

A TANTÁRGY ADATLAPJA

Matematikai analízis 2 (Differenciálszámítás az R^n térben)
Egyetemi tanév 2026-2027

1. A képzési program adatai

| | |
|------------------------------------|---|
| 1.1. Felsőoktatási intézmény | Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Kolozsvár |
| 1.2. Kar | Matematika és Informatika |
| 1.3. Intézet | Magyar Matematika és Informatika |
| 1.4. Szakterület | Matematika |
| 1.5. Képzési szint | Alapképzés |
| 1.6. Tanulmányi program/ Képesítés | Matematika |
| 1.7. Képzési forma | Nappali tagozat |

2. A tantárgy adatai

| | | | | | |
|--|---|------------|---|----------------------|----------------|
| 2.1. A tantárgy neve | Matematikai analízis 2 (Differenciálszámítás az R^n térben) | | | A tantárgy kódja | MLM0006 |
| 2.2. Az előadásért felelős tanár neve | Dr. Finta Zoltán egyetemi docens | | | | |
| 2.3. A szemináriumért felelős tanár neve | Dr. Finta Zoltán egyetemi docens | | | | |
| 2.4. Tanulmányi év | 1 | 2.5. Félév | 2 | 2.6. Értékelés módja | Vizsga |
| 2.7. Tantárgy rendszere | Kötelező | | | 2.8. Tantárgy típusa | Alaptárgy |

3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszám)

| | | | | | |
|--|----|-----------------------|----|--------------------------------|------------|
| 3.1. Heti óraszám | 4 | melyből: 3.2. előadás | 2 | 3.3. szeminárium/labor/projekt | 2 |
| 3.4. Tantervben szereplő összórászám | 56 | melyből: 3.5. előadás | 28 | 3.6. szeminárium/labor | 28 |
| Az egyéni tanulmányi idő (ET) és az önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő elosztása: | | | | | óra |
| A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása (ET) | | | | | 20 |
| Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás | | | | | 11 |
| Szemináriumok/ laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása | | | | | 16 |
| Egyéni készségfejlesztés (tutorálás) | | | | | 7 |
| Vizsgák | | | | | 15 |
| Más tevékenységek: | | | | | --- |
| 3.7. Egyéni tanulmányi idő (ET) és önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő összórászám | | | | | 69 |
| 3.8. A félév összórászám | | | | | 125 |
| 3.9. Kreditszám | | | | | 5 |

4. Előfeltételek (ha vannak)

| | |
|----------------------|---|
| 4.1. tantervi | Matematikai analízis 1 (Analízis a valós számok halmazán) |
| 4.2. kompetenciabeli | Matematikai gondolkodás, modellezés, problémamegoldás |

5. Feltételek (ha vannak)

| | |
|---|---|
| 5.1. Az előadás lebonyolításának feltételei | Megfelelő infrastruktúrával ellátott előadóterem |
| 5.2. A szeminárium/ labor lebonyolításának feltételei | Megfelelő infrastruktúrával ellátott szemináriumi terem |

6.1. A tanulmányi program elvégzése során elsajátított kompetenciák (a tantervből kell átvenni)¹

| |
|-----------------------------|
| Szakmai kompetenciák |
|-----------------------------|

¹ A tanulmányi program tantervéből át kell venni azokat a szakmai és/vagy transzverzális kompetenciákat, amelyek fejlesztéséhez az a tantárgy is hozzájárul, amelyhez az adott tantárgyi adatlap készült. Minden kompetencia esetében változatlan formában át kell venni a teljes kijelentést, beleértve a kompetencia kódját is, ahogyan a tantervben megjelenik. Amennyiben a két kategória közül valamelyikből nem vesznek át kompetenciákat, a táblázatban az adott kategóriának megfelelő sort törölni kell.

| | |
|------------------------------------|--|
| Kompetencia kódja | Kompetencia |
| CP1 | Matematikai fogalmakkal és módszerekkel való munka. <i>Use of concepts and mathematical methods.</i> |
| CP5 | Matematikai eredmények bizonyítása különböző matematikai fogalmak és érvelés segítségével. <i>Demonstration of mathematical results using different mathematical concepts and reasoning.</i> |
| Transzverzális kompetenciák | |
| Kompetencia kódja | Kompetencia |
| CT1 | A szervezett és hatékony munkavégzés szabályainak alkalmazása, a didaktikai-tudományos terület iránti felelősségteljes hozzáállás, a saját lehetőségek kreatív kiaknázása érdekében, a szakmai etika elveinek és normáinak tiszteletben tartása mellett. <i>Application of organized and efficient work rules, of responsible attitudes towards the didactic-scientific field, to bring creative value to own potential, with respect for professional ethics principles and norms.</i> |

