

## FIȘA DISCIPLINEI

### Teoria geometrică a funcțiilor de mai multe variabile complexe

Anul universitar 2026-2027

#### 1. Date despre program

1.1. Instituția de învățământ superior	Universitatea Babeș-Bolyai
1.2. Facultatea	Matematică și Informatică
1.3. Departamentul	Matematică
1.4. Domeniul de studii	Matematică
1.5. Ciclul de studii	Master
1.6. Programul de studii / Calificarea	Matematici Avansate - în limba engleză
1.7. Forma de învățământ	Cu frecvență

#### 2. Date despre disciplină

2.1. Denumirea disciplinei	Teoria geometrică a funcțiilor de mai multe variabile complexe (Geometric Function Theory in Several Complex Variables)			Codul disciplinei	MME3115
2.2. Titularul activităților de curs	Prof. univ. dr. Mirela KOHR				
2.3. Titularul activităților de seminar	Prof. univ. dr. Mirela KOHR				
2.4. Anul de studiu	2	2.5. Semestrul	4	2.6. Tipul de evaluare	Examen
2.7. Regimul disciplinei	Opțional	2.8. Tipul disciplinei		Disciplină de specializare (DS)	

#### 3. Timpul total estimat (ore pe semestru al activităților didactice)

3.1. Număr de ore pe săptămână	3	din care: 3.2. curs	2	3.3. seminar/ laborator/ proiect	1 sem
3.4. Total ore din planul de învățământ	36	din care: 3.5. curs	24	3.6 seminar/laborator	12
<b>Distribuția fondului de timp pentru studiul individual (SI) și activități de autoinstruire (AI)</b>					<b>ore</b>
Studiul după manual, suport de curs, bibliografie și notițe (AI)					45
Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate și pe teren					45
Pregătire seminare/ laboratoare/ proiecte, teme, referate, portofolii și eseuri					45
Tutoriat (consiliere profesională)					34
Examinări					20
Alte activități					-
<b>3.7. Total ore studiu individual (SI) și activități de autoinstruire (AI)</b>				<b>189</b>	
<b>3.8. Total ore pe semestru</b>				<b>225</b>	
<b>3.9. Numărul de credite</b>				<b>9</b>	

#### 4. Precondiții (acolo unde este cazul)

4.1. de curriculum	Cunoaștere aprofundată a următoarelor discipline: <ul style="list-style-type: none"><li>• Analiză complexă;</li><li>• Analiză reală;</li><li>• Topologie;</li><li>• Ecuții cu derivate parțiale.</li></ul>
4.2. de competențe	Sunt utile competențe de raționamente logice și de utilizare a cunoștințelor de curriculum precizate mai sus.

#### 5. Condiții (acolo unde este cazul)

5.1. de desfășurare a cursului	Sală de curs dotată cu tablă, videoproiector
5.2. de desfășurare a seminarului/ laboratorului	Sală de seminar dotată cu tablă, videoproiector

**6.1. Competențele dobândite în urma absolvirii programului de studii (se preiau din planul de învățământ)<sup>1</sup>**

<b>Competențe profesionale</b>	
<b>Codul competenței</b>	<b>Competență</b>
<b>CP1</b>	dezvolta strategii de solutionare a problemelor
<b>CP3</b>	execută calcule matematice analitice
<b>CP6</b>	diseminează rezultatele în rândul comunității științifice
<b>CP5</b>	aplică principiile eticii și integrității științifice în activitățile de cercetare
<b>Competențe transversale</b>	
<b>Codul competenței</b>	<b>Competență</b>
<b>CT3</b>	lucrează independent
<b>CT6</b>	gândește analitic

