

## A TANTÁRGY ADATLAPJA

Differenciál és integrálszámítás  
Egyetemi tanév 2026-2027

### 1. A képzési program adatai

1.1. Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Kolozsvár
1.2. Kar	Matematika és Informatika
1.3. Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4. Szakterület	Informatika
1.5. Képzési szint	Alapképzés
1.6. Tanulmányi program/ Képesítés	Informatika
1.7. Képzési forma	Nappali tagozat

### 2. A tantárgy adatai

2.1. A tantárgy neve	<b>Differenciál és integrálszámítás</b>			A tantárgy kódja	<b>MLM0077</b>
2.2. Az előadásért felelős tanár neve	Dr. Finta Zoltán egyetemi docens				
2.3. A szemináriumért felelős tanár neve	Dr. Szilágyi Géza Zsolt egyetemi adjunktus				
2.4. Tanulmányi év	1	2.5. Félév	1	2.6. Értékelés módja	Évk. ellen.
2.7. Tantárgy rendszere	Kötelező			2.8. Tantárgy típusa	Alaptárgy

### 3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszama)

3.1. Heti óraszám	4	melyből: 3.2. előadás	2	3.3. szeminárium/labor/projekt	2
3.4. Tantervben szereplő összórászám	56	melyből: 3.5. előadás	28	3.6. szeminárium/labor	28
<b>Az egyéni tanulmányi idő (ET) és az önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő elosztása:</b>					<b>óra</b>
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása (ET)					20
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					11
Szemináriumok/ laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása					16
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					7
Vizsgák					15
Más tevékenységek:					---
<b>3.7. Egyéni tanulmányi idő (ET) és önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő összórászama</b>					<b>69</b>
<b>3.8. A félév összórászama</b>					<b>125</b>
<b>3.9. Kreditszám</b>					<b>5</b>

### 4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1. tantervi	Középiskolai matematikai analízis ismeretek
4.2. kompetenciabeli	Matematikai gondolkodás, modellezés, problémamegoldás

### 5. Feltételek (ha vannak)

5.1. Az előadás lebonyolításának feltételei	Megfelelő infrastruktúrával ellátott előadóterem
5.2. A szeminárium/ labor lebonyolításának feltételei	Megfelelő infrastruktúrával ellátott szeminárium terem

### 6.1. A tanulmányi program elvégzése során elsajátított kompetenciák (a tantervből kell átvenni)<sup>1</sup>

Szakmai kompetenciák	
Kompetencia kódja	Kompetencia

<sup>1</sup> A tanulmányi program tantervéből át kell venni azokat a szakmai és/vagy transzverzális kompetenciákat, amelyek fejlesztéséhez az a tantárgy is hozzájárul, amelyhez az adott tantárgyi adatlap készült. Minden kompetencia esetében változatlan formában át kell venni a teljes kijelentést, beleértve a kompetencia kódját is, ahogyan a tantervben megjelenik. Amennyiben a két kategória közül valamelyikből nem vesznek át kompetenciákat, a táblázatban az adott kategóriának megfelelő sort törölni kell.

<b>CP3</b>	Szoftvereszközök használata interdiszciplináris kontextusban. <i>Use of software tools in an interdisciplinary context.</i>
<b>Transzverzális kompetenciák</b>	
<b>Kompetencia kódja</b>	<b>Kompetencia</b>
<b>CT1</b>	A szervezett és hatékony munkavégzés szabályainak alkalmazása, a didaktikai-tudományos terület iránti felelősségteljes hozzáállás, a saját lehetőségek kreatív kiaknázása érdekében, a szakmai etika elveinek és normáinak tiszteletben tartása mellett. <i>Application of organized and efficient work rules, of responsible attitudes towards the didactic-scientific field, to bring creative value to own potential, with respect for professional ethics principles and norms.</i>
<b>CT2</b>	Hatékonyan végez szervezett tevékenységeket egy interdiszciplináris csoportban, és fejleszti az empatikus interperszonális kommunikációs készségeit, a hálózatépítést és az együttműködést a sokszínű csoportokkal. <i>Development of organized activities in an interdisciplinary group and the development of empathetic abilities for interpersonal communications, to relate to and cooperate with various groups.</i>

