

A TANTÁRGY ADATLAPJA

Matematikai analízis 2 (Differenciálszámítás az R^n térben)

Egyetemi tanév 2025-2026

1. A képzési program adatai

1.1. Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2. Kar	Matematika és Informatika
1.3. Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4. Szakterület	Matematika
1.5. Képzési szint	Alapképzés
1.6. Tanulmányi program / Képesítés	Matematika
1.7. Képzési forma	Nappali tagozat

2. A tantárgy adatai

2.1. A tantárgy neve		Matematikai analízis 2 (Differenciálszámítás az R^n térben)				A tantárgy kódja	MLM0006	
2.2. Az előadásért felelős tanár neve								
2.3. A szemináriumért felelős tanár neve								
2.4. Tanulmányi év	1	2.5. Félév	2	2.6. Értékelés módja	V	2.7. Tantárgy típusa	kötelező- alaptárgy	

3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszám)

3.1. Heti óraszám	4	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor/projekt	2
3.4. Tantervben szereplő összóraszám	56	melyből: 3.5 előadás	28	3.6 szeminárium/labor	28
Az egyéni tanulmányi idő (ET) és az önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					20
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					11
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása					16
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					7
Vizsgák					15
Más tevékenységek:					
3.7. Egyéni tanulmányi idő (ET) és önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő összóraszám					69
3.8. A félév összóraszám					125
3.9. Kreditszám					5

4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1. Tantervi	• Matematikai analízis 1
4.2. Kompetenciabeli	• Matematikai gondolkodás, modellezés, problémamegoldás

5. Feltételek (ha vannak)

5.1. Az előadás lebonyolításának feltételei	• Megfelelő infrastruktúrával ellátott előadóterem
5.2. A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	• Megfelelő infrastruktúrával ellátott szemináriumi terem

6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák¹

¹ Választhat kompetenciák vagy tanulási eredmények között, illetve választhatja mindkettőt is. Amennyiben csak az egyik lehetőséget választja, a másik lehetőséget el kell távolítani a táblázatból, és a kiválasztott lehetőség a 6. számot kapja.

Szakmai/kulcs-kompetenciák	- C1.1 Fogalmak azonosítása, elméletek leírása és a szaknyelv használata - C1.2 A matematikai fogalmak helyes magyarázata és értelmezése a szaknyelv felhasználásával - C1.3 A módszerek és elvek helyes alkalmazása a matematikafeladatok megoldásában - C1.4 Főbb matematikai problémátípusok felismerése és a megoldásukhoz szükséges módszerek, technikák kiválasztása. - C2.3 A megfelelő elméleti módszerek alkalmazása a problémák elemzésénél - C 5.1 A matematikai bizonyítások megfelelő fogalmainak, módszereinek és technikáinak azonosítása - C 5.2 Matematikai gondolatmenetek alkalmazása matematikai eredmények bizonyítására - C 5.3 Matematikai eredmények igazolására vonatkozó érvelések logikus felépítése és kifejtése, a feltételek és a következtetések világos azonosításával
Transzverzális kompetenciák	- CT1 A szervezett és hatékony munka szabályainak, a didaktikai-tudományos területhez való felelősségteljes hozzáállás alkalmazása a saját potenciál kreatív értékesítéséhez, a szakmai etika alapelveinek és normáinak tiszteletben tartásával - CT3 Hatékony módszerek és technikák használata tanulásra, információszerzésre, kutatásra és a tudásszerzési kapacitások fejlesztésére, egy dinamikus társadalom igényeinek való megfelelésre, román és egy nemzetközi nyelven történő kommunikációra

7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	Elméleti és alkalmazott matematikai ismeretek megszerzése
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	Az R^n euklidészi tér és ennek topológiai alapfogalmai, illetve a többváltozós függvények differenciálszámításának bemutatása.