**6.2. Rezultatele învățării specifice programului de studii (se preiau din planul de învățământ)<sup>2</sup>**

<b>Rezultatele învățării vizate prin disciplină</b>		
<b>Codul competenței</b>	<b>Cunoștințe și înțelegere (Knowledge and understanding)</b>	<b>Abilități academice specifice (Specific academic skills)</b>
<b>CP1</b>	1. Absolventul analizează ipotezele și concluziile din aserțiunile matematice și le leagă în cadrul demonstrației.	1. Absolventul demonstrează însușirea și utilizarea unor metode și tehnici eficiente de cercetare.
<b>CP3</b>	5. Absolventul formulează observații și diferențiază noțiuni, proprietăți și aserțiuni din discipline avansate de matematică prin exemple și contraexemple.	5. Absolventul verifică, pe cazuri particulare sau prin construirea unor exemple sau contraexemple, validitatea unor afirmații matematice.
<b>CP6</b>	2. Absolventul definește conceptele de bază din discipline avansate de matematică din curriculum.	2. Absolventul formulează corect și riguros enunțurile unor aserțiuni matematice (leme, propoziții, teoreme) din disciplinele din curriculum.
<b>CT3</b>	3. Absolventul compară și distinge noțiunile înrudite și proprietățile acestora din discipline avansate de matematică din curriculum.	3. Absolventul este capabil să identifice și formuleze probleme semnificative, care să stea la baza unor cercetări ulterioare.
<b>CP5, CT6</b>	4. Absolventul studiază critic literatura de specialitate inclusiv prin utilizarea bazelor de date internaționale, identificând conceptele fundamentale.	4. Absolventul aplică tehnici adecvate pentru rezolvarea problemelor avansate.

**7. Rezultatele învățării specifice disciplinei**

<b>Cunoștințe și înțelegere (Knowledge and understanding)</b>
1. Studentul/absolventul a dobândit competențele specifice disciplinei studiate necesare pentru rezolvarea problemelor, comunicarea de concepte, teorii fundamentale și avansate din domeniul matematicii.
2. Studentul/absolventul cunoaște, înțelege și utilizează noțiuni fundamentale de teoria geometrică a funcțiilor de mai multe variabile complexe și analiză complexă uni și multi-dimensională, necesare pentru rezolvarea unor probleme avansate specifice acestor domenii, precum și a unor probleme speciale din matematica aplicată, mecanica fluidelor.
3. Studentul/absolventul este capabil să utilizeze cunoștințele dobândite pentru a urma un program de doctorat în Matematică sau în alte domenii ale științei care utilizează concepte de analiză complexă.

<sup>1</sup> Se vor prelua din Planul de învățământ al programului de studii acele competențe profesionale și/sau transversale la dezvoltarea cărora contribuie disciplina pentru care se elaborează fișa disciplinei. Pentru fiecare competență se va prelua întregul enunț, inclusiv codul competenței, cu formularea care apare în planul de învățământ, fără modificări. Dacă nu se preia nici o competență din oricare din cele două categorii, se șterge linia din tabel aferentă acelei categorii.

<sup>2</sup> Se menționează rezultatele învățării specifice programului de studiu la dezvoltarea cărora contribuie disciplina pentru care se elaborează fișa. Enunțurile, preluate fără modificări din Planul de învățământ în funcție de tipul disciplinei (DF/DS/DC) se trec în dreptul competenței asociate.

4. Studentul/absolventul este capabil să utilizeze abilități avansate pentru a dezvolta și gestiona proiecte matematice de cercetare, aplicând o gamă largă de metode cantitative și calitative.
<b>Abilități academice specifice (Specific academic skills)</b>
1. Studentul/absolventul este capabil să identifice și să enunțe probleme semnificative care pot sta la baza cercetărilor ulterioare.
2. Studentul/absolventul este capabil să utilizeze limbajul științific și să efectueze cercetări în matematică.
3. Studentul/absolventul este capabil să construiască argumente matematice clare și bine argumentate pentru a explica în scris probleme, subiecte și idei matematice.

