

A TANTÁRGY ADATLAPJA

Matematikai analízis 2 (Differenciálszámítás az R^n térben)

Egyetemi tanév 2026-2027

1. A képzési program adatai

1.1. Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Kolozsvár
1.2. Kar	Matematika és Informatika
1.3. Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4. Szakterület	Matematika és Informatika
1.5. Képzési szint	Alapképzés
1.6. Tanulmányi program/ Képesítés	Informatikai matematika
1.7. Képzési forma	Nappali tagozat

2. A tantárgy adatai

2.1. A tantárgy neve	Matematikai analízis 2 (Differenciálszámítás az R^n térben)			A tantárgy kódja	MLM0006
2.2. Az előadásért felelős tanár neve	Dr. Finta Zoltán egyet. docens				
2.3. A szemináriumért felelős tanár neve	Dr. Finta Zoltán egyet. docens				
2.4. Tanulmányi év	1	2.5. Félév	2	2.6. Értékelés módja	Vizsga
2.7. Tantárgy rendszere	Kötelező			2.8. Tantárgy típusa	Alaptárgy

3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszám)

3.1. Heti óraszám	4	melyből: 3.2. előadás	2	3.3. szeminárium/labor/projekt	2
3.4. Tantervben szereplő összórás	56	melyből: 3.5. előadás	28	3.6. szeminárium/labor	28
Az egyéni tanulmányi idő (ET) és az önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása (ET)					20
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					10
Szemináriumok/ laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása					30
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					14
Vizsgák					20
Más tevékenységek:					---
3.7. Egyéni tanulmányi idő (ET) és önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő összórás					94
3.8. A félév összórás					150
3.9. Kreditszám					6

4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1. tantervi	Matematikai analízis 1
4.2. kompetenciabeli	Matematikai gondolkodás, modellezés, problémamegoldás

5. Feltételek (ha vannak)

5.1. Az előadás lebonyolításának feltételei	Megfelelő infrastruktúrával ellátott előadóterem
5.2. A szeminárium/ labor lebonyolításának feltételei	Megfelelő infrastruktúrával ellátott szemináriumi terem

6.1. A tanulmányi program elvégzése során elsajátított kompetenciák (a tantervből kell átvenni)¹

Szakmai kompetenciák

¹ A tanulmányi program tantervéből át kell venni azokat a szakmai és/vagy transzverzális kompetenciákat, amelyek fejlesztéséhez az a tantárgy is hozzájárul, amelyhez az adott tantárgyi adatlap készült. Minden kompetencia esetében változatlan formában át kell venni a teljes kijelentést, beleértve a kompetencia kódját is, ahogyan a tantervben megjelenik. Amennyiben a két kategória közül valamelyikből nem vesznek át kompetenciákat, a táblázatban az adott kategóriának megfelelő sort törölni kell.

Kompetencia kódja	Kompetencia
CP1	Matematikai fogalmakkal és módszerekkel való munka. <i>Use of concepts and mathematical methods.</i>
CP5	Matematikai eredmények bizonyítása különböző matematikai fogalmak és érvelés segítségével. <i>Demonstration of mathematical results using different mathematical concepts and reasoning.</i>
Transzverzális kompetenciák	
Kompetencia kódja	Kompetencia
CT1	A szervezett és hatékony munkavégzés szabályainak alkalmazása, a didaktikai-tudományos terület iránti felelősségteljes hozzáállás, a saját lehetőségek kreatív kiaknázása érdekében, a szakmai etika elveinek és normáinak tiszteletben tartása mellett. <i>Application of organized and efficient work rules, of responsible attitudes towards the didactic-scientific field, to bring creative value to own potential, with respect for professional ethics principles and norms.</i>

