

FIȘA DISCIPLINEI

Capitole speciale de mecanica fluidelor / Special topics in fluid mechanics

Anul universitar 2026-2027

1. Date despre program

1.1. Instituția de învățământ superior	Universitatea Babeș-Bolyai
1.2. Facultatea	Matematică și Informatică
1.3. Școala doctorală	Matematică și Informatică
1.4. Domeniul de studii	Matematică
1.5. Ciclul de studii	Doctorat

2. Date despre disciplină

2.1. Denumirea disciplinei	Capitole speciale de mecanica fluidelor / Special topics in fluid mechanics			Codul disciplinei	MDE3141
2.2. Titularul activităților de curs	Prof. univ. dr. Mirela Kohr				
2.3. Titularul activităților de seminar	Prof. univ. dr. Mirela Kohr				
2.4. Anul de studiu	1	2.5. Semestrul	1	2.6. Tipul de evaluare	Examen
2.7. Regimul disciplinei	Opțional	2.8. Tipul disciplinei		Disciplină de specializare (DS)	

3. Timpul total estimat (ore pe semestru al activităților didactice)

3.1. Număr de ore pe săptămână	3	din care: 3.2. curs	2	3.3. seminar/ laborator/ proiect	1
3.4. Total ore din planul de învățământ	36	din care: 3.5. curs	24	3.6 seminar/laborator	12
Distribuția fondului de timp pentru studiul individual (SI) și activități de autoinstruire (AI)					ore
Studiul după manual, suport de curs, bibliografie și notițe (AI)					40
Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate și pe teren					40
Pregătire seminare/ laboratoare/ proiecte, teme, referate, portofolii și eseuri					44
Tutoriat (consiliere profesională)					50
Examinări					40
Alte activități					-
3.7. Total ore studiu individual (SI) și activități de autoinstruire (AI)				214	
3.8. Total ore pe semestru				250	
3.9. Numărul de credite				10	

4. Precondiții (acolo unde este cazul)

4.1. de curriculum	Cunoaștere aprofundată a următoarelor discipline: • Mecanică teoretică; • Ecuații cu derivate parțiale; • Analiză reală; • Analiza funcțională; • Analiză numerică.
4.2. de competențe	Sunt utile competențe de raționamente logice și de utilizare a cunoștințelor de curriculum precizate mai sus

5. Condiții (acolo unde este cazul)

5.1. de desfășurare a cursului	Sală de curs dotată cu tablă, videoproiector
5.2. de desfășurare a seminarului/ laboratorului	Sală de curs dotată cu tablă, videoproiector

6. Rezultatele învățării specifice disciplinei

Cunoștințe
1. Studentul doctorand absolvent cunoaște, înțelege și utilizează concepte, rezultate individuale și metode matematice avansate în domeniul teoriei matematice a Mecanicii Fluidelor și al domeniilor matematice conexe, având capacitatea de a le gestiona și comunica.
2. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a dezvolta și utiliza abilități eficiente de cercetare, de a formula probleme noi, selectând metodologii adecvate de studiu, de a iniția noi cercetări matematice în teme de matematică avansată ale Mecanicii Fluidelor, precum și în alte domenii conexe ale Matematicii, de a pregăti rapoarte și lucrări științifice.
3. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a modela și analiza din punct de vedere matematic procese și fenomene reale din alte științe, fizică, medicină, inginerie și informatică.
4. Studentul doctorand absolvent are capacitățile avansate de a dezvolta și gestiona proiecte de cercetare în domenii ale matematicii, aplicând o gamă largă de metode cantitative și calitative.
5. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a realiza analize riguroase ale literaturii de specialitate, de a evalua critic publicațiile științifice și de a identifica direcții de cercetare inovatoare.
6. Studentul doctorand absolvent are competențe în pregătirea publicațiilor științifice conform standardelor internaționale, să prezinte rezultatele obținute la conferințe de specialitate și să comunice eficient rezultatele cercetării către comunitatea științifică.
7. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a integra concepte și metodologii din domenii conexe (fizică, chimie, biologie, inginerie, informatică) pentru a aborda probleme științifice complexe.
Aptitudini
1. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a identifica și enunța probleme semnificative care pot sta la baza cercetărilor ulterioare.
2. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a utiliza limbajul științific și de a efectua cercetări în matematică.
3. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de autoperfecționare și studiu continuu.
4. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a se informa, de a lucra independent sau în echipă pentru a realiza studii și a rezolva probleme complexe.
5. Aplicarea regulilor de muncă riguroasă și eficientă, manifestarea unor atitudini responsabile față de domeniul științific și didactic, pentru valorificarea optimă și creativă a propriului potențial în situații specifice, cu respectarea principiilor și a normelor de etică profesională.
6. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a se adapta și integra în medii diferite, educaționale și de cercetare.
7. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a se adapta cerințelor unei societăți dinamice și de a comunica eficient într-o limbă de circulație internațională.
Responsabilitate și autonomie
1. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a se informa, de a lucra independent sau în echipă pentru a realiza studii și a rezolva probleme complexe.
2. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de investigare critică a literaturii de specialitate.
3. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a utiliza baze de date internaționale ale cercetării academice.