## 8. Conținuturi

8.1 Curs	Metode de predare - învățare	Observații <sup>3</sup>
1. Familia Carathéodory $M$ a aplicațiilor olomorfe de mai multe variabile complexe. Rezultate de distorsiune, deformare și estimări ale coeficienților. Compactitatea familiei $M$ .	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de explicații alternative.	
2. Aplicații stelate pe bila unitate în $\mathbb{C}^n$ . Condiții necesare și suficiente de stelaritate. Rezultate de distorsiune, deformare și estimări ale coeficienților.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de explicații alternative.	
3. Aplicații convexe pe bila unitate în $\mathbb{C}^n$ . Condiții necesare și suficiente de convexitate pe bila unitate Euclidiană și pe polidiscul unitate în $\mathbb{C}^n$ .	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de explicații alternative.	
4. Distorsiune, deformare și estimări ale coeficienților aplicațiilor convexe pe bila unitate în $\mathbb{C}^n$ .	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de explicații alternative.	
5. Lanțuri Loewner și aplicații de tranziție (familii de evoluție) în $\mathbb{C}^n$ .	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de explicații alternative.	
6. Lanțuri Loewner, câmpuri vectoriale Herglotz și ecuația diferențială Loewner în $\mathbb{C}^n$ .	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de explicații alternative.	
7. Nucleul de convergență și transformări biolomorfe pe bila unitate în $\mathbb{C}^n$ . Aplicații în teoria lanțurilor Loewner.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de explicații alternative.	
8. Soluțiile ecuației generalizate Loewner în $\mathbb{C}^n$ .	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de explicații alternative.	
9. Familia $S^0(B^n)$ a aplicațiilor biolomorfe cu reprezentare parametrică pe bila unitate în $\mathbb{C}^n$ . Caracterizări prin interemediul lanțurilor Loewner. Compactitatea familiei $S^0(B^n)$ . Proprietatea Runge. Probleme deschise.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de explicații alternative.	
10. Puncte extreme și puncte suport asociate familiei $S^0(B^n)$ . Proprietăți de aproximare prin automorfisme ale spațiului $\mathbb{C}^n$ . Probleme deschise și conjecturi.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de explicații alternative.	
11. Criterii de univalență pe bila unitate în $\mathbb{C}^n$ folosind teoria lanțurilor Loewner. Reprezentare parametrică și asimptotic stelare în $\mathbb{C}^n$ .	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de explicații alternative.	
12. Operatori de extensie care pastrează proprietăți analitice și geometrice (stelaritate, convexitate, lanțuri Loewner, reprezentare parametrică). Probleme deschise, conjecturi și direcții de cercetare.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de explicații alternative.	

<sup>3</sup> De exemplu aspecte organizatorice, recomandări pentru studenți, aspecte specifice legate de curs/seminar cum ar fi invitarea unor practicieni în domeniu etc.

**Bibliografie**

1. I. Graham, G. Kohr, *Geometric Function Theory in One and Higher Dimensions*, Marcel Dekker Inc., New York, 2003.
2. G. Kohr, *Basic Topics in Holomorphic Functions of Several Complex Variables*, Cluj University Press, Cluj-Napoca, 2003,
3. G. Kohr, *Geometric Function Theory in Several Complex Variables*, Lecture Notes, 2020.  
**G. Kohr, M. Kohr, *Geometric Function Theory in Several Complex Variables*, Lecture Notes, 2025.**
4. P. Duren, I. Graham, H. Hamada, G. Kohr, *Solutions for the generalized Loewner differential equation in several complex variables*, *Mathematische Annalen*, **347** (2010), 411-435.
5. I. Graham, H. Hamada, G. Kohr, M. Kohr, *Extremal properties associated with univalent subordination chains in  $\mathbb{C}^n$* , *Mathematische Annalen*, **359** (2014), 61-99.
6. H. Hamada, G. Kohr, M. Kohr, *Subordination chains and solutions to the Loewner PDE infinite dimensions*, *The Journal of Geometric Analysis*, **36** (2026), 29.
7. S. Gong, *Convex and Starlike Mappings in Several Complex Variables*, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 1998.
8. P. Duren, *Univalent Functions*, Springer-Verlag, New York, 1983.
9. M. Elin, S. Reich, D. Shoikhet, *Numerical Range of Holomorphic Mappings and Applications*, Birkhäuser, Springer, Cham, 2019.
10. S.G. Krantz, *Function Theory of Several Complex Variables*, Reprint of the 1992 Edition, AMS Chelsea Publishing, Providence, Rhode Island, 2001.
11. Ch. Pommerenke, *Univalent Functions*, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 1975.
12. T. Poreda, *On generalized differential equations in Banach spaces*, *Dissertationes Mathematicae*, **310** (1991), 1-50.
13. M. Range, *Holomorphic Functions and Integral Representations in Several Complex Variables* Springer-Verlag, New York, 1986.
14. W. Rudin, *Function Theory in the Unit Ball of  $\mathbb{C}^n$* , Springer-Verlag, New York, 1980.