8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1) Improprius integrálok (konvergencia kritériumok, tulajdonságok)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 285-296] [könyvészet; oldalak]
2) Riemann-Stieltjes integrálok (integrálási kritériumok, tulajdonságok)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 261-284]
3) Az R^n euklidészi tér (skaláris szorzat, euklidészi norma, euklidészi távolság). Topológiai alapfogalmak az R^n térben (nyílt gömb, környezet, belső pont, külső pont, torlódási pont, aderens pont, határpont, izolált pont, nyílt halmaz, zárt halmaz)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 353-359] [9; 362-370]
4) Sorozatok az R^n térben (konvergens sorozatok, fundamentális sorozatok, torlódási pont illetve aderens	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 358-362, 370-373]

pont jellemzése sorozatokkal). Kompakt halmazok az $\mathbb{R}^n$ térben (kompakt halmazok jellemzési tételei)		
5) Többváltozós függvények határértéke (értelmezés, határérték sorozatokkal való jellemzése, tulajdonságok, többváltozós függvények határértékének kiszámítása)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 425-431]
6) Többváltozós függvények folytonossága (pontban való folytonosság értelmezése, sorozatokkal való jellemzés, tulajdonságok, halmazon való folytonosság, Weierstrass-féle tétel, Cantor-féle tétel)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 431-440]
7) Többváltozós függvények differenciálszámítása (iránymenti derivált, parciális deriváltak, Fréchet-féle differenciálhatóság és differenciál, a differenciál kapcsolata a folytonossággal, iránymenti deriválttal és a parciális deriváltakkal, gradiens)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 440-450] [9; 451-459]
8) Többváltozós függvények differenciálszámítása (a differenciál és függvényekkel végezhető műveletek kapcsolata, Jacobi-féle mátrix, láncszabály)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 451-459]
9) Többváltozós függvények differenciálszámítása (Fermat-féle tétel és Lagrange-féle tétel többváltozós függvényekre, a differenciál geometriai jelentése)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 459-469]
10) Többváltozós függvények differenciálszámítása (magasabb rendű parciális deriváltak. Schwarz-féle tétel, Young-féle tétel, Hesse-féle mátrix)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 469-480]
11) Többváltozós függvények differenciálszámítása (Taylor-féle képlet, Peano-féle tétel, magasabb rendű differenciálok)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 480-483] [2; 186-195]
12) Többváltozós függvények differenciálszámítása (többváltozós függvények helyi szélsőérték pontjainak meghatározása)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 484-494]
13) Többváltozós függvények differenciálszámítása (az implicit függvény tétele, példák, az inverz függvény tétele)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 494-514]
14) Többváltozós függvények differenciálszámítása (többváltozós függvények feltételes szélsőérték pontjainak meghatározása)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9; 531-544]
Könyvészet		

1. Balázs M.: *Matematikai analízis*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2000.
2. Balázs M., Kolumbán J.: *Matematikai analízis*, Dacia Könyvkiadó, Kolozsvár, 1978.
3. Breckner W. W.: *Analiză matematică. Topologia spațiului R^n* , Universitatea din Cluj-Napoca, Cluj-Napoca, 1985.
4. Browder A.: *Mathematical Analysis. An Introduction*, Springer-Verlag, New York, 1996.
5. Bucur G., Câmpu E., Găină S.: *Culegere de probleme de calcul diferențial și integral*, Vol. II, Editura Tehnică, București, 1966; Vol. III, Editura Tehnică, București, 1967.
6. Chiriță S.: *Probleme de matematici superioare*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1989.
7. Cobzaș Șt.: *Analiză matematică (Calcul diferențial)*, Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca, 1997.
8. Demidovici B.P.: *Culegere de probleme și exerciții de analiză matematică*, Editura Tehnică, București, 1956.
9. Finta Z.: *Matematikai analízis*, Státus Kiadó, Csíkszereda, 2017.
10. Popa C.–Hiriș V.–Megan M.: *Introducere în analiză matematică prin exerciții și probleme*, Editura Facla, Timișoara, 1976.
11. Rădulescu S.–Rădulescu M.: *Teoreme și probleme de analiză matematică*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.
12. Trif T.: *Probleme de calcul diferențial și integral în R^n* , Casa Cărții de Știință, Cluj-Napoca, 2003.