6.2. A tanulmányi programra jellemző képzési eredmények (a tantervből kell átvenni)²

A tantárgy által megcélzott tanulási eredmények		
Kompetencia kódja	Ismeret és megértés (Knowledge and understanding)	Specifikus tudományos készségek (Specific academic skills)
CP1	1. A hallgató/diplomás meghatározza az alapvető fogalmakat a matematika alapvető tudományágaiban. <i>1. The student/graduate defines the fundamental concepts from the core disciplines of mathematics.</i>	1. A hallgató/diplomás példákat mutat be az alapvető elméleti fogalmak és eredmények alkalmazására a tantervben szereplő tantárgyakhoz kapcsolódóan megfogalmazott gyakorlatok és problémák megoldása során. <i>1. The student/graduate provides examples of using core concepts and basic theoretical results to solve exercises and problems formulated in relation to the topics covered in the curriculum.</i>
CP1	2. A hallgató/diplomás összehasonlítja és megkülönbözteti a matematika alapvető tudományágaihoz kapcsolódó fogalmakat és azok tulajdonságait. <i>2. The student/graduate compares and distinguishes related notions and their properties from the core disciplines of mathematics.</i>	2. A hallgató/diplomás felismeri és elemzi a matematikai állítások kijelentéseiben szereplő szükséges és/vagy elégséges feltételeket, és meghatározza azok szerepét a bizonyításban. <i>2. The student/graduate recognizes and analyses the necessary and/or sufficient conditions in the statements of mathematical assertions and specifies their role in the proof.</i>
CP2	3. A hallgató/diplomás észrevételeket fogalmaz meg, és példákon, valamint ellenpéldákon keresztül megkülönbözteti a matematika alapvető tudományágaiból származó fogalmakat, tulajdonságokat és állításokat. <i>3. The student/graduate formulates observations and differentiates notions, properties, and assertions from the core disciplines of mathematics through examples and counterexamples.</i>	3. A hallgató/diplomás azonosítja és leírja a matematikai állítások bizonyításának (lemmák, tulajdonságok, tételek) lényeges elemeit, felismeri az érvelési hibákat és kijavítja azokat. <i>3. The student/graduate identifies and describes the essential elements in constructing proofs of mathematical assertions (lemmas, propositions, theorems), recognizes reasoning errors, and corrects them.</i>

² Meg kell említeni a tanulmányi programra jellemző képzési eredményeket, amelyek fejlesztéséhez az a tantárgy is hozzájárul, amelyhez az adott tantárgyi adatlap készült. A tantárgy típusának (alaptárgy/szaktárgy/kiegészítő tárgy) megfelelő jellemzőket változatlan formában kell átvenni a tantervből, és a kapcsolódó kompetencia jobb oldalán kell feltüntetni.

CP2	<p>4. A hallgató/diplomás értelmezi a tantervben szereplő felsőfokú matematika alapfogalmait. <i>4. The student/graduate defines the basic concepts from advanced mathematics disciplines in the curriculum.</i></p>	<p>4. A hallgató/diplomás kérdésekre válaszol, és helyesen, pontosan megfogalmazza a matematikai állítások kijelentéseit (lemmákat, tulajdonságokat, tételeket). <i>4. The student/graduate answers questions and correctly and rigorously formulates the statements of mathematical assertions (lemmas, propositions, theorems) from the disciplines in the curriculum.</i></p>
------------	---	---

