

A TANTÁRGY ADATLAPJA

Algebra 1 (Lineáris algebra)

Egyetemi tanév 2026/2027

1. A képzési program adatai

1.1. Felsőoktatási intézmény	Babeş–Bolyai Tudományegyetem, Kolozsvár
1.2. Kar	Matematika és Informatika Kar
1.3. Intézet	Magyar Matematika és Informatika Intézet
1.4. Szakterület	Matematika és Informatika
1.5. Képzési szint	Alapképzés
1.6. Tanulmányi program/ Képesítés	Matematika-Informatika
1.7. Képzési forma	Nappali

2. A tantárgy adatai

2.1. A tantárgy neve	Algebra 1 (Lineáris algebra)			A tantárgy kódja	MLM0019
2.2. Az előadásért felelős tanár neve	Prof. dr. habil. Szántó Csaba				
2.3. A szemináriumért felelős tanár neve	Asist. Scheffler Barna				
2.4. Tanulmányi év	1	2.5. Félév	1	2.6. Értékelés módja	Vizsga
2.7. Tantárgy rendszere	Kötelező			2.8. Tantárgy típusa	Alaptárgy

3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszám)

3.1. Heti óraszám	4	melyből: 3.2. előadás	2	3.3. szeminárium/labor/projekt	2
3.4. Tantervben szereplő összóraszám	56	melyből: 3.5. előadás	28	3.6. szeminárium/labor	28
Az egyéni tanulmányi idő (ET) és az önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása (ET)					28
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					14
Szemináriumok/ laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása (nagyobb vagy egyenlő a tantárgy naptárában az ellenőrzési feladatokra előírt összórással)					14
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					9
Vizsgák					4
Más tevékenységek:					0
3.7. Egyéni tanulmányi idő (ET) és önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő összóraszám					69
3.8. A félév összóraszám					125
3.9. Kreditszám					5

4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1. tantervi	Nincsen
4.2. kompetenciabeli	Nincsen

5. Feltételek (ha vannak)

5.1. Az előadás lebonyolításának feltételei	Vetítővel felszerelt előadó Digitális eszközök lezárása, hogy ne zavarják az előadást és ne vonják el a figyelmet (tabletek viszont írás céljából használhatóak)
5.2. A szeminárium/ labor lebonyolításának feltételei	Vetítővel felszerelt előadó Digitális eszközök lezárása, hogy ne zavarják a szemináriumot és ne vonják el a figyelmet (tabletek viszont írás céljából használhatóak)

6.1. A tanulmányi program elvégzése során elsajátított kompetenciák (a tantervből kell átvenni)¹

Szakmai kompetenciák	
Kompetencia kódja	Kompetencia
CP1	Matematikai fogalmak és módszerek alkalmazása.
CP2	Adatok matematikai feldolgozása, jelenségek és folyamatok elemzése és értelmezése.
CP3	Algoritmusok kidolgozása és elemzése feladatok megoldására.
CP4	Matematikai modellek megalkotása jelenségek leírására.
CP5	Matematikai eredmények bizonyítása különböző matematikai fogalmak és gondolatmenetek felhasználásával.

6.2. A tanulmányi programra jellemző képzési eredmények (a tantervből kell átvenni)²

A tantárgy által megcélzott tanulási eredmények		
Kompetencia kódja	Ismeret és megértés (Knowledge and understanding)	Specifikus tudományos készségek (Specific academic skills)
CP1	1. A hallgató/végzett hallgató definiálja a matematika alapiszciplínáinak alapvető fogalmait. 2. A hallgató/végzett hallgató összehasonlítja és megkülönbözteti a matematika alapiszciplínáinak rokon fogalmait és azok tulajdonságait.	1. A hallgató/végzett hallgató példákat hoz az alapfogalmak és az alapvető elméleti eredmények alkalmazására a tantervben szereplő tárgyak témaköreihez kapcsolódó gyakorlatok és feladatok megoldásában. 2. A hallgató/végzett hallgató felismeri és elemzi a matematikai állítások megfogalmazásában szereplő szükséges és/vagy elégséges feltételeket, és meghatározza ezek szerepét a bizonyításban.
CP2	3. A hallgató/végzett hallgató megfigyeléseket fogalmaz meg, és példák, illetve ellenpéldák segítségével megkülönbözteti a matematika alapiszciplínáinak fogalmait, tulajdonságait és állításait. 4. A hallgató/végzett hallgató definiálja a tantervben szereplő haladó matematikai tárgyak alapfogalmait.	3. A hallgató/végzett hallgató azonosítja és leírja a matematikai állítások (lemmák, állítások, tételek) bizonyításának felépítésében szereplő lényeges elemeket, felismeri a gondolatmenetbeli hibákat, és kijavítja azokat. 4. A hallgató/végzett hallgató válaszol a kérdésekre, és helyesen, szabatosan megfogalmazza a tantervben szereplő tárgyak matematikai állításait (lemmák, állítások, tételek).
CP3	5. A hallgató/végzett hallgató összehasonlítja és megkülönbözteti a tantervben szereplő haladó matematikai tárgyak rokon fogalmait és azok tulajdonságait. 6. A hallgató/végzett hallgató megfigyeléseket fogalmaz meg, és példák, illetve ellenpéldák segítségével megkülönbözteti a haladó matematikai tárgyak fogalmait, tulajdonságait és állításait.	5. A hallgató/végzett hallgató reprodukálja és elemzi a matematikai állítások feltételeit és következtetéseit, és megvitatja, hogyan kapcsolhatók össze ezek a bizonyításban. 6. A hallgató/végzett hallgató megindokolja a matematikai állítások feltételeiben szereplő elemek szerepét, megvitatja, hogyan épülnek be ezek a bizonyításba, és önállóan helyes bizonyításokat szerkeszt a matematika fő tárgyerületeihez tartozó állításokra.

