

A TANTÁRGY ADATLAPJA

Dinamikus rendszerek

2025-2026

1. A képzési program adatai

1.1 Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2 Kar	Matematika és Informatika
1.3 Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4 Szakterület	Informatika
1.5 Képzési szint	Alap
1.6 Szak / Képesítés	Informatika

2. A tantárgy adatai

2.1 A tantárgy neve	Dinamikus rendszerek						
2.2 Az előadásért felelős tanár neve	Lukács Andor						
2.3 A szemináriumért felelős tanár neve	Lukács Andor						
2.4 Tanulmányi év	2	2.5 Félév	4	2.6. Értékelés módja	Vizsga	2.7 Tantárgy típusa	Kiegészítő

3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszama)

3.1 Heti óraszám	4	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor	1/1
3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám	56	melyből: 3.5 előadás	28	3.6 szeminárium/labor	14/14
A tanulmányi idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					22
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					15
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portofóliók, referátumok, esszék kidolgozása					18
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					6
Vizsgák					8
Más tevékenységek:					
3.7 Egyéni munka össz-óraszama					69
3.8 A félév össz-óraszama					125
3.9 Kreditszám					5

4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1 Tantervi	<ul style="list-style-type: none">Matematikai analízis, differenciál, integrálszámítási ismeretek, lineáris algebra
4.2 Kompetenciabeli	<ul style="list-style-type: none">Lineáris algebrai fogalmak (bázis, lineáris függetlenség) kezeléseA differenciál és integrálszámításhoz kapcsolódó kompetenciák funkcionális működése

5. Feltételek (ha vannak)

5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none">Táblával, video projektorral felszerelt tanterem
--	--

5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"><li data-bbox="544 100 1433 181">• Táblával, video projektorral felszerelt tanterem, táblával és video projektorral felszerelt labor, a gépeken Mathematica
---	---

6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

Szakmai kompetenciák	<ul style="list-style-type: none"> • C 4.2 Matematikai és számítógépes (formális) modellek értelmezése • C 4.3 Valós feladatok megoldásához megfelelő modellek és módszerek meghatározása • C 4.4 A szimuláció alkalmazása az elkészített modellek viselkedésének tanulmányozására és teljesítményük kiértékelésére
Transzverzális kompetenciák	<ul style="list-style-type: none"> • CT1 A szervezett és hatékony munka szabályainak, a didaktikai-tudományos területhez való felelősségteljes hozzáállás alkalmazása a saját potenciál kreatív értékesítéséhez, a szakmai etika alapelveinek és normáinak tiszteletben tartásával • CT3 Hatékony módszerek és technikák használata tanulásra, információszerzésre, kutatásra és a tudásszerzési kapacitások fejlesztésére, egy dinamikus társadalom igényeinek való megfelelésre, román és egy nemzetközi nyelven történő kommunikációra

7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	<ul style="list-style-type: none"> • A dinamikus rendszerek elméletének, problémáinak, módszereinek ismertetése, dinamikus rendszerek szimulációja
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	<p>Bevezetés (modellezési példák, alapfogalmak, dinamikus rendszerek szimulációja)</p> <p>I. rész: Diszkrét és folytonos dinamikus rendszerek (rekurziók és differenciálegyenletek, lineáris rekurziók és lineáris differenciálegyenletek, létezési tételek, peremérték feladatok)</p> <p>II. rész: Kvalitatív elemzés (stabilitáselmélet, invariáns halmazok, határciklusok, Poincare leképezés, bifurkációk)</p> <p>III. rész: Numerikus módszerek (közelítő megoldások, numerikus stabilitás, szukcesszív approximációk, kaotikus rendszerek)</p>

8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
I. Diszkrét dinamikus rendszerek, munkaerőpiac modellje, alapfogalmak	Előadás, számítógépes vizualizációk	
II. Elsőrendű rekurziók vizsgálata, a logisztikus leképezés bifurkációs pontjai		
III. Lineáris rekurziók megoldása		
IV. Állandó együtthatójú lineáris rekurziók megoldása		
V. Állandó együtthatójú lineáris rekurzió rendszerek		
VI. A stabilitás vizsgálata, perturbált rendszerek		

stabilitása		
VII. Modellezési feladatok és alkalmazások		
VIII. Differenciálegyenletes modellek, populációk dinamikája, Lotka-Volterra modellek		
IX. Egzakt módon megoldható differenciálegyenletek		
X. Numerikus módszerek, dinamikus rendszerek szimulációja		
XI. Lineáris differenciálegyenletek és rendszerek		
XII. Állandó együtthatójú differenciálegyenletek és rendszerek megoldásának előállítás		
XIII. Gyógyszerek adagolásának modellezése és szimulációja		
XIV. A stabilitás vizsgálata, perturbált rendszerek		

