorral felszerelt előadóterem
5.2. A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	Táblával és videoprojektorral felszerelt terem

6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák¹

Szakmai/kulcs-kompetenciák	C1.1 Fogalmak azonosítása, elméletek leírása és a szaknyelv használata C1.2 A matematikai fogalmak helyes magyarázata és értelmezése a szaknyelv felhasználásával C1.3 A módszerek és elvek helyes alkalmazása a matematikafeladatok megoldásában C1.4. Főbb matematikai problémátípusok felismerése és a megoldásukhoz szükséges módszerek, technikák kiválasztása. C2.3 A megfelelő elméleti módszerek alkalmazása a problémák elemzésénél C2.4 Előzetesen létező adatokat feldolgozó feladatmegoldásból származó adatok összehasonlító elemzése C2.5 Projektek, dolgozatok kidolgozása és bemutatása az adatelemzés eredményeire vonatkozóan C3.5.Feladatok algoritmikus megoldására vonatkozó projektek elkészítése C 5.1 A matematikai bizonyítások megfelelő fogalmainak, módszereinek és technikáinak azonosítása C 5.2 Matematikai gondolatmenetek alkalmazása matematikai eredmények bizonyítására C 5.3 Matematikai eredmények igazolására vonatkozó érvelések logikus felépítése és kifejtése, a feltételek és a következtetések világos azonosításával C 5.4 Különböző bizonyítási módszerek hatékony alkalmazása és komparatív elemzéseA görbék és felületek alaptételeinek ismerete és megfelelő használata.
Transzverzális kompetenciák	CT1 A szervezett és hatékony munka szabályainak, a didaktikai-tudományos területhez való felelősségteljes hozzáállás alkalmazása a saját potenciál kreatív értékesítéséhez, a szakmai etika alapelveinek és normáinak tiszteletben tartásával CT3 Hatékony módszerek és technikák használata tanulásra, információszerzésre, kutatásra és a tudásszerzési kapacitások fejlesztésére, egy dinamikus társadalom igényeinek való megfelelésre, román és egy nemzetközi nyelven történő kommunikációra

7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	- számolási készségek, kreatív gondolkodás fejlesztése - a térbenlátás fejlesztése - feladatmegoldói, matematikai szövegértési készségek, jártasságok fejlesztése
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	Az előadások és szemináriumok végére a diákok: - meg tudnak oldani differenciálegyenleteket egy görbe illetve felületcsalád egyenleteinek meghatározása érdekében - meg tudják határozni egy görbe érintőjének, normalsíkjának az egyenletét, a Frenet-féle triéder elemeit - fel tudják írni a Frenet-féle képleteket és alkalmazni tudják a görbék lokális geometriájának vizsgálatában - ki tudják számítani egy görbe görbületét, torzióját - fel tudják írni egy felület első és második alapformáját, - szögeket, távolságokat határoznak meg a felületen - ki tudják számítani egy felület különböző görbületeit

¹ Választhat kompetenciák vagy tanulási eredmények között, illetve választhatja mindkettőt is. Amennyiben csak az egyik lehetőséget választja, a másik lehetőséget el kell távolítani a táblázatból, és a kiválasztott lehetőség a 6. számot kapja.

8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Görbék értelmezése, természetes paraméterezés	Előadás, magyarázat	
2. Érintő, normálsík, általános helyzetű görbék, simulósík, Frenet-féle triéder	Előadás, magyarázat	
3. Vektormezők egy görbe mentén, a Frenet-féle koordináta-rendszer. A Frenet-féle képletek	Előadás, magyarázat	
4. Görbe görbülete és torziója, a görbület és torzió mértani jelentése	Előadás, magyarázat	
5. Egy térgörbe simulóköre és simulógömbje	Előadás, magyarázat	
6. Síkgörbecsalád burkolója, a síkgörbe evolútája, síkgörbe evolvense	Előadás, számítógépes szemléltetés, magyarázat	
7. Az izoperimetrikus egyenlőtlenség, sík és térgörbék elméletének alaptétele, természetes egyenlet	Előadás, magyarázat	
8. Felületek értelmezése, példák	Előadás, számítógépes szemléltetés	
9. koordináta-görbék rendszere, érintősík, normális	Előadás, magyarázat	
10. A felületek első alapformája. Felületen elhelyezkedő görbeív hossza, a felületen elhelyezkedő két görbe szöge, felületrész területe	Előadás, magyarázat	
11. Felületek második alapformája, normálgörbület	Előadás, magyarázat	
12. Felület főgörbületei, közép és összgörbület, Teorema Egregium	Előadás, magyarázat	
13. Geodetikus vonalak egy felületen	Előadás, magyarázat	
14. Minimálfelületek és állandó összgörbületű felületek	Előadás, számítógépes szemléltetés	
Könyvészet - Mezei I.I, Varga Cs, Görbék és felületek, Ábel Kiadó, 2011. - Blaga A. P., Lectures on Classical Differential Geometry, Editura RISOPRINT, Cluj-Napoca, 2005 - Enghiş P, Ţarină M., Curs de Geometrie Diferenţială, Cluj-Napoca, 1985 - Murgulescu E., col., Geometrie analitică si diferenţială, Editura Didactică si Pedagogică, Bucureşti, 1965. - Murgulescu E., col., Geometrie analitică in spaţiu si geometrie diferenţială, Culegere de probleme, vol. 2 Ed.Didactică si Pedagogică, Bucureşti. - Pintea C., Geometrie, Presa Universitara Clujeana, 2001. - Teodorescu I.D., Geometrie Superioară, Ed. Didactică si Pedagogică, Bucureşti , 1970 - Teodorescu I.D., Teodorescu S.D., Culegere de probleme de Geometrie Superioară, Ed. Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1975 https://web.mit.edu/hyperbook/Patrikalakis-Maekawa-Cho/node2.html		
8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Feladatok: a görbék regularitásának, egyszerűségének vizsgálata, a Peano görbe vizsgálata	Megbeszélés, feladatmegoldás, számítógépes szemléltetés	