¹ A tanulmányi program tantervéből át kell venni azokat a szakmai és/vagy transzverzális kompetenciákat, amelyek fejlesztéséhez az a tantárgy is hozzájárul, amelyhez az adott tantárgyi adatlap készült. Minden kompetencia esetében változatlan formában át kell venni a teljes kijelentést, beleértve a kompetencia kódját is, ahogyan a tantervben megjelenik. Amennyiben a két kategória közül valamelyikből nem vesznek át kompetenciákat, a táblázatban az adott kategóriának megfelelő sort törölni kell.

² Meg kell említeni a tanulmányi programra jellemző képzési eredményeket, amelyek fejlesztéséhez az a tantárgy is hozzájárul, amelyhez az adott tantárgyi adatlap készült. A tantárgy típusának (alaptárgy/szaktárgy/kiegészítő tárgy) megfelelő jellemzőket változatlan formában kell átvenni a tantervből, és a kapcsolódó kompetencia jobb oldalán kell feltüntetni.

CP4	7. A hallgató/végzett hallgató definiálja az informatika és/vagy az alkalmazott matematika alaptárgyainak fogalmait. 8. A hallgató/végzett hallgató összehasonlítja és megkülönbözteti az informatika és/vagy az alkalmazott matematika alaptárgyainak rokon fogalmait és azok tulajdonságait.	7. A hallgató/végzett hallgató azonosítja és alkalmazza a matematika fő tárgyterületeihez tartozó gyakorlatok és feladatok megoldására alkalmas technikákat. 8. A hallgató/végzett hallgató azonosítja és alkalmazza a haladó matematikai tárgyak feladatainak megoldására alkalmas technikákat.
CP5	9. A hallgató/végzett hallgató megfigyeléseket fogalmaz meg, és példák, illetve ellenpéldák segítségével megkülönbözteti az informatika és/vagy az alkalmazott matematika alaptárgyainak fogalmait, tulajdonságait és állításait. 10. A hallgató/végzett hallgató megjelöli és felismeri a tantervben szereplő tárgyak keretében megfogalmazott gyakorlatok és feladatok követelményeiben szereplő fogalmakat.	9. A hallgató/végzett hallgató valós problémákat matematikai fogalmakkal ír le, azonosítja a munkahipotéziseket, megfelelő matematikai modelleket épít fel, és elmagyarázza az így kapott modellek korlátait. 10. A hallgató/végzett hallgató numerikus módszereket és szoftvercsomagokat használ a felépített matematikai modellek megoldására, és a kapott matematikai eredményeket a modellezett gyakorlati probléma szempontjából értelmezi.

7. Tárgy-specifikus tanulási eredmények

Ismeret és megértés (Knowledge and understanding)
1. A hallgató ismeri és definiálja a lineáris algebra alapfogalmait: vektortér, lineáris függőség és függetlenség, bázis, dimenzió, lineáris függvény és mátrixa, determináns, rang.
2. A hallgató ismeri és érti a lineáris algebra alaptételeit (Steinitz tétele, alternatíva tételek, dimenzióképletek) és azok bizonyítását.
3. A hallgató ismeri a sajátérték, a sajátvektor, a diagonalizálhatóság, a Jordan-féle normálalak, a bilineáris és kvadratikus alak, valamint az euklidészi tér fogalmát és a kapcsolódó eredményeket.
4. A hallgató átfogó képpel rendelkezik a precíz, absztrakt matematikai levezetések metodikájáról, valamint a lineáris algebra és az informatika kapcsolatairól.
Specifikus tudományos készségek (Specific academic skills)
1. A hallgató kiszámítja mátrixok determinánsát, inverzét és rangját, valamint lineáris egyenletrendszereket old meg.
2. A hallgató meghatározza lineáris függvények mátrixát különböző bázisokban, báziscserét végez, sajátértékeket és sajátvektorokat számol, és eldönti egy mátrix diagonalizálhatóságát.
3. A hallgató a Sagemath komputacionális algebra csomagot használja lineáris algebrai feladatok szimbolikus megoldására és geometriai alkalmazásokban.