6.2. A tanulmányi programra jellemző képzési eredmények (a tantervből kell átvenni)²

| A tantárgy által megcélzott tanulási eredmények | | |
|--|--|---|
| Kompetencia kódja | Ismeret és megértés (Knowledge and understanding) | Specifikus tudományos készségek (Specific academic skills) |
| CP1 | 1. A hallgató/diplomás meghatározza az alapvető fogalmakat a matematika alapvető tudományágaiban. <i>1. The student/graduate defines the fundamental concepts from the core disciplines of mathematics.</i> | 1. A hallgató/diplomás példákat mutat be az alapvető elméleti fogalmak és eredmények alkalmazására a tantervben szereplő tantárgyakhoz kapcsolódóan megfogalmazott gyakorlatok és problémák megoldása során. <i>1. The student/graduate provides examples of using core concepts and basic theoretical results to solve exercises and problems formulated in relation to the topics covered in the curriculum.</i> |
| CP1 | 2. A hallgató/diplomás összehasonlítja és megkülönbözteti a matematika alapvető tudományágaihoz kapcsolódó fogalmakat és azok tulajdonságait. <i>2. The student/graduate compares and distinguishes related notions and their properties from the core disciplines of mathematics.</i> | 2. A hallgató/diplomás felismeri és elemzi a matematikai állítások kijelentéseiben szereplő szükséges és/vagy elégséges feltételeket, és meghatározza azok szerepét a bizonyításban. <i>2. The student/graduate recognizes and analyses the necessary and/or sufficient conditions in the statements of mathematical assertions and specifies their role in the proof.</i> |
| CP2 | 3. A hallgató/diplomás észrevételeket fogalmaz meg, és példákon, valamint ellenpéldákon keresztül megkülönbözteti a matematika alapvető tudományágaiból származó fogalmakat, tulajdonságokat és állításokat. <i>3. The student/graduate formulates observations and differentiates notions, properties, and assertions from the core disciplines of mathematics through examples and counterexamples.</i> | 3. A hallgató/diplomás azonosítja és leírja a matematikai állítások bizonyításának (lemmák, tulajdonságok, tételek) lényeges elemeit, felismeri az érvelési hibákat és kijavítja azokat. <i>3. The student/graduate identifies and describes the essential elements in constructing proofs of mathematical assertions (lemmas, propositions, theorems), recognizes reasoning errors, and corrects them.</i> |

² Meg kell említeni a tanulmányi programra jellemző képzési eredményeket, amelyek fejlesztéséhez az a tantárgy is hozzájárul, amelyhez az adott tantárgyi adatlap készült. A tantárgy típusának (alaptárgy/szaktárgy/kiegészítő tárgy) megfelelő jellemzőket változatlan formában kell átvenni a tantervből, és a kapcsolódó kompetencia jobb oldalán kell feltüntetni.

| | | |
|------------|---|---|
| CP2 | <p>4. A hallgató/diplomás értelmezi a tantervben szereplő felsőfokú matematika alapfogalmait.</p> <p><i>4. The student/graduate defines the basic concepts from advanced mathematics disciplines in the curriculum.</i></p> | <p>4. A hallgató/diplomás kérdésekre válaszol, és helyesen, pontosan megfogalmazza a matematikai állítások kijelentéseit (lemmákat, tulajdonságokat, tételeket).</p> <p><i>4. The student/graduate answers questions and correctly and rigorously formulates the statements of mathematical assertions (lemmas, propositions, theorems) from the disciplines in the curriculum.</i></p> |
|------------|---|---|