7. Tárgy-specifikus tanulási eredmények

Ismeret és megértés (Knowledge and understanding)
<p>1. A hallgató/diplomás meghatározza az alapvető fogalmakat a matematika alapvető tudományágaiban. <i>1. The student/graduate defines the fundamental concepts from the core disciplines of mathematics.</i></p>
<p>2. A hallgató/diplomás összehasonlítja és megkülönbözteti a matematika alapvető tudományágaihoz kapcsolódó fogalmakat és azok tulajdonságait. <i>2. The student/graduate compares and distinguishes related notions and their properties from the core disciplines of mathematics.</i></p>
<p>3. A hallgató/diplomás észrevételeket fogalmaz meg, és példákon, valamint ellenpéldákon keresztül megkülönbözteti a matematika alapvető tudományágaiból származó fogalmakat, tulajdonságokat és állításokat. <i>3. The student/graduate formulates observations and differentiates notions, properties, and assertions from the core disciplines of mathematics through examples and counterexamples.</i></p>
<p>4. A hallgató/diplomás értelmezi a tantervben szereplő felsőfokú matematika alapfogalmait. <i>4. The student/graduate defines the basic concepts from advanced mathematics disciplines in the curriculum.</i></p>
Specifikus tudományos készségek (Specific academic skills)
<p>1. A hallgató/diplomás példákat mutat be az alapvető elméleti fogalmak és eredmények alkalmazására a tantervben szereplő tantárgyakhoz kapcsolódóan megfogalmazott gyakorlatok és problémák megoldása során. <i>1. The student/graduate provides examples of using core concepts and basic theoretical results to solve exercises and problems formulated in relation to the topics covered in the curriculum.</i></p>
<p>2. A hallgató/diplomás felismeri és elemzi a matematikai állítások kijelentéseiben szereplő szükséges és/vagy elégséges feltételeket, és meghatározza azok szerepét a bizonyításban. <i>2. The student/graduate recognizes and analyses the necessary and/or sufficient conditions in the statements of mathematical assertions and specifies their role in the proof.</i></p>
<p>3. A hallgató/diplomás azonosítja és leírja a matematikai állítások bizonyításának (lemmák, tulajdonságok, tételek) lényeges elemeit, felismeri az érvelési hibákat és kijavítja azokat. <i>3. The student/graduate identifies and describes the essential elements in constructing proofs of mathematical assertions (lemmas, propositions, theorems), recognizes reasoning errors, and corrects them.</i></p>
<p>4. A hallgató/diplomás kérdésekre válaszol, és helyesen, pontosan megfogalmazza a matematikai állítások kijelentéseit (lemmákat, tulajdonságokat, tételeket). <i>4. The student/graduate answers questions and correctly and rigorously formulates the statements of mathematical assertions (lemmas, propositions, theorems) from the disciplines in the curriculum.</i></p>

8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések³
1) Improprius integrálok (konvergencia kritériumok, tulajdonságok)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 285-296] [könyvészet; oldalak]
2) Riemann-Stieltjes integrálok (integrálási kritériumok, tulajdonságok)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 261-284]
3) Az \mathbb{R}^n euklidészi tér (skaláris szorzat, euklidészi norma, euklidészi távolság). Topológiai alapfogalmak az \mathbb{R}^n térben (nyílt gömb, környezet, belső pont, külső pont, torlódási pont, aderens pont, határpont, izolált pont,	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 353-359] [9; 362-370]

³ Például szervezési szempontok, ajánlások a hallgatók számára, a kurzushoz/szemináriumhoz kapcsolódó konkrét szempontok, mint például a területen dolgozó szakemberek meghívása stb.