8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések³
1. Vektorterek. Alapfogalmak	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 1. fejezet
2. Lineáris függőség és függetlenség. Bázis	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 2.1, 2.2. fejezet
3. Vektorterek univerzális tulajdonsága. Steinitz tétele	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 2.3, 3.4. fejezet
4. Alternatíva tételek. Dimenzió. Dimenzióképletek	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 2.4. fejezet
5. Lineáris függvény mátrixa	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 3.1–3.5. fejezet
6. Báziscsere	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 3.6. fejezet
7. Determinánsok. Mátrix inverze	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 4.1, 4.2. fejezet
8. Mátrix rangja	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 4.3. fejezet

³ Például szervezési szempontok, ajánlások a hallgatók számára, a kurzushoz/szemináriumhoz kapcsolódó konkrét szempontok, mint például a területen dolgozó szakemberek meghívása stb.

9. Lineáris egyenletrendszerek	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 4.4. fejezet
10. Sajátértékek és sajátvektorok. Diagonalizálhatóság	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 5. fejezet
11. Jordan-féle normálalak	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 6. fejezet
12. Valós bilineáris és kvadratikus alakok	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 7. fejezet
13. Euklidészi terek 1	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 8.1, 8.2. fejezet
14. Euklidészi terek 2	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 8.3–8.5. fejezet

Könyvészet

[1] László T., Marcus A., Szántó Cs.: *Lineáris Algebra*, Presa Universitară Clujeană, 2021.

[2] Marcus A.: *Algebra*, Kolozsvári Egyetemi Kiadó, 2008.

http://math.ubbcluj.ro/~marcus/for_students/marcus_algebra.pdf

[3] Friedberg S.H., Insel A.J., Spence L.E.: *Linear Algebra* (4th ed.), Pearson, 2002.

[4] Fried E.: *Klasszikus és lineáris algebra*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1974.

[5] Halmos P.: *Véges dimenziós vektorterek*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1984.

[6] Ion D.I., Radu N.: *Algebră* (ed. 4), Editura Didactică și Pedagogică, 1990.

8.2 Szeminárium/ Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Vektorterek. Alapfogalmak	Feladatmegoldás, problémafelvetés, alkalmazhatóság, párbeszéd	Sagemath használata
2. Lineáris függőség és függetlenség. Bázis	Feladatmegoldás, problémafelvetés, alkalmazhatóság, párbeszéd	Sagemath használata
3. Vektorterek univerzális tulajdonsága. Steinitz tétele	Feladatmegoldás, problémafelvetés, alkalmazhatóság, párbeszéd	
4. Alternatíva tételek. Dimenzió. Dimenzióképletek	Feladatmegoldás, problémafelvetés, alkalmazhatóság, párbeszéd	Sagemath használata
5. Lineáris függvény mátrixa	Feladatmegoldás, problémafelvetés, alkalmazhatóság, párbeszéd	Sagemath használata
6. Báziscsere	Feladatmegoldás, problémafelvetés, alkalmazhatóság, párbeszéd	Sagemath használata
7. Determinánsok. Mátrix inverze	Feladatmegoldás, problémafelvetés, alkalmazhatóság, párbeszéd	Sagemath használata
8. Mátrix rangja	Feladatmegoldás, problémafelvetés, alkalmazhatóság, párbeszéd	Sagemath használata
9. Lineáris egyenletrendszerek	Feladatmegoldás, problémafelvetés, alkalmazhatóság, párbeszéd	Sagemath használata
10. Sajátértékek és sajátvektorok. Diagonalizálhatóság	Feladatmegoldás, problémafelvetés, alkalmazhatóság, párbeszéd	Sagemath használata
11. Jordan-féle normálalak	Feladatmegoldás, problémafelvetés, alkalmazhatóság, párbeszéd	Sagemath használata
12. Valós bilineáris és kvadratikus alakok	Feladatmegoldás, problémafelvetés, alkalmazhatóság, párbeszéd	Geometriai alkalmazások Sagemath használata
13. Euklidészi terek	Feladatmegoldás, problémafelvetés, alkalmazhatóság, párbeszéd	Geometriai alkalmazások Sagemath használata
14. Euklidészi terek	Feladatmegoldás, problémafelvetés, alkalmazhatóság, párbeszéd	Geometriai alkalmazások Sagemath használata

Könyvészet

[1] László T., Marcus A., Szántó Cs.: *Lineáris Algebra*, Presa Universitară Clujeană, 2021.