Könyvészet

1. Davis Jon H., Differential Equations with MAPLE: an Interactive Approach, Birkhäuser, 2001.
2. Enns R. H., McGuire G., Nonlinear Physics with Maple for Scientists and Engineers, Birkhäuser, 1997.
3. Hairer E., Numerical Geometric Integration, Internet course, 1999,
<http://www.unige.ch/math/folks/hairer/polycop.html>
4. Lynch S., Dynamical Systems with Applications using MATLAB, Birkhäuser, 2004.
5. Rus I.A., Ecuatii diferentiale, ecuatii integrale si sisteme dinamice, Transilvania Press, 1996.
6. Trif D., Metode numerice in teoria sistemelor dinamice, Transilvania Press, 1997.
7. András Szilárd: Dinamikus rendszerek, Editura didactica si pedagogica, 2008
8. Gerald Tesch: Ordinary differential equations and dynamical systems, free ebook,
<http://www.mat.univie.ac.at/~gerald/teaching/index.html>
9. E.R. Scheinerman: Invitation to dynamical systems, Prentice Hall, 1995
10. Saber Elaydi: Introduction to difference equations, Springer, 2005
11. Stephen Lynch: Dynamical Systems with Applications using Mathematica, Birkhauser, Boston, 2007
12. Marian Mureşan: Introduction to Mathematica® with Applications, Springer, 2017

8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Rekurzív sorozatok	Feladatmegoldás	
2. A pókháló módszer, egyensúlypontok stabilitása	Feladatmegoldás	
3. Lineáris rekurziók	Feladatmegoldás, Számítógépes vizualizáció	
4. Inhomogén lineáris rekurziók	Feladatmegoldás	
5. Direkt úton megoldható differenciálegyenletek	Feladatmegoldás	

6. Lineáris differenciálegyenletek	Feladatmegoldás	
7. Lineáris differenciálegyenlet rendszerek	Feladatmegoldás	
1. Fraktálok generálása iterált függvényrendszerekkel	Számítógépes programozás, szimuláció	
2. A pókháló módszer		
3. A munkaerőpiac modellezése		
4. SIRS típusú modellek		
5. Gyógyszeradagolás modellezése		
6. Poncelet konfigurációk		
7. Lotka Volterra típusú rendszerek		

Könyvészet

1. Lynch S., Dynamical Systems with Applications using MATLAB, Birkhäuser, 2004.
2. Lynch S.: Dynamical Systems with Applications using Mathematica, Birkhauser, Boston, 2007
3. Trif D., Metode numerice in teoria sistemelor dinamice, Transilvania Press, 1997.
4. András Szilárd: Dinamikus rendszerek, Editura didactica si pedagogica, 2008
5. M.L.Krasnov, A.I.Kiselyor, G.I.Makarenko: *A book of problems in ordinary differential equations*, Mir Publishers Moscow, 1981.
6. Ray Redheffer: *Differential equations. Theory and applications*. Jones and Bartlett Publishers, Boston 1991.

9. A tárgy tartalmának összhangba hozása az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásaival.

- A tanulmányozott alapproblémák megoldásának előállítása számítógép segítségével
- Vizualizációk, szimulációk készítése a tanulmányozott problémákhoz
- A MATHEMATICA® nyelv ismerete

10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Alapfogalmak pontos ismerete	Írásbeli és szóbeli vizsga	50%
	Modellek, jelenségek, jellegzetes példák ismerete		
10.5 Szeminárium / Labor	Feladatok helyes megoldása	Egy zárthelyi dolgozat (a 7. szeminárium után)	20%
	Laborvizsga	Házi feladatok ellenőrzése, laborvizsga	30%
10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
<ul style="list-style-type: none">• A zárthelyi dolgozaton el kell érni a 6-os jegyet, a laborvizsgán a 7-est és az írásbeli vizsgán az 5-öst• Ha valaki nem vesz részt a zárthelyin (vagy nem szeretné azt beszámítani a végső jegybe), akkor szóbelizhet a teljes anyagból villámkérdéses módszerrel.			

Kitöltés dátuma

2025. szept. 21.

Előadás felelőse

Dr. Lukács Andor,
egyet. adjunktus

Szeminárium felelőse

Dr. Lukács Andor,
egyet. adjunktus

Az intézeti jóváhagyás dátuma

2025. szept. 21.

Intézetigazgató

Dr. András Szilárd, egyet. docens