nyílt halmaz, zárt halmaz)		
4) Sorozatok az R^n térben (konvergens sorozatok, fundamentális sorozatok, torlódási pont illetve aderens pont jellemzése sorozatokkal). Kompakt halmazok az R^n térben (kompakt halmazok jellemzési tételei)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 358-362, 370-373]
5) Többváltozós függvények határértéke (értelmezés, határérték sorozatokkal való jellemzése, tulajdonságok, többváltozós függvények határértékének kiszámítása)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 425-431]
6) Többváltozós függvények folytonossága (pontban való folytonosság értelmezése, sorozatokkal való jellemzés, tulajdonságok, halmazon való folytonosság, Weierstrass-féle tétel, Cantor-féle tétel)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 431-440]
7) Többváltozós függvények differenciálszámítása (iránymenti derivált, parciális deriváltak, Fréchet-féle differenciálhatóság és differenciál, a differenciál kapcsolata a folytonossággal, iránymenti deriválttal és a parciális deriváltakkal, gradiens)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 440-450] [9; 451-459]
8) Többváltozós függvények differenciálszámítása (a differenciál és függvényekkel végezhető műveletek kapcsolata, Jacobi-féle mátrix, láncszabály)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 451-459]
9) Többváltozós függvények differenciálszámítása (Fermat-féle tétel és Lagrange-féle tétel többváltozós függvényekre, a differenciál geometriai jelentése)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 459-469]
10) Többváltozós függvények differenciálszámítása (magasabb rendű parciális deriváltak. Schwarz-féle tétel, Young-féle tétel, Hesse-féle mátrix)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 469-480]
11) Többváltozós függvények differenciálszámítása (Taylor-féle képlet, Peano-féle tétel, magasabb rendű differenciálok)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 480-483] [2; 186-195]
12) Többváltozós függvények differenciálszámítása (többváltozós függvények helyi szélsőérték pontjainak meghatározása)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 484-494]
13) Többváltozós függvények differenciálszámítása (az implicit függvény tétele, példák, az inverz függvény tétele)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 494-514]
14) Többváltozós függvények differenciálszámítása (többváltozós	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 531-544]

függvények feltételes szélsőérték pontja- inak meghatározása)		
Könyvészet		
<ol style="list-style-type: none"> 1. Balázs M.: <i>Matematikai analízis</i>, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2000. 2. Balázs M., Kolumbán J.: <i>Matematikai analízis</i>, Dacia Könyvkiadó, Kolozsvár, 1978. 3. Breckner W. W.: <i>Analiză matematică. Topologia spațiului R^n</i>, Universitatea din Cluj-Napoca, Cluj-Napoca, 1985. 4. Browder A.: <i>Mathematical Analysis. An Introduction</i>, Springer-Verlag, New York, 1996. 5. Bucur G., Câmpu E., Găină S.: <i>Culegere de probleme de calcul diferențial și integral</i>, Vol. II, Editura Tehnică, București, 1966; Vol. III, Editura Tehnică, București, 1967. 6. Chiriță S.: <i>Probleme de matematici superioare</i>, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1989. 7. Cobzaș Șt.: <i>Analiză matematică (Calcul diferențial)</i>, Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca, 1997. 8. Demidovici B.P.: <i>Culegere de probleme și exerciții de analiză matematică</i>, Editura Tehnică, București, 1956. 9. Finta Z.: <i>Matematikai analízis</i>, Státus Kiadó, Csíkszereda, 2017. 10. Popa C.–Hiriș V.–Megan M.: <i>Introducere în analiză matematică prin exerciții și probleme</i>, Editura Facla, Timișoara, 1976. 11. Rădulescu S.–Rădulescu M.: <i>Teoreme și probleme de analiză matematică</i>, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982. 12. Trif T.: <i>Probleme de calcul diferențial și integral în R^n</i>, Casa Cărții de Știință, Cluj-Napoca, 2003. 		
8.2 Szeminárium/ Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1) Improprius integrálok - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 223-230] [könyvészet; oldalak]
2) Riemann-Stieltjes integrálok - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[10; 270-292]
3) Az R topológiája - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[10; 99-115]
4) Az R^2 illetve az R^n topológiája - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[9; 362-373]
5) Normált terek (euklideszi-norma, Minkowski-norma, Csebisev-norma, Banach terek) - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[9; 399-416]
6) Többváltozós függvények határértéke - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 115-119]
7) Többváltozós függvények folytonossága - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 125-126]
8) Iránymenti derivált, parciális deriváltak, Fréchet-féle differenciálhatóság és differenciál - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 143-160]
9) Többváltozós összetett függvények parciális deriváltjainak kiszámítása (láncszabály) - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 143-160]
10) Másodrendű parciális deriváltak (láncszabály) - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 143-160]
11) Taylor-féle képlet, többváltozós függvények helyi szélsőérték	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 143-160]

pontjainak meghatározása - gyakorlatok		
12) Többváltozós függvények helyi szélsőérték pontjainak meghatározása - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 143-160]
13) Többváltozós függvények feltételes szélsőérték pontjainak meghatározása - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 160-173]
14) Többváltozós függvények feltételes szélsőérték pontjainak meghatározása - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 160-173]