2. Nevezetes görbék vizsgálata, egyenletük levezetése: ciklois, epiciklois, hipociklois, sajátos esetek, spirálok,	Megbeszélés, feladatmegoldás számítógépes szemléltetés	
3. Feladatmegoldás: érintő, normálsík, általános helyzetű görbék, simulósík, a Frenet-féle triéderlemeinek meghatározása	Megbeszélés, feladatmegoldás	
4. Feladatmegoldás: a Frenet-féle koordináta-rendszer, Frenet-féle képletek alkalmazása, görbe görbülete és torziójának kiszámítása, Lancret tétele	Megbeszélés, feladatmegoldás	
5. Feladatmegoldás: görbék érintkezése, egy görbe simulóköre, térgörbe simulógömbje	Megbeszélés, feladatmegoldás, számítógépes szemléltetés	
6. Feladatmegoldás: egy illetve két paramétertől függő síkgörbecsalád burkolója, paraméteres egyenletekkel megadott görbecsalád burkolója	Megbeszélés, feladatmegoldás,	
7. Feladatmegoldás: , a síkgörbe evolútája, síkgörbe evolvensé, görbék természetes egyenletének meghatározása	Megbeszélés, feladatmegoldás, számítógépes modellezés	
8. Sajátos felületosztályok vizsgálata	Megbeszélés, feladatmegoldás,	
9. Feladatmegoldás: érintősík, normális,	Megbeszélés, feladatmegoldás,	
10. Feladatmegoldás: a felületek első alapformája, felületen elhelyezkedő görbeív hossza, felületen elhelyezkedő két görbe szöge, felületrész területének meghatározása	Megbeszélés, feladatmegoldás	
11. Feladatmegoldás: Felületek második alapformája, normálgörbület	Megbeszélés, feladatmegoldás	
12. Feladatmegoldás: Felület főgörbületei, közép és összgörbület	Megbeszélés, feladatmegoldás,	
13. Feladatmegoldás: Sajátos felületek geodetikus vonalainak meghatározása	Megbeszélés, feladatmegoldás	
14. Feladatmegoldás: geodetikus vonalak meghatározása, állandó összgörbületű felületek, mint geometriai modellek vizsgálata	Megbeszélés, feladatmegoldás, számítógépes szemléltetés	
Könyvészet 1) M Murgulescu E., col., Geometrie analitica in spatiu si geometrie diferentiala, Culegere de probleme, vol. 2, Ed. Didactica si Pedagogica, Bucuresti 2) Teodorescu I.D., Teodorescu S.D., Culegere de probleme de Geometrie Superioara, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1975 3) Fedenko A. Recueil d'exercices de geometrie differentielle, Ed. Mir, Moscou 1982 4) Mezei I.I, Varga Cs, Görbék és felületek, Ábel Kiadó, 2011. 5) Blaga A. P., Lectures on Classical Differential Geometry, Editura Risoprint, Cluj-Napoca, 2005		

9. A tantárgy tartalmának összhangba hozása az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásaival.

- A tantárgy tartalma megegyezik a fontosabb egyetemeken oktatott görbék és felületek tárgy hagyományos tartalmával.

10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Alapfogalmak ismerete	Előadásokon megírt rövid zárthelyi dolgozatok	10%
	Alapfogalmak, tételek, tulajdonságok igazolása	Írásbeli vizsga	40%
10.5 Szeminárium / Labor	Feladatmegoldások helyessége	Írásbeli vizsga	40%
	Házi feladatok helyessége	Bemutatott házi feladatok	10%

10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei

- A görbék és felületek elméletéből a legalapvetőbb fogalmak és tételek ismerete
- Tudja meghatározni egy görbe érintőjét, normálsíkját, görbületét
- Tudja meghatározni egy felület érintő síkját, alapformáit, főgörbületeit, összgörbületét

11. SDG ikonok (Fenntartható fejlődési célok/ Sustainable Development Goals)²

Nem alkalmazható.

Kitöltés időpontja:
2025. április 29.

Előadás felelőse:

Dr. Mezei Ildikó Ilona, egyetemi adjunktus

Szeminárium felelőse:

Dr. Mezei Ildikó Ilona, egyetemi adjunktus

Az intézeti jóváhagyás dátuma:

Intézetigazgató:

Dr. András Szilárd-Károly docens

² Csak azokat az ikonokat tartsa meg, amelyek az [SDG-ikonoknak az egyetemi folyamatban](#) történő alkalmazására vonatkozó eljárás szerint illeszkednek az adott tantárgyhoz, és törölje a többit, beleértve a fenntartható fejlődés általános ikonját is – amennyiben nem alkalmazható. Ha egyik ikon sem illik a tantárgyra, törölje az összeset, és írja rá, hogy „Nem alkalmazható”.