

FIȘA DISCIPLINEI

Introducere în analiză funcțională

Anul universitar 2026-2027

1. Date despre program

1.1. Instituția de învățământ superior	Universitatea Babeș-Bolyai
1.2. Facultatea	Matematică și Informatică
1.3. Departamentul	Matematică
1.4. Domeniul de studii	Matematică
1.5. Ciclul de studii	Licență
1.6. Programul de studii / Calificarea	Matematică informatică
1.7. Forma de învățământ	cu frecvență

2. Date despre disciplină

2.1. Denumirea disciplinei	Introducere în analiză funcțională			Codul disciplinei	MLR0101
2.2. Titularul activităților de curs	Conf. univ. dr. Brigitte-Erika Breckner				
2.3. Titularul activităților de seminar	Conf. univ. dr. Brigitte-Erika Breckner				
2.4. Anul de studiu	3	2.5. Semestrul	5	2.6. Tipul de evaluare	Examen
2.7. Regimul disciplinei	Opțional	2.8. Tipul disciplinei		Disciplină de specializare (DS)	

3. Timpul total estimat (ore pe semestru al activităților didactice)

3.1. Număr de ore pe săptămână	4	din care: 3.2. curs	2	3.3. seminar/ laborator/ proiect	2
3.4. Total ore din planul de învățământ	56	din care: 3.5. curs	28	3.6 seminar/laborator	28
Distribuția fondului de timp pentru studiul individual (SI) și activități de autoinstruire (AI)					ore
Studiul după manual, suport de curs, bibliografie și notițe (AI)					45
Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate și pe teren					15
Pregătire seminare/ laboratoare/ proiecte, teme, referate, portofolii și eseuri					4
Tutoriat (consiliere profesională)					1
Examinări					4
Alte activități					-
3.7. Total ore studiu individual (SI) și activități de autoinstruire (AI)				69	
3.8. Total ore pe semestru				125	
3.9. Numărul de credite				5	

4. Precondiții (acolo unde este cazul)

4.1. de curriculum	algebră liniară, topologie, analiză matematică
4.2. de competențe	operarea cu concepte abstracte, abilitatea de a face deducții logice

5. Condiții (acolo unde este cazul)

5.1. de desfășurare a cursului	tablă, cretă, videoproiector
5.2. de desfășurare a seminarului/ laboratorului	tablă, cretă,

6.1. Competențele dobândite în urma absolvirii programului de studii (se preiau din planul de învățământ)¹

Competențe profesionale	
Codul competenței	Competență
CP2	execută calcule matematice analitice
CP6	gândește în mod abstract
CP8	studiază relații între cantități
Competențe transversale	
Codul competenței	Competență
CT4	Soluționează probleme
CT5	Gândește analitic

6.2. Rezultatele învățării specifice programului de studii (se preiau din planul de învățământ)²

Rezultatele învățării vizate prin disciplină		
Codul competenței	Cunoștințe și înțelegere (Knowledge and understanding)	Abilități academice specifice (Specific academic skills)
CP5, CP7	9. Studentul/absolventul formulează observații și diferențiază noțiuni, proprietăți și aserțiuni din discipline avansate de matematică prin exemple și contraexemple.	9. Studentul/absolventul argumentează rolul elementelor din ipoteza aserțiunilor matematice, discută modul în care acestea se articulează în demonstrație și construiește în mod independent demonstrații corecte ale unor aserțiuni matematice din cadrul disciplinelor majore ale matematicii. Studentul/absolventul transpune o situație practică în limbaj matematic, rezolvă problema obținută și interpretează rezultatele obținute.

7. Rezultatele învățării specifice disciplinei

Cunoștințe și înțelegere (Knowledge and understanding)
1. Studentul dobândește conceptele de bază specifice disciplinei: spațiu liniar topologic, seminormă, normă, spațiu normat, spațiu Banach, spațiu prehilbertian, spațiu Hilbert, operator liniar continuu, dualul algebrico-topologic al unui spațiu normat
2. Studentul cunoaște noțiunile fundamentale ale analizei funcționale precum și metode de aplicare ale acestora în domenii ale științei legate de matematică și informatică.
Abilități academice specifice (Specific academic skills)
1. Studentul este capabil să construiască argumente matematice clare și bine susținute pentru a explica în scris probleme, subiecte și idei matematice.
2. Studentul este capabil să demonstreze teoreme, utilizând limbajul matematic și poate prezenta aceste rezultate atât oral, cât și în scris.