7. Tárgy-specifikus tanulási eredmények

| Ismeret és megértés (Knowledge and understanding) |
|--|
| <p>1. A hallgató/diplomás meghatározza az alapvető fogalmakat a matematika alapvető tudományágaiban.</p> <p><i>1. The student/graduate defines the fundamental concepts from the core disciplines of mathematics.</i></p> |
| <p>2. A hallgató/diplomás összehasonlítja és megkülönbözteti a matematika alapvető tudományágaihoz kapcsolódó fogalmakat és azok tulajdonságait.</p> <p><i>2. The student/graduate compares and distinguishes related notions and their properties from the core disciplines of mathematics.</i></p> |
| <p>3. A hallgató/diplomás észrevételeket fogalmaz meg, és példákon, valamint ellenpéldákon keresztül megkülönbözteti a matematika alapvető tudományágaiból származó fogalmakat, tulajdonságokat és állításokat.</p> <p><i>3. The student/graduate formulates observations and differentiates notions, properties, and assertions from the core disciplines of mathematics through examples and counterexamples.</i></p> |
| <p>4. A hallgató/diplomás értelmezi a tantervben szereplő felsőfokú matematika alapfogalmait.</p> <p><i>4. The student/graduate defines the basic concepts from advanced mathematics disciplines in the curriculum.</i></p> |
| Specifikus tudományos készségek (Specific academic skills) |
| <p>1. A hallgató/diplomás példákat mutat be az alapvető elméleti fogalmak és eredmények alkalmazására a tantervben szereplő tantárgyakhoz kapcsolódóan megfogalmazott gyakorlatok és problémák megoldása során.</p> <p><i>1. The student/graduate provides examples of using core concepts and basic theoretical results to solve exercises and problems formulated in relation to the topics covered in the curriculum.</i></p> |
| <p>2. A hallgató/diplomás felismeri és elemzi a matematikai állítások kijelentéseiben szereplő szükséges és/vagy elégséges feltételeket, és meghatározza azok szerepét a bizonyításban.</p> <p><i>2. The student/graduate recognizes and analyses the necessary and/or sufficient conditions in the statements of mathematical assertions and specifies their role in the proof.</i></p> |
| <p>3. A hallgató/diplomás azonosítja és leírja a matematikai állítások bizonyításának (lemmák, tulajdonságok, tételek) lényeges elemeit, felismeri az érvelési hibákat és kijavítja azokat.</p> <p><i>3. The student/graduate identifies and describes the essential elements in constructing proofs of mathematical assertions (lemmas, propositions, theorems), recognizes reasoning errors, and corrects them.</i></p> |
| <p>4. A hallgató/diplomás kérdésekre válaszol, és helyesen, pontosan megfogalmazza a matematikai állítások kijelentéseit (lemmákat, tulajdonságokat, tételeket).</p> <p><i>4. The student/graduate answers questions and correctly and rigorously formulates the statements of mathematical assertions (lemmas, propositions, theorems) from the disciplines in the curriculum.</i></p> |

8. A tantárgy tartalma

| 8.1 Előadás | Didaktikai módszerek | Megjegyzések³ |
|--|----------------------------------|---------------------------------------|
| 1) Improprius integrálok (konvergencia kritériumok, tulajdonságok) | Előadás, bemutatás, szemléltetés | [9; 285-296] [könyvészet; oldalak] |
| 2) Riemann-Stieltjes integrálok (integrálási kritériumok, tulajdonságok) | Előadás, bemutatás, szemléltetés | [9; 261-284] |
| 3) Az \mathbb{R}^n euklidészi tér (skaláris szorzat, euklidészi norma, euklidészi távolság). Topológiai alapfogalmak az \mathbb{R}^n térben (nyílt gömb, környezet, belső pont, külső pont, torlódási pont, aderens pont, határpont, izolált pont, | Előadás, bemutatás, szemléltetés | [9; 353-359] [9; 362-370] |

³ Például szervezési szempontok, ajánlások a hallgatók számára, a kurzushoz/szemináriumhoz kapcsolódó konkrét szempontok, mint például a területen dolgozó szakemberek meghívása stb.

| | | |
|---|----------------------------------|---------------------------|
| nyílt halmaz, zárt halmaz) | | |
| 4) Sorozatok az R^n térben (konvergens sorozatok, fundamentális sorozatok, torlódási pont illetve aderens pont jellemzése sorozatokkal). Kompakt halmazok az R^n térben (kompakt halmazok jellemzési tételei) | Előadás, bemutatás, szemléltetés | [9; 358-362, 370-373] |
| 5) Többváltozós függvények határértéke (értelmezés, határérték sorozatokkal való jellemzése, tulajdonságok, többváltozós függvények határértékének kiszámítása) | Előadás, bemutatás, szemléltetés | [9; 425-431] |
| 6) Többváltozós függvények folytonossága (pontban való folytonosság értelmezése, sorozatokkal való jellemzés, tulajdonságok, halmazon való folytonosság, Weierstrass-féle tétel, Cantor-féle tétel) | Előadás, bemutatás, szemléltetés | [9; 431-440] |
| 7) Többváltozós függvények differenciálszámítása (iránymenti derivált, parciális deriváltak, Fréchet-féle differenciálhatóság és differenciál, a differenciál kapcsolata a folytonossággal, iránymenti deriválttal és a parciális deriváltakkal, gradiens) | Előadás, bemutatás, szemléltetés | [9; 440-450] [9; 451-459] |
| 8) Többváltozós függvények differenciálszámítása (a differenciál és függvényekkel végezhető műveletek kapcsolata, Jacobi-féle mátrix, láncszabály) | Előadás, bemutatás, szemléltetés | [9; 451-459] |
| 9) Többváltozós függvények differenciálszámítása (Fermat-féle tétel és Lagrange-féle tétel többváltozós függvényekre, a differenciál geometriai jelentése) | Előadás, bemutatás, szemléltetés | [9; 459-469] |
| 10) Többváltozós függvények differenciálszámítása (magasabb rendű parciális deriváltak. Schwarz-féle tétel, Young-féle tétel, Hesse-féle mátrix) | Előadás, bemutatás, szemléltetés | [9; 469-480] |
| 11) Többváltozós függvények differenciálszámítása (Taylor-féle képlet, Peano-féle tétel, magasabb rendű differenciálok) | Előadás, bemutatás, szemléltetés | [9; 480-483] [2; 186-195] |
| 12) Többváltozós függvények differenciálszámítása (többváltozós függvények helyi szélsőérték pontjainak meghatározása) | Előadás, bemutatás, szemléltetés | [9; 484-494] |
| 13) Többváltozós függvények differenciálszámítása (az implicit függvény tétele, példák, az inverz függvény tétele) | Előadás, bemutatás, szemléltetés | [9; 494-514] |
| 14) Többváltozós függvények differenciálszámítása (többváltozós | Előadás, bemutatás, szemléltetés | [9; 531-544] |