8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1) Improprius integrálok - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 223-230] [könyvészet; oldalak]
2) Riemann-Stieltjes integrálok - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[10; 270-292]
3) Az R topológiája - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[10; 99-115]
4) Az R^2 illetve az R^n topológiája - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[9; 362-373]
5) Normált terek (euklideszi-norma, Minkowski-norma, Csebisev-norma, Banach terek) - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[9; 399-416]
6) Többváltozós függvények határértéke - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 115-119]
7) Többváltozós függvények folytonossága - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 125-126]
8) Iránymenti derivált, parciális deriváltak, Fréchet-féle differenciálhatóság és differenciál - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 143-160]
9) Többváltozós összetett függvények parciális deriváltjainak kiszámítása (láncszabály) - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 143-160]
10) Másodrendű parciális deriváltak (láncszabály) - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 143-160]
11) Taylor-féle képlet, többváltozós függvények helyi szélsőérték pontjainak meghatározása - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 143-160]
12) Többváltozós függvények helyi	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 143-160]

szélsőérték pontjainak meghatározása - gyakorlatok		
13) Többváltozós függvények feltételes szélsőérték pontjainak meghatározása - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 160-173]
14) Többváltozós függvények feltételes szélsőérték pontjainak meghatározása - gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[6; 160-173]
Könyvészet 1. Balázs M.: <i>Matematikai analízis</i> , Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2000. 2. Balázs M., Kolumbán J.: <i>Matematikai analízis</i> , Dacia Könyvkiadó, Kolozsvár, 1978. 3. Breckner W. W.: <i>Analiză matematică. Topologia spațiului R^n</i> , Universitatea din Cluj-Napoca, Cluj-Napoca, 1985. 4. Browder A.: <i>Mathematical Analysis. An Introduction</i> , Springer-Verlag, New York, 1996. 5. Bucur G., Câmpu E., Găină S.: <i>Culegere de probleme de calcul diferențial și integral</i> , Vol. II, Editura Tehnică, București, 1966; Vol. III, Editura Tehnică, București, 1967. 6. Chiriță S.: <i>Probleme de matematici superioare</i> , Editura Didactică și Pedagogică, București, 1989. 7. Cobzaș Șt.: <i>Analiză matematică (Calcul diferențial)</i> , Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca, 1997. 8. Demidovici B.P.: <i>Culegere de probleme și exerciții de analiză matematică</i> , Editura Tehnică, București, 1956. 9. Finta Z.: <i>Matematikai analízis</i> , Státus Kiadó, Csíkszereda, 2017. 10. Popa C.–Hiriș V.–Megan M.: <i>Introducere în analiză matematică prin exerciții și probleme</i> , Editura Facla, Timișoara, 1976. 11. Rădulescu S.–Rădulescu M.: <i>Teoreme și probleme de analiză matematică</i> , Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982. 12. Trif T.: <i>Probleme de calcul diferențial și integral în R^n</i> , Casa Cărții de Știință, Cluj-Napoca, 2003.		

9. Az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásainak összhangba hozása a tantárgy tartalmával.

- Az alapképzésben szereplő *Matematikai analízis 2* tantárgy birtokában az egyetemi hallgató – a várható szakirányokat is figyelembe véve – alkalmas: felelősségteljes állás betöltésére, önálló döntéshozatalra, tevékenysége minőség tudattal történő végzésére; továbbképzések segítségével új kompetenciák elsajátítására.

10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Szummatív (összegező, lezáró) értékelés	Írásbeli vizsga	50%
10.5 Szeminárium / Labor	Szummatív (összegező, lezáró) értékelés	Írásbeli vizsga	50%
10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
Az előadáson és szemináriumon való aktív részvétel.			

11. SDG ikonok (Fenntartható fejlődési célok/ Sustainable Development Goals)²

	
--	--

Kitöltés időpontja:

² Csak azokat az ikonokat tartsa meg, amelyek az [SDG-ikonoknak az egyetemi folyamatban](#) történő alkalmazására vonatkozó eljárás szerint illeszkednek az adott tantárgyhoz, és törölje a többit, beleértve a fenntartható fejlődés általános ikonját is – amennyiben nem alkalmazható. Ha egyik ikon sem illik a tantárgyra, törölje az összeset, és írja rá, hogy „Nem alkalmazható”.

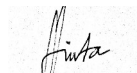
Előadás felelőse:

Szeminárium felelőse:

2025. április 30.

Dr. Finta Zoltán egyet. docens

Dr. Finta Zoltán egyet. docens



Az intézeti jóváhagyás dátuma:

Intézetigazgató:

2025. május 07.

Dr. András Szilárd-Károly egyet. docens