7. Conținuturi

7.1 Curs	Metode de predare - învățare	Observații ¹
1. Spații fundamentale ale teoriei distribuțiilor. Distribuții.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	
2. Spații Sobolev în $\mathbf{R}^n$. Spații Sobolev pe domenii Lipschitz din $\mathbf{R}^n$ și pe frontiere Lipschitz. Dualul unui spațiu Sobolev. Teorema de scufundare continuă a lui Sobolev și teorema de scufundare compactă a lui Rellich-Kondrachov.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	

¹ De exemplu aspecte organizatorice, recomandări pentru studenți, aspecte specifice legate de curs/seminar cum ar fi invitarea unor practicieni în domeniu etc.

3. Noțiuni fundamentale din cinematica fluidelor.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	
4. Dinamica fluidelor: Principiul conservării masei. Ecuația de continuitate.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	
5. Dinamica fluidelor: Tensorul tensiune Cauchy. Ecuația lui Cauchy.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	
6. Ecuația constitutivă a fluidului ideal și ecuația lui Euler. Ecuația constitutivă a fluidului vâcos Newtonian și ecuațiile Navier-Stokes. Forme speciale ale ecuațiilor Navier-Stokes. Proprietăți fundamentale ale sistemului Stokes.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	
7. Metodă variațională pentru soluția slabă a problemei Stokes în domenii Lipschitz mărginite cu condiții Dirichlet pe frontieră.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	
8. Soluția fundamentală a sistemului Stokes în $\mathbf{R}^n$. Aplicații.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	
9. Teoria potențialului pentru sistemul Stokes. Operatori mărginiți, operatori compacți și operatori Fredholm în spații Banach. Potențiale de strat pentru sistemul Stokes și proprietățile lor în spații Sobolev.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	
10. Rezultate de existență și unicitate în spații Sobolev pentru probleme cu valori pe frontieră pentru sistemul Stokes în domenii Lipschitz mărginite din $\mathbf{R}^n$. Existență și unicitate în spații Sobolev pentru problema Dirichlet pentru sistemul Navier-Stokes domenii Lipschitz mărginite din $\mathbf{R}^3$. Procedee variaționale și de teoria potențialului.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	
11. Rezultate de existență și unicitate în spații Sobolev ponderate pentru problema Dirichlet exterioară pentru sistemul Stokes în $\mathbf{R}^n$. Rezultate de existență în spații Sobolev ponderate pentru problema Dirichlet exterioară pentru sistemul Navier-Stokes în $\mathbf{R}^3$. Procedee variaționale și de teoria potențialului.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	
12. Potențiale de strat pentru sisteme de tip Stokes cu coeficienți variabili pe domenii din $\mathbf{R}^n$ sau de pe varietăți cu geometrie mărginită. Probleme la limită în spații Sobolev pentru sisteme de tip Stokes și Navier-Stokes cu coeficienți variabili pe domenii Lipschitz din $\mathbf{R}^n$ sau de pe varietăți cu geometrie mărginită. Procedee variaționale și de teoria potențialului. Aplicații privind mișcări fluide vâscoase în medii poroase. Direcții noi de cercetare.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	