8.2 Seminar	Metode de predare - învățare	Observații
1. Exemple de aplicații în familia Carathéodory $M$ . Subclase speciale ale familiei $M$ . Rezultate de distorsiune și estimări ale coeficienților.	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor și demonstrațiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenților.	1 oră / săptămână
2. Condiții suficiente de stelaritate pe bila unitate în $\mathbb{C}^n$ . Exemple de aplicații stelate.	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor și demonstrațiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenților.	1 oră / săptămână
3. Condiții suficiente de convexitate pe bila unitate în $\mathbb{C}^n$ . Exemple de aplicații convexe.	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor și demonstrațiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenților.	1 oră / săptămână
4. Aplicații stelate de ordinul $\alpha$ pe bila unitate Euclideană în $\mathbb{C}^n$ , $0 \leq \alpha < 1$ . Rezultate de deformare și estimări ale coeficienților. Exemple.	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor și demonstrațiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenților.	1 oră / săptămână
5. Lanțuri Loewner și aplicații de tranziție (familii de evoluție) de mai multe variabile complexe. Exemple.	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor și demonstrațiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenților.	1 oră / săptămână
6. Lanțuri Loewner și ecuațiile Loewner asociate în $\mathbb{C}^n$ . Aplicații.	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor și demonstrațiilor pentru rezolvarea	1 oră / săptămână

	problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenților.	
7. Caracterizările analitice ale stelarității și spiralityții de tipul $\alpha$ pe bila unitate în $\mathbb{C}^n$ prin intermediul lanțurilor Loewner.	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor și demonstrațiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenților.	1 oră / săptămână
8. Variații ale lanțurilor Loewner în $\mathbb{C}^n$ . Aplicații la probleme extreme pentru transformări univalente cu reprezentare parametrică pe bila unitate în $\mathbb{C}^n$ .	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor și demonstrațiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenților.	1 oră / săptămână
9. Transformări mărginite cu reprezentare parametrică pe bila unitate în $\mathbb{C}^n$ . Rezultate de deformare și estimări ale coeficienților. Aplicații la probleme extreme.	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor și demonstrațiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenților.	1 oră / săptămână
10. Criterii de univalență pe bila unitate în $\mathbb{C}^n$ prin intermediul teoriei lui Loewner.	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor și demonstrațiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenților.	1 oră / săptămână
11. Convergența în nucleu și lanțuri Loewner în $\mathbb{C}^n$ .	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor și demonstrațiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenților.	1 oră / săptămână
12. Operatori de extensie care păstrează proprietăți analitice și geometrice. Probleme deschise, conjecturi și direcții de cercetare.	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor și demonstrațiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenților.	1 oră / săptămână





#### Bibliografie

1. I. Graham, G. Kohr, *Geometric Function Theory in One and Higher Dimensions*, Marcel Dekker Inc., New York, 2003.
2. G. Kohr, *Basic Topics in Holomorphic Functions of Several Complex Variables*, Cluj University Press, Cluj-Napoca, 2003.
3. G. Kohr, *Geometric Function Theory in Several Complex Variables*, Seminar Notes, 2020.
4. F. Bracci, I. Graham, H. Hamada, G. Kohr, *Variation of Loewner chains, extreme and support points in the class  $S^0$  in higher dimensions*, Constructive Approximation, **43** (2016), 231-251.
5. P. Duren, I. Graham, H. Hamada, G. Kohr, *Solutions for the generalized Loewner differential equation in several complex variables*, Mathematische Annalen, **347** (2010), 411-435.
6. I. Graham, H. Hamada, G. Kohr, M. Kohr, *Extremal properties associated with univalent subordination chains in  $\mathbb{C}^n$* , Mathematische Annalen, **359** (2014), 61-99.
7. I. Graham, H. Hamada, G. Kohr, M. Kohr, *Loewner PDE in infinite dimensions*, Computational Methods and Function Theory, **25** (2025), 151-171.
8. G. Kohr, P. Liczberski, *Univalent Mappings of Several Complex Variables*, Cluj University Press, Cluj-Napoca, 1998.
9. P. Curt, *Special Chapters in Geometric Function Theory of Several Complex Variables*, Editura Albastră, Cluj-Napoca, 2001 (in Romanian).
10. S. Gong, *Convex and Starlike Mappings in Several Complex Variables*, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 1998.
11. S. Gong, *The Bieberbach Conjecture*, Amer. Math. Soc. Intern. Press, Providence, R.I., 1999.
12. S.G. Krantz, *Function Theory of Several Complex Variables*, Reprint of the 1992 Edition, AMS Chelsea Publishing, Providence, Rhode Island, 2001.
13. Ch. Pommerenke, *Univalent Functions*, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 1975.
14. F. Bracci (Ed.), *Geometric Function Theory in Higher Dimension*, Springer INdAM Series, vol. **26** (2017), Springer International Publishing AG, Cham, Switzerland.