## 6.2. A tanulmányi programra jellemző képzési eredmények (a tantervből kell átvenni)<sup>2</sup>

<b>A tantárgy által megcélzott tanulási eredmények</b>		
<b>Kompetencia kódja</b>	<b>Ismeret és megértés (Knowledge and understanding)</b>	<b>Specifikus tudományos készségek (Specific academic skills)</b>
<b>CP3</b>	2. A hallgató/diplomás kiválasztja, elmagyarázza és meghatározza a számítástechnikában alkalmazott matematikai alapokat, beleértve a formális logikát, az algebrát, a valószínűségszámítást és a statisztikát. <i>2. The student/graduate selects, explains and specifies the mathematical foundations applied in computer science, including formal logic, algebra, probability and statistics.</i>	2. A hallgató/diplomás matematikai módszereket alkalmaz, értékkel és javasol számítógépes problémák modellezésére, szimulációjára és megoldására. <i>2. The student/graduate applies, evaluates and proposes mathematical methods for modelling, simulation and solving computing problems.</i>

## 7. Tárgy-specifikus tanulási eredmények

<b>Ismeret és megértés (Knowledge and understanding)</b>
1. A hallgató/diplomás kiválasztja, elmagyarázza és meghatározza a számítástechnikában alkalmazott matematikai alapokat, beleértve a formális logikát, az algebrát, a valószínűségszámítást és a statisztikát. <i>1. The student/graduate selects, explains and specifies the mathematical foundations applied in computer science, including formal logic, algebra, probability and statistics.</i>
<b>Specifikus tudományos készségek (Specific academic skills)</b>
1. A hallgató/diplomás matematikai módszereket alkalmaz, értékkel és javasol számítógépes problémák modellezésére, szimulációjára és megoldására. <i>1. The student/graduate applies, evaluates and proposes mathematical methods for modelling, simulation and solving computing problems.</i>

## 8. A tantárgy tartalma

<b>8.1 Előadás</b>	<b>Didaktikai módszerek</b>	<b>Megjegyzések<sup>3</sup></b>
<b>1. Valós számsorozatok:</b> konvergens sorozatok, fundamentális sorozatok, tulajdonságok	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[10; 40-52] [könyvészet; oldalak]
<b>2. Valós számsorok:</b> pozitív tagú sorok, konvergencia kritériumok, váltakozó	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[6; 56-65]

<sup>2</sup> Meg kell említeni a tanulmányi programra jellemző képzési eredményeket, amelyek fejlesztéséhez az a tantárgy is hozzájárul, amelyhez az adott tantárgyi adatlap készült. A tantárgy típusának (alaptárgy/szaktárgy/kiegészítő tárgy) megfelelő jellemzőket változatlan formában kell átvenni a tantervből, és a kapcsolódó kompetencia jobb oldalán kell feltüntetni.

<sup>3</sup> Például szervezési szempontok, ajánlások a hallgatók számára, a kurzushoz/szemináriumhoz kapcsolódó konkrét szempontok, mint például a területen dolgozó szakemberek meghívása stb.