| | | |
|--|--------------------------------------|---------------------------------------|
| függvények feltételes szélsőérték pontja- inak meghatározása) | | |
| Könyvészet | | |
| <ol style="list-style-type: none"> 1. Balázs M.: <i>Matematikai analízis</i>, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2000. 2. Balázs M., Kolumbán J.: <i>Matematikai analízis</i>, Dacia Könyvkiadó, Kolozsvár, 1978. 3. Breckner W. W.: <i>Analiză matematică. Topologia spațiului R^n</i>, Universitatea din Cluj-Napoca, Cluj-Napoca, 1985. 4. Browder A.: <i>Mathematical Analysis. An Introduction</i>, Springer-Verlag, New York, 1996. 5. Bucur G., Câmpu E., Găină S.: <i>Culegere de probleme de calcul diferențial și integral</i>, Vol. II, Editura Tehnică, București, 1966; Vol. III, Editura Tehnică, București, 1967. 6. Chiriță S.: <i>Probleme de matematici superioare</i>, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1989. 7. Cobzaș Șt.: <i>Analiză matematică (Calcul diferențial)</i>, Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca, 1997. 8. Demidovici B.P.: <i>Culegere de probleme și exerciții de analiză matematică</i>, Editura Tehnică, București, 1956. 9. Finta Z.: <i>Matematikai analízis</i>, Státus Kiadó, Csíkszereda, 2017. 10. Popa C.–Hiriș V.–Megan M.: <i>Introducere în analiză matematică prin exerciții și probleme</i>, Editura Facla, Timișoara, 1976. 11. Rădulescu S.–Rădulescu M.: <i>Teoreme și probleme de analiză matematică</i>, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982. 12. Trif T.: <i>Probleme de calcul diferențial și integral în R^n</i>, Casa Cărții de Știință, Cluj-Napoca, 2003. | | |
| 8.2 Szeminárium/ Labor | Didaktikai módszerek | Megjegyzések |
| 1) Improprius integrálok - gyakorlatok | Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés | [6; 223-230] [könyvészet; oldalak] |
| 2) Riemann-Stieltjes integrálok - gyakorlatok | Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés | [10; 270-292] |
| 3) Az R topológiája - gyakorlatok | Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés | [10; 99-115] |
| 4) Az R^2 illetve az R^n topológiája - gyakorlatok | Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés | [9; 362-373] |
| 5) Normált terek (euklideszi-norma, Minkowski-norma, Csebisev-norma, Banach terek) - gyakorlatok | Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés | [9; 399-416] |
| 6) Többváltozós függvények határértéke - gyakorlatok | Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés | [6; 115-119] |
| 7) Többváltozós függvények folytonossága - gyakorlatok | Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés | [6; 125-126] |
| 8) Iránymenti derivált, parciális deriváltak, Fréchet-féle differenciálhatóság és differenciál - gyakorlatok | Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés | [6; 143-160] |
| 9) Többváltozós összetett függvények parciális deriváltjainak kiszámítása (láncszabály) - gyakorlatok | Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés | [6; 143-160] |
| 10) Másodrendű parciális deriváltak (láncszabály) - gyakorlatok | Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés | [6; 143-160] |
| 11) Taylor-féle képlet, többváltozós | Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés | [6; 143-160] |