## 9. Evaluare

Tip activitate	9.1 Criterii de evaluare <sup>4</sup>	9.2 Metode de evaluare <sup>5</sup>	9.3 Pondere din nota finală
9.4 Curs	Cunoașterea noțiunilor și a rezultatelor de bază.	Examen scris.	60%
	Posibilitatea de a justifica prin demonstrație rezultatele teoretice.		
9.5 Seminar	Capacitatea de a aplica noțiuni și rezultatele dobândite la curs în studiul unor capitole speciale din teoria geometrică a funcțiilor în $C^n$ și a unor domenii conexe.	Evaluarea activității studenților din timpul semestrului, teme de casă și rapoarte, precum și participarea activă la seminar.	15%
		O lucrare de control (la mijlocul semestrului).	25%
Prezența la ore: conform cerințelor generale ale facultății.			
9.6 Standard minim de promovare			
• Nota finală minim 5 (într-o scară de la 1 la 10).			

## 10. Etichete ODD (Obiective de Dezvoltare Durabilă / Sustainable Development Goals)<sup>6</sup>

  Eticheta generală pentru Dezvoltare durabilă								
 1 FĂRĂ SĂRĂCIE	 2 FOAMETE "ZERO"	 3 SĂNĂTATE ȘI BUNĂSTARE	 4 EDUCATIE DE CALITATE	 5 EGALITATE DE GEN	 6 APĂ CURATĂ ȘI SĂNĂTATE	 7 ENERGIE CURATĂ ȘI LA PREȚURI ACCESIBILE	 8 MUNCĂ DECENTĂ ȘI CREȘTERE ECONOMICĂ	 9 INDUSTRIE, INOVAȚIE ȘI INFRASTRUCTURĂ
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	X
 10 INEGALITĂȚI REDUSE	 11 ORAȘE ȘI COMUNITĂȚI DURABILE	 12 CONSUM ȘI PRODUCȚIE RESPONSABILE	 13 ACȚIUNE CLIMATICĂ	 14 VIAȚA ACVATICĂ	 15 VIAȚA TERESTRĂ	 16 PACE, JUSTIȚIE ȘI INSTITUȚII EFICIENTE	 17 PARTENERIATE PENTRU REALIZAREA OBIECTIVELOR	Nu se aplică nici o etichetă
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Data completării:  
10.04.2026

Semnătura titularului de curs  
Prof. univ. dr. Mirela KOHR

Semnătura titularului de seminar  
Prof. univ. dr. Mirela KOHR

Data avizării în departament:  
24.04.2026

Semnătura directorului de departament  
Prof. univ. dr. Andrei MĂRCUȘ

<sup>4</sup> Criteriile de evaluare trebuie să reflecte direct rezultatele învățării vizate la nivel de program de studii, respectiv la nivel de disciplină. Mai concret, se evaluează achizițiile de învățare menționate în rezultatele anticipate ale învățării.

<sup>5</sup> Se recomandă stabilirea atât a metodelor de evaluare finală, cât și a strategiei de evaluare pe parcurs.

<sup>6</sup> Selectați o singură etichetă, cea care, în conformitate cu [Procedura de aplicare a etichetelor ODD în procesul academic](#), se potrivește cel mai bine disciplinei. Dacă disciplina tratează tema dezvoltării durabile la modul general (de ex. prin prezentarea/introducerea cadrului general al dezvoltării durabile etc.) atunci se poate alocă eticheta generală de Dezvoltare Durabilă. Dacă niciuna dintre etichete nu descrie disciplina, selectați ultima opțiune: „Nu se aplică nici o etichetă”.