[2] Marcus A.: *Algebra*, Kolozsvári Egyetemi Kiadó, 2008.

http://math.ubbcluj.ro/~marcus/for_students/marcus_algebra.pdf

[3] Marcus A., Szántó Cs.: *Általános algebrai feladatgyűjtemény*, Lito UBB Cluj (1996), Erdélyi Tankönyvtanács (1997).

[4] Friedberg S.H., Insel A.J., Spence L.E.: *Linear Algebra* (4th ed.), Pearson, 2002.

[5] Purdea I., Pelea C.: *Probleme de algebră*, EFES, 2005.

[6] B. Szendrei M., Czédli G., Szendrei Á.: *Absztrakt algebrai feladatok*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1985, 1988; JATE Press, Szeged, 1993, 1998; Polygon, Szeged, 2005.

[7] Crivei S., Marcus A., Săcărea Ch., Szántó Cs.: *Computational algebra with applications to coding theory and cryptography*, EFES, 2006.

9. Értékelés

Tevékenység típusa	9.1 Értékelési kritériumok ⁴	9.2 Értékelési módszerek ⁵	9.3 Aránya a végső jegyben
9.4 Előadás	A gimnáziumi algebra anyagának ismerete. A lineáris algebra alapfogalmainak és alaptételeinek ismerete	Írásbeli vizsga	70%
		A kurzuson feltett kérdések helyes megválaszolása	+0,1 pont/kérdés a végső jegyhez
9.5 Szeminárium/ Labor	Az előadás anyagának ismeretében tudjon megoldani témabeli (típus)feladatokat. A jelenlét kötelező	Az 5. és a 10. héten felmérő	15% + 15% = 30%
		Szemináriumi aktivitás	+0,1 pont/kérdés a végső jegyhez
9.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
Minimális átmenő jegy: 5. Ehhez szükséges az alapfogalmak ismerete és egyszerű gyakorlatok megoldási képessége. A vizsgán való részvétel feltétele: legfeljebb 4 igazolatlan hiányzás a szemináriumon.			

10. SDG-ikonok (Fenntartható fejlődési célok/ Sustainable Development Goals)⁶

		A fenntartható fejlődés általános ikonja
---	---	--

⁴ Az értékelési kritériumoknak közvetlenül tükrözniük kell a tanulmányi program és a tantárgy szintjén kitűzött képzési eredményeket. Pontosabban, a várható képzési eredményeknél felsorolt eredményeket értékelik.

⁵ Javasolt mind a végső kiértékelési módszerek, mind a folyamatos kiértékelési stratégia meghatározása.

⁶ Válasszon ki egyetlen olyan ikont, amely az [Egyetemi folyamatban történő alkalmazására vonatkozó eljárás](#) szerint legjobban illeszkedik az adott tantárgyhoz. Ha a tantárgy általánosságban foglalkozik a fenntartható fejlődéssel (pl. bemutatja/bevezeti a fenntartható fejlődés általános kereteit stb.), akkor a Fenntartható Fejlődés általános ikonja rendelhető hozzá. Ha egyetlen ikon sem vonatkozik a tantárgyra, válassza az utolsó opciót: „Nem alkalmazható”.

1 FĂRA SĂRĂCIE 	2 FOAMETE „ZERO” 	3 SĂNĂTATE ȘI BUNĂSTARE 	4 EDUCATIE DE CALITATE 	5 EGALITATE DE GEN 	6 APĂ CURATĂ ȘI SANITATIE 	7 ENERGIE CURATĂ ȘI LA PREȚURI ACCESIBILE 	8 MUNCĂ DECENTĂ ȘI CREȘTERE ECONOMICĂ 	9 INDUSTRIE, INOVAȚIE ȘI INFRASTRUCTURĂ 
								
10 INEGALITĂȚI REDUSE 	11 ORAȘE ȘI COMUNITĂȚI DURABILE 	12 CONSUM ȘI PRODUCȚIE RESPONSABILĂ 	13 ACȚIUNE CLIMATICĂ 	14 VIAȚĂ ACVATICĂ 	15 VIAȚĂ TERESTRĂ 	16 PACE, JUSTIȚIE ȘI INSTITUȚII EFICIENTE 	17 PARTENERIATE PENTRU REALIZAREA OBIECTIVELOR 	Nem alkalmaz- ható
								

Kitöltés időpontja:
23.09.2026

Előadás felelőse:

Szeminárium felelőse:

Prof. dr. habil. Szántó Csaba

Asist. Scheffler Barna

Az intézeti jóváhagyás dátuma:

Intézetigazgató:
András Szilárd egyetemi docens