¹ Se vor prelua din Planul de învățământ al programului de studii acele competențe profesionale și/sau transversale la dezvoltarea cărora contribuie disciplina pentru care se elaborează fișa disciplinei. Pentru fiecare competență se va prelua întregul enunț, inclusiv codul competenței, cu formularea care apare în planul de învățământ, fără modificări. Dacă nu se preia nici o competență din oricare din cele două categorii, se șterge linia din tabel aferentă acelei categorii.

² Se menționează rezultatele învățării specifice programului de studiu la dezvoltarea cărora contribuie disciplina pentru care se elaborează fișa. Enunțurile, preluate fără modificări din Planul de învățământ în funcție de tipul disciplinei (DF/DS/DC) se trec în dreptul competenței asociate.

8. Conținuturi

8.1 Curs	Metode de predare - învățare	Observații ³
1. Complemente de algebră liniară (spații liniare, subspații liniare, învelitoare liniară, bază, operatori liniari, funcționale liniare, funcționale subliniare)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
2. Complemente de algebră liniară (lema de prelungire a lui Helly; teorema lui Hahn–Banach pentru spații liniare reale)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
3. Complemente de teoria spațiilor liniare (teorema lui Hahn–Banach pentru spații liniare complexe; seminorme; teorema lui Bohnenblust-Sobczyk-Suhomlinov și consecința ei). Spații normate (definiția normei și a metricii induse de o normă)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
4. Spații normate (definiția topologiei compatibile cu structura algebrică a unui spațiu liniar; definiția spațiului liniar topologic; demonstrația faptului că orice spațiu normat este un spațiu liniar topologic; proprietăți topologice ale bilelor într-un spațiu normat)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
5. Spații normate (noțiunile de serie și de serie absolut convergentă într-un spațiu normat; noțiunile de șir Cauchy și de spațiu metric complet; noțiunea de spațiu Banach; caracterizarea completitudinii spațiilor normate cu ajutorul seriilor). Spații normate finit dimensionale (norme echivalente; caracterizarea echivalenței a două norme)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
6. Spații normate finit dimensionale (echivalența normelor pe spațiile liniare finit dimensionale; completitudinea spațiilor normate finit dimensionale; lema lui Riesz asupra aproape perpendicularei)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
7. Spații normate finit dimensionale (caracterizări ale spațiilor normate finit dimensionale). Spații prehilbertiene (produs scalar; proprietăți ale produsului scalar; noțiunea de spațiu prehilbertian)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
8. Spații prehilbertiene (continuitatea produsului scalar; caracterizarea normelor care provin dintr-un produs scalar; noțiunea de ortogonalitate a doi vectori; egalitatea lui Pitagora)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
9. Spații prehilbertiene (familii ortonormale; proprietăți ale familiilor ortonormale finite; baze ortonormale; caracterizări ale bazelor ortonormale; noțiunile de coeficienți Fourier și de dezvoltare Fourier).	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	

³ De exemplu aspecte organizatorice, recomandări pentru studenți, aspecte specifice legate de curs/seminar cum ar fi invitarea unor practicieni în domeniu etc.