Bibliografie

1. Kohr, M., Mikhailov, S.E., Nistor, V., Wendland, W.L., *Stationary Stokes and Navier-Stokes Equations with Variable Coefficients - Integral Operators and Variational Approaches*, vol. 2380 of Lecture Notes in Mathematics, Springer, Cham, 2026.
2. Kohr, M., Pop, I., *Viscous Incompressible Flow for Low Reynolds Numbers*, WIT Press (Wessex Institute of Technology Press), Southampton (UK) – Boston, 2004.
3. Kohr, M., *Modern Problems in Viscous Fluid Mechanics*, Cluj University Press, Cluj-Napoca, 2 vols. 2000 (in Romanian).
4. Kohr, M., *Special Topics of Mechanics*, Cluj University Press, Cluj-Napoca, 2005 (in Romanian).

5. Kohr, M., Nistor, V., Wendland, W.L., *The Stokes operator on manifolds with cylindrical ends*, Journal of Differential Equations, **407** (204), 345-373.
6. Truesdell, C., Rajagopal, K.R., *An Introduction to the Mechanics of Fluids*, Birkhäuser, Basel, 2000.
7. Boyer, F., Fabrie, P., *Mathematical Tools for the Study of the Incompressible Navier-Stokes Equations and Related Models*, Springer, New York, 2013.
8. Galdi, G.P., *An Introduction to the Mathematical Theory of the Navier-Stokes Equations*, 2nd Edition, Springer, Berlin, 2011.
9. Adams, R. Fournier, J., *Sobolev Spaces*, 2nd Edition, Pure and Applied Mathematics, vol. 140, Elsevier/Academic Press, Amsterdam, 2003.
10. Agranovich, M.S., *Sobolev Spaces, Their Generalizations, and Elliptic Problems in Smooth and Lipschitz Domains*, Springer, Heidelberg, 2015.
11. Hsiao, G.C., Wendland W.L., *Boundary Integral Equations*, Springer-Verlag, Heidelberg, 1st Edition 2008, 2nd Edition 2021.
12. Mitrea, M. Wright, M., *Boundary value problems for the Stokes system in arbitrary Lipschitz domains*, Astérisque, France, 344 (2012): viii+241 pp.
13. Temam, R., *Navier-Stokes Equations. Theory and Numerical Analysis*, AMS Chelsea Edition, 2001.
14. Sayas, F-J., Brown, T.S., Hassell, M.E., *Variational Techniques for Elliptic Partial Differential Equations: Theoretical Tools and Advanced Applications*, CRC Press, Boca Raton, FL, 2019.
15. Rieutord, M., *Fluid Dynamics. An Introduction*, Springer Cham Heidelberg, 2015.