előjelű sorok		
<b>3. Függvénysorozatok:</b> pontonkénti konvergencia, egyenletes konvergencia, a határfüggvény tulajdonságai	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[6; 297-315]
<b>4. Függvénysorok, hatványsorok:</b> pontonkénti konvergencia, egyenletes konvergencia, a határfüggvény tulajdonságai	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[6; 316-341]
<b>5. Az n-dimenziós euklidészi tér:</b> euklidészi norma, topológiai alapfogalmak	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[6; 353-357, 361-372]
<b>6. Többváltozós függvények határértéke és folytonossága:</b> globális határérték, iterált határértékek, folytonosság pontban, folytonosság halmazon	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[6; 425-439]
<b>7. Többváltozós függvények iránymenti deriváltja, parciális deriváltjai és Fréchet-féle differenciálja:</b> tulajdonságok, gradiens, Jacobi-féle mátrix	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[6; 440-463]
<b>8. Magasabb rendű parciális deriváltak:</b> Schwarz-tétel, Taylor-féle képlet, többváltozós függvények szélsőérték pontjainak meghatározása	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[6; 469-493]
<b>9. Valós változós valós függvények integrálszámítása:</b> Riemann-féle integrál, Riemann-Stieltjes-féle integrál	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[6; 204-251, 263-284]
<b>10. Elsőfajú görbementi integrálok, másodfajú görbementi integrálok:</b> tulajdonságok, úttól való függetlenség, primitív függvény	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[1; 21-34]
<b>11. Többváltozós függvények Riemann-integrálszámítása:</b> tulajdonságok, kettős és hármas integrálok kiszámítása	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[1; 35-56]
<b>12. Elsőfajú felületi integrálok:</b> felületek az $R^3$ térben, síma felület területe, elsőfajú felületi integrál kiszámítása	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[1; 67-75]
<b>13. Másodfajú felületi integrálok:</b> irányított felületek az $R^3$ térben, másodfajú felületi integrál kiszámítása. <b>Az integrálszámítás alapvető tételei.</b>	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[1; 76-86, 56-57]
<b>14. A vektoranalízis elemei</b>	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[6; 740-760]
<b>Könyvészet</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>Balázs M., Kolumbán J.: <i>Matematikai analízis</i>, Dacia Könykiadó, Kolozsvár, 1978.</li> <li>Breckner W. W.: <i>Analiză matematică. Topologia spațiului <math>R^n</math></i>, Universitatea din Cluj-Napoca, 1985.</li> <li>Cobzaș Șt.: <i>Analiză matematică (Calculul diferențial)</i>, Presa Universitară Clujeană, 1997.</li> </ol>		

4. Demidovici B: *Culegere de probleme și exerciții de analiză matematică*, Editura Tehnică, București, 1956.
5. Fihtenholț G. M.: *Curs de calcul diferențial și integral*, Vol. II, Editura Tehnică, București, 1964. Vol III, Editura Tehnică, București, 1965.
6. Finta Zoltán: *Matematikai analízis*, Státus Kiadó, Csíkszereda, 2017.
7. Kassay G, Kolumbán J, Marchiș J.: *Valós számok és metrikus terek*, Presa Universitară Clujeană, 2005.
8. Sirețchi Gh.: *Calcul diferențial și integral*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1997.
9. Szőkefalvi-Nagy B.: *Valós függvények és függvénysorok*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1977.
10. Rudin W.: *Principles of Mathematical Analysis*, 2nd Edition, McGraw-Hill, New York, 1964.

8.2 Szeminárium/ Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
<b>1. Valós számsorozatok:</b> gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejezés	[3; 75-92] [könyvészet; oldalak]
<b>2. Valós számsorok:</b> gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejezés	[3; 93-110]
<b>3. Függvénysorozatok:</b> gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejezés	[3; 274-277]
<b>4. Függvénysorok, hatványsorok:</b> gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejezés	[3; 277-287]
<b>5. Függvénysorok, hatványsorok:</b> gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejezés	[3; 277-287]
<b>6. Többváltozós függvények határértéke és folytonossága:</b> gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejezés	[3; 111-126]
<b>7. Parciális deriváltak:</b> összetett függvények parciális deriváltjainak kiszámítása	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejezés	[3; 143-160]
<b>8. Többváltozós függvények szélsőérték pontjainak meghatározása:</b> gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejezés	[3; 143-160]
<b>9. Valós változós valós függvények Riemann-integrálszámítása:</b> integrálási módszerek, Riemann-Stieltjes integrálok kiszámítása	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejezés	[3; 201-223]
<b>10. Elsőfajú görbementi integrálok, másodfajú görbementi integrálok:</b> gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejezés	[3; 234-242]
<b>11. Többváltozós függvények Riemann-integrálszámítása:</b> kettős és hármas integrálok kiszámítása	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejezés	[3; 234-242]
<b>12. Többváltozós függvények Riemann-integrálszámítása:</b> kettős és hármas integrálok kiszámítása változócserek alapján	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejezés	[3; 243-258, 265-273]
<b>13. Felületek:</b> sima felület területének kiszámítása. <b>Elsőfajú felületi integrálok:</b> gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejezés	[3; 258-265]
<b>14. Másodfajú felületi integrálok:</b> gyakorlatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejezés	[3; 258-265]
<b>Könyvészet</b>		