Könyvészet

- Balázs M.: *Matematikai analízis*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2000.
- Balázs M., Kolumbán J.: *Matematikai analízis*, Dacia Könyvkiadó, Kolozsvár, 1978.
- Breckner W. W.: *Analiză matematică. Topologia spațiului R^n* , Universitatea din Cluj-Napoca, Cluj-Napoca, 1985.
- Browder A.: *Mathematical Analysis. An Introduction*, Springer-Verlag, New York, 1996.
- Bucur G., Câmpu E., Găină S.: *Culegere de probleme de calcul diferențial și integral*, Vol. II, Editura Tehnică, București, 1966; Vol. III, Editura Tehnică, București, 1967.
- Chiriță S.: *Probleme de matematici superioare*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1989.
- Cobzaș Șt.: *Analiză matematică (Calcul diferențial)*, Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca, 1997.
- Demidovici B.P.: *Culegere de probleme și exerciții de analiză matematică*, Editura Tehnică, București, 1956.
- Finta Z.: *Matematikai analízis*, Státus Kiadó, Csíkszereda, 2017.
- Popa C.–Hiriș V.–Megan M.: *Introducere în analiză matematică prin exerciții și probleme*, Editura Facla, Timișoara, 1976.
- Rădulescu S.–Rădulescu M.: *Teoreme și probleme de analiză matematică*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.
- Trif T.: *Probleme de calcul diferențial și integral în R^n* , Casa Cărții de Știință, Cluj-Napoca, 2003.

9. Értékelés



















Tevékenység típusa	9.1 Értékelési kritériumok ⁴	9.2 Értékelési módszerek ⁵	9.3 Aránya a végső jegyben
9.4 Előadás	Szummatív (összegező, lezáró) értékelés	Írásbeli vizsga	50%
9.5 Szeminárium/ Labor	Szummatív (összegező, lezáró) értékelés	Írásbeli vizsga	50%
9.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
Az előadáson és szemináriumon való aktív részvétel.			

10. SDG-ikonok (Fenntartható fejlődési célok/ Sustainable Development Goals)⁶

⁴ Az értékelési kritériumoknak közvetlenül tükrözniük kell a tanulmányi program és a tantárgy szintjén kitűzött képzési eredményeket. Pontosabban, a várható képzési eredményeknél felsorolt eredményeket értékelik.

⁵ Javasolt mind a végső kiértékelési módszerek, mind a folyamatos kiértékelési stratégia meghatározása.

⁶ Válasszon ki egyetlen olyan ikont, amely az *Egyetemi folyamatban történő alkalmazására vonatkozó eljárás* szerint legjobban illeszkedik az adott tantárgyhoz. Ha a tantárgy általánosságban foglalkozik a fenntartható fejlődéssel (pl. bemutatja/bevezeti a fenntartható fejlődés általános kereteit stb.), akkor a Fenntartható Fejlődés

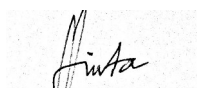
	<input type="radio"/>	A fenntartható fejlődés általános ikonja						
								
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
								Nem alkalmazható
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Kitöltés időpontja:

2025. május 08.

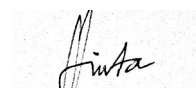
Előadás felelőse:

Dr. Finta Zoltán egyet. docens



Szeminárium felelőse:

Dr. Finta Zoltán egyet. docens



Az intézeti jóváhagyás dátuma:

2025. május 29.

Intézetigazgató:

Dr. András Szilárd-Károly egyet. docens

általános ikonja rendelhető hozzá. Ha egyetlen ikon sem vonatkozik a tantárgyra, válassza az utolsó opciót: „Nem alkalmazható”.