| | | |
|---|--------------------------------------|--------------|
| függvények helyi szélsőérték pontjainak meghatározása - gyakorlatok | | |
| 12) Többváltozós függvények helyi szélsőérték pontjainak meghatározása - gyakorlatok | Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés | [6; 143-160] |
| 13) Többváltozós függvények feltételes szélsőérték pontjainak meghatározása - gyakorlatok | Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés | [6; 160-173] |
| 14) Többváltozós függvények feltételes szélsőérték pontjainak meghatározása - gyakorlatok | Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés | [6; 160-173] |
| Könyvészeti | | |
| <ol style="list-style-type: none"> Balázs M.: <i>Matematikai analízis</i>, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2000. Balázs M., Kolumbán J.: <i>Matematikai analízis</i>, Dacia Könyvkiadó, Kolozsvár, 1978. Breckner W. W.: <i>Analiză matematică. Topologia spațiului R^n</i>, Universitatea din Cluj-Napoca, Cluj-Napoca, 1985. Browder A.: <i>Mathematical Analysis. An Introduction</i>, Springer-Verlag, New York, 1996. Bucur G., Câmpu E., Găină S.: <i>Culegere de probleme de calcul diferențial și integral</i>, Vol. II, Editura Tehnică, București, 1966; Vol. III, Editura Tehnică, București, 1967. Chiriță S.: <i>Probleme de matematici superioare</i>, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1989. Cobzaș Șt.: <i>Analiză matematică (Calcul diferențial)</i>, Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca, 1997. Demidovici B.P.: <i>Culegere de probleme și exerciții de analiză matematică</i>, Editura Tehnică, București, 1956. Finta Z.: <i>Matematikai analízis</i>, Státus Kiadó, Csíkszereda, 2017. Popa C.–Hiriș V.–Megan M.: <i>Introducere în analiză matematică prin exerciții și probleme</i>, Editura Facla, Timișoara, 1976. Rădulescu S.–Rădulescu M.: <i>Teoreme și probleme de analiză matematică</i>, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982. Trif T.: <i>Probleme de calcul diferențial și integral în R^n</i>, Casa Cărții de Știință, Cluj-Napoca, 2003. | | |

9. Értékelés

| Tevékenység típusa | 9.1 Értékelési kritériumok ⁴ | 9.2 Értékelési módszerek ⁵ | 9.3 Aránya a végső jegyben |
|---|---|---------------------------------------|----------------------------|
| 9.4 Előadás | Szummatív (összegező, lezáró) értékelés | Írásbeli vizsga | 50% |
| 9.5 Szeminárium/ Labor | Szummatív (összegező, lezáró) értékelés | Írásbeli vizsga | 50% |
| 9.6 A teljesítmény minimumkövetelményei | | | |
| Az előadáson és szemináriumon való aktív részvétel. | | | |

10. SDG-ikonok (Fenntartható fejlődési célok/ Sustainable Development Goals)⁶

| | | |
|--|---|--|
|  |  | Eticheta generală pentru Dezvoltare durabilă |
|--|---|--|

⁴ Az értékelési kritériumoknak közvetlenül tükrözniük kell a tanulmányi program és a tantárgy szintjén kitűzött képzési eredményeket. Pontosabban, a várható képzési eredményeknél felsorolt eredményeket értékelik.

⁵ Javasolt mind a végső kiértékelési módszerek, mind a folyamatos kiértékelési stratégia meghatározása.

⁶ Válasszon ki egyetlen olyan ikont, amely az *Egyetemi folyamatban történő alkalmazására vonatkozó eljárás* szerint legjobban illeszkedik az adott tantárgyhoz. Ha a tantárgy általánosságban foglalkozik a fenntartható fejlődéssel (pl. bemutatja/bevezeti a fenntartható fejlődés általános kereteit stb.), akkor a Fenntartható Fejlődés általános ikonja rendelhető hozzá. Ha egyetlen ikon sem vonatkozik a tantárgyra, válassza az utolsó opciót: „Nem alkalmazható”.

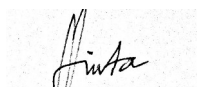
| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | Nem alkalmaz- ható |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Kitöltés időpontja:

2025. május 08.

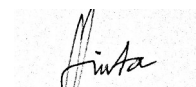
Előadás felelőse:

Dr. Finta Zoltán egyet. docens



Szeminárium felelőse:

Dr. Finta Zoltán egyet. docens



Az intézeti jóváhagyás dátuma:

2025. május 29.

Intézetigazgató:

Dr. András Szilárd-Károly egyet. docens