- Balázs M., Kolumbán J.: *Matematikai analízis*, Dacia Könyvkiadó, Kolozsvár, 1978.
- Breckner W. W.: *Analiză matematică. Topologia spațiului  $R^n$* , Universitatea din Cluj-Napoca, 1985.
- Chiriță S.: *Probleme de matematici superioare*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1989.
- Cobzaș Șt.: *Analiză matematică (Calculul diferențial)*, Presa Universitară Clujeană, 1997.
- Demidovici B.: *Culegere de probleme și exerciții de analiză matematică*, Editura Tehnică, București, 1956.
- Fihtenholț G. M.: *Curs de calcul diferențial și integral*, Vol. II, Editura Tehnică, București, 1964. Vol III, Editura Tehnică, București, 1965.
- Finta Zoltán: *Matematikai analízis*, Státus Kiadó, Csíkszereda, 2017.
- Kassay G, Kolumbán J, Marchiș J.: *Valós számok és metrikus terek*, Presa Universitară Clujeană, 2005.
- Sirețchi Gh.: *Calcul diferențial și integral*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1997.
- Szőkefalvi-Nagy B.: *Valós függvények és függvénysorok*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1977.
- Rudin W.: *Principles of Mathematical Analysis*, 2nd Edition, McGraw-Hill, New York, 1964.

## 9. Értékelés

Tevékenység típusa	9.1 Értékelési kritériumok <sup>4</sup>	9.2 Értékelési módszerek <sup>5</sup>	9.3 Aránya a végső jegyben
9.4 Előadás	Az alapvető elméleti eredmények alkalmazása konkrét feladatok megoldásában	Írásbeli vizsgák a félév során	50%
9.5 Szeminárium/ Labor	Gyakorlati kérdések megoldása az elméleti eredmények alapján	Írásbeli vizsgák a félév során	50%
9.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
Az előadáson és szemináriumon való aktív részvétel.			

## 10. SDG-ikonok (Fenntartható fejlődési célok/ Sustainable Development Goals)<sup>6</sup>

	<input type="radio"/>	<b>A fenntartható fejlődés általános ikonja</b>						
								
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

<sup>4</sup> Az értékelési kritériumoknak közvetlenül tükrözniük kell a tanulmányi program és a tantárgy szintjén kitűzött képzési eredményeket. Pontosabban, a várható képzési eredményeknél felsorolt eredményeket értékelik.

<sup>5</sup> Javasolt mind a végső kiértékelési módszerek, mind a folyamatos kiértékelési stratégia meghatározása.

<sup>6</sup> Válasszon ki egyetlen olyan ikont, amely az *Egyetemi folyamatban történő alkalmazására vonatkozó eljárás* szerint legjobban illeszkedik az adott tantárgyhoz. Ha a tantárgy általánosságban foglalkozik a fenntartható fejlődéssel (pl. bemutatja/bevezeti a fenntartható fejlődés általános kereteit stb.), akkor a Fenntartható Fejlődés általános ikonja rendelhető hozzá. Ha egyetlen ikon sem vonatkozik a tantárgyra, válassza az utolsó opciót: „Nem alkalmazható”.

								Nem alkalmazható
								

Kitöltés időpontja:


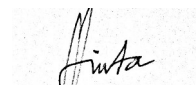
2025. május 08.

Előadás felelőse:

Dr. Finta Zoltán egyet. docens

Szeminárium felelőse:

Dr. Finta Zoltán egyet. docens

Az intézeti jóváhagyás dátuma:

2025. május 29.

Intézetigazgató:

Dr. András Szilárd-Károly egyet. docens