10. Spații prehilbertiene (cebășevianitatea submulțimilor nevide, complete și convexe ale unui spațiu prehilbertian; noțiunea de complement ortogonal al unei submulțimi a unui spațiu prehilbertian; caracterizarea punctelor de cea mai bună aproximare ale unui punct într-un subspațiu liniar; descompunerea ortogonală a unui spațiu Hilbert; caracterizarea bazelor ortonormale într-un spațiu Hilbert)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
11. Operatori liniari continui între spații normate (caracterizări ale continuității operatorilor liniari între spații normate; spațiul normat al operatorilor liniari continui; funcționale liniare continue pe spații normate; dualul algebrico-topologic al unui spațiu normat)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
12. Operatori liniari continui între spații normate (izomorfisme și izomorfisme izometrice între spații normate; seria lui Neumann asociată unui operator liniar continuu)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
13. Rezultate fundamentale ale analizei funcționale (mărginirea uniformă și mărginirea punctuală a unei familii de operatori liniari și continui între două spații normate; definiția spațiului Baire; principiul mărginirii uniforme; teorema asupra operatorului deschis; teorema de continuitate a operatorului invers)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
14. Prelungirea funcționalelor liniare continue (cele două teoreme ale lui Hahn și consecințe ale lor). Recapitulare	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
Bibliografie 1. BRECKNER W. W.: Analiză funcțională, Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca, 2009. 2. BREZIS H.: Analiză funcțională. Teorie și aplicații, Ed. Academiei Române, București, 2002. 3. CONWAY J. B.: A Course in Functional Analysis. Second Edition, Springer-Verlag, New-York –Berlin – Heidelberg, 1999. 4. HEUSER H.: Funktionalanalysis. Theorie und Anwendung, 3. Auflage, B. G. Teubner, Stuttgart, 1992. 5. KANTOROVICI L.V., AKILOV G. P.: Analiză funcțională. Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1986. 6. MUNTEAN I.: Analiză funcțională, Universitatea "Babeș-Bolyai", Cluj-Napoca, 1993. 7. PRECUPANU T.: Analiză funcțională pe spații liniare normate, Editura Universității "Alexandru Ioan Cuza", Iași, 2005. 8. WERNER D.: Funktionalanalysis, vierte, überarbeitete Auflage., Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, 2002.		
8.2 Seminar / laborator	Metode de predare - învățare	Observații
1. Complemente de algebră liniară	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
2. Complemente de algebră liniară (legătura dintre funcționalele complex liniare și cele real liniare; aplicații ale teoremei Hahn-Banach pentru spații liniare reale)	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
3. Complemente de teoria spațiilor liniare (seminorme; o aplicație a teoremei Hahn-	Problematizare, discuție, muncă în echipă	

Banach). Inegalitatea lui Minkowski. Exemple de norme (normele $\ \cdot \ _p$ pe spațiul liniar \mathbf{K}^n ; norma supremum pe spațiul liniar $B(T, \mathbf{K})$; norma pe spațiul liniar l^p , unde p este un număr real mai mare sau egal cu 1)		
4. Spații normate (continuitatea normei; caracterizarea metricilor definite pe un \mathbf{K} -spațiu liniar care provin dintr-o normă; exemple de metrici care nu provin dintr-o normă; proprietăți ale spațiilor l^p)	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
5. Spații normate (noțiunile de sumă a unei familii de puncte, de sumabilitate și de absolut sumabilitate a unei familii de puncte; sumabilitatea familiilor de numere reale nenegative; serii necondiționat convergente; mulțimi și șiruri mărginite; exemple de norme echivalente pe spațiul liniar \mathbf{K}^n)	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
6. Exemple de spații Banach (spațiile $B(T, \mathbf{K})$, $CB(T, \mathbf{K})$ și $C(T, \mathbf{K})$). Exemple de norme echivalente. Un exemplu de spațiu normat care nu este complet	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
7. Exemple de spații Banach (spațiile $C^1([a,b])$, l^∞ , c , c_0 și l^p). Un exemplu de șir mărginit care nu are niciun subșir convergent. Un exemplu de spațiu normat care nu este complet	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
8. Spații prehilbertiene (exemple și proprietăți). Spații Hilbert (definiție și exemple). Ortogonalitate în spații prehilbertiene.	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
9. Problema de aproximare a lui Cebășev. Noțiunile de punct de cea mai bună aproximare, de mulțime cebășeviană, de mulțime proximală și problema celei mai bune aproximări într-un spațiu normat. Determinarea punctelor de cea mai bună aproximare în cazuri concrete. Inegalitatea lui Bessel în spații prehilbertiene	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
10. Exemple de baze ortonormale. Descompunerea ortogonală a spațiilor Hilbert	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
11. Determinarea normei unor funcționale liniare continue și ale unor operatori liniari și continui	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
12. Noțiunea de convergență punctuală a unui șir de operatori liniari și continui între două spații normate. Teorema lui Frechet-Riesz cu privire la forma generală a funcționalelor liniare continue pe spații Hilbert. Aplicații ale teoremei Frechet-Riesz	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
13. Forma generală a funcționalelor liniare continue pe spațiile normate l^p , unde p este un număr real mai mare sau egal cu 1.	Problematizare, discuție, muncă în echipă	

Aplicații ale principiului mărginirii uniforme și ale teoremei asupra operatorului deschis		
14. Aplicații ale teoremelor lui Hahn. Aplicații ale teoremei de continuitate a operatorului invers. Un exemplu de operator liniar discontinuu	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
Bibliografie 1. BREZIS H.: Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations, Springer, 2011 2. HEUSER H.: Funktionalanalysis. Theorie und Anwendung, 3. Auflage. B. G. Teubner, Stuttgart, 1992. 3. POPA E.: Culegere de probleme de analiză funcțională, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1981. 4. WERNER D.: Funktionalanalysis. Vierte, überarbeitete Auflage, Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, 2002 .		

9. Evaluare

Tip activitate	9.1 Criterii de evaluare ⁴	9.2 Metode de evaluare ⁵	9.3 Pondere din nota finală
9.4 Curs	Cunoașterea noțiunilor și rezultatelor fundamentale	La mijlocul semestrului se dă o lucrare de control din materia primelor 7 cursuri și seminarii. Cei care sunt mulțumiți de această notă, vor da în sesiune examenul scris doar din materia ultimelor 7 cursuri și seminarii. În acest caz, nota finală este media aritmetică a celor două note. Cei care nu sunt mulțumiți de nota obținută la lucrarea de control, vor da examenul din toată materia, iar, în acest caz, nota finală este cea obținută la examen. În sesiunea de restanțe, examenul scris se dă din toată materia.	
9.5 Seminar/laborator	Abilitatea de a aplica rezultatele teoretice pentru rezolvarea unor exerciții și probleme		
9.6 Standard minim de promovare			
1. Abilitatea de a arăta că o anumită funcțională este o normă/seminormă 2. Demonstrarea liniarității și continuității unui operator/unei funcțională și determinarea normei sale 3. Cunoașterea definițiilor și rezultatelor de bază			

⁴ Criteriile de evaluare trebuie să reflecte direct rezultatele învățării vizate la nivel de program de studii, respectiv la nivel de disciplină. Mai concret, se evaluează achizițiile de învățare menționate în rezultatele anticipate ale învățării.

⁵ Se recomandă stabilirea atât a metodelor de evaluare finală, cât și a strategiei de evaluare pe parcurs.

10. Etichete ODD (Obiective de Dezvoltare Durabilă / Sustainable Development Goals)⁶

	<input type="radio"/>	Eticheta generală pentru Dezvoltare durabilă							
1 FĂRĂ SĂRĂCIE 	2 FOAMETE „ZERO” 	3 SĂNĂTATE ȘI BUNĂSTĂRE 	4 EDUCATIE DE CALITATE 	5 EGALITATE DE GEN 	6 APĂ CURATĂ ȘI SĂNĂTATE 	7 ENERGIE CURATĂ ȘI LA PREȚURI ACCESIBILE 	8 MUNCĂ DECENTĂ ȘI CREȘTERE ECONOMICĂ 	9 INDUSTRIE, INOVATIE ȘI INFRASTRUCTURĂ 	
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	X	
10 INEGALITĂȚI REDUSE 	11 ORAȘE ȘI COMUNITĂȚI DURABILE 	12 CONSUM ȘI PRODUCȚIE RESPONSABILE 	13 ACȚIUNE CLIMATICĂ 	14 VIAȚĂ ACVATICĂ 	15 VIAȚĂ TERESTRĂ 	16 PACE, JUSTIȚIE ȘI INSTITUȚII EFICIENTE 	17 PARTENERIATE PENTRU REALIZAREA OBIECTIVELOR 	Nu se aplică nici o etichetă	
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

Data completării:

15.04.2026

Semnătura titularului de curs

Conf. dr. Brigitte E. Breckner

Semnătura titularului de seminar

Conf. dr. Brigitte E. Breckner

Data avizării în departament:

24.04.2026

Semnătura directorului de departament

Prof. dr. Andrei Mărcuș

⁶ Selectați o singură etichetă, cea care, în conformitate cu [Procedura de aplicare a etichetelor ODD în procesul academic](#), se potrivește cel mai bine disciplinei. Dacă disciplina tratează tema dezvoltării durabile la modul general (de ex. prin prezentarea/introducerea cadrului general al dezvoltării durabile etc.) atunci se poate alocă eticheta generală de Dezvoltare Durabilă. Dacă niciuna dintre etichete nu descrie disciplina, selectați ultima opțiune: „Nu se aplică nici o etichetă”.