7.2 Seminar	Metode de predare - învățare	Observații
1. Spațiile fundamentale ale teoriei distribuțiilor. Distribuții.	Rezolvare de probleme și dezbaterile soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	
2. Spații Sobolev în $\mathbf{R}^n$. Spații Sobolev pe domenii Lipschitz din $\mathbf{R}^n$ și pe frontiere Lipschitz. Operatori de restricție și de derivare conormală la frontieră.	Rezolvare de probleme și dezbaterile soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	
3. Operatori diferențiali. Derivate materiale. Teorema de transport a lui Reynolds. Aplicații. Tensori cartezieni de ordinal doi în $\mathbf{R}^n$.	Rezolvare de probleme și dezbaterile soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	
4. Teorema fundamentală a lui Cauchy pentru tensorul tensiune Cauchy. Proprietatea de simetrie a tensorului tensiune Cauchy.	Rezolvare de probleme și dezbaterile soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	
5. Modelul matematic al fluidului incompresibil. Teorema lui Killing. Aplicații.	Rezolvare de probleme și dezbaterile soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	
6. Metodă variațională pentru soluția slabă a sistemului Stokes într-un domeniu Lipschitz mărginit cu o condiție Dirichlet omogenă pe frontieră.	Rezolvare de probleme și dezbaterile soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	
7. Problema Dirichlet pentru sistemul Stokes în domenii Lipschitz exterioare din $\mathbf{R}^n$. Rezultate de existență și unicitate și aplicații.	Rezolvare de probleme și dezbaterile soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi..	
8. Soluția fundamentală a sistemului Stokes în $\mathbf{R}^n$. Potențiale de strat pentru sistemul Stokes și proprietățile lor în spații Sobolev. Aplicații.	Rezolvare de probleme și dezbaterile soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	
9. Rezultate de existență și unicitate în spații Sobolev pentru probleme cu valori pe frontieră pentru sistemul Stokes în domenii Lipschitz mărginite din $\mathbf{R}^n$.	Rezolvare de probleme și dezbaterile soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	

Procedeu de teoria potențialului. Aplicații și rezultate numerice.		
10. Probleme cu valori pe frontieră pentru sistemul Navier-Stokes domenii Lipschitz mărginite din $\mathbf{R}^3$. Probleme Dirichlet exterioare pentru sistemele Stokes și Navier-Stokes în $\mathbf{R}^3$, cu date în spații Sobolev ponderate. Aplicații și rezultate numerice.	Rezolvare de probleme și dezbateră soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	
11. Probleme cu valori pe frontieră pentru sisteme Stokes și Navier-Stokes cu coeficienți variabili pe domenii Lipschitz. Procedeu variațional și de teoria potențialului (I).	Rezolvare de probleme și dezbateră soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	
12. Probleme cu valori pe frontieră pentru sisteme Stokes și Navier-Stokes cu coeficienți variabili pe domenii Lipschitz. Procedeu variațional și de teoria potențialului (I). Aplicații privind mișcări fluide vâscoase în medii poroase. Direcții de cercetare.	Rezolvare de probleme și dezbateră soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	

Bibliografie

- Kohr, M., Mikhailov, S.E., Nistor, V., Wendland, W.L., *Stationary Stokes and Navier-Stokes Equations with Variable Coefficients - Integral Operators and Variational Approaches*, vol. 2380 of Lecture Notes in Mathematics, Springer, Cham, 2026.
- Kohr, M., Pop, I., *Viscous Incompressible Flow for Low Reynolds Numbers*, WIT Press (Wessex Institute of Technology Press), Southampton (UK) – Boston, 2004.
- Kohr, M., *Modern Problems in Viscous Fluid Mechanics*, Cluj University Press, Cluj-Napoca, 2 vols. 2000 (in Romanian).
- Kohr, M., Mikhailov, S.E., Wendland, W.L., *Non-homogeneous Dirichlet-transmission problems for the anisotropic Stokes and Navier-Stokes systems in Lipschitz domains with transversal interfaces*, Calculus of Variations and Partial Differential Equations, 61:198 (2022), 47 pp.
- Truesdell, C., Rajagopal, K.R., *An Introduction to the Mechanics of Fluids*, Birkhäuser, Basel, 2000.
- Kiselev, S.P., Vorozhtsov, E.V., Fomin, V.M., *Foundations of Fluid Mechanics with Applications. Problem Solving Using Mathematica*, Birkhäuser, Boston, 1999.
- Hsiao, G.C., Wendland W.L., *Boundary Integral Equations*, Springer-Verlag, Heidelberg, 1st Edition 2008, 2nd Edition 2021.
- Mitrea, M. Wright, M., *Boundary value problems for the Stokes system in arbitrary Lipschitz domains*, Astérisque, France, 344 (2012): viii+241 pp.
- Precup, R., *Linear and Semilinear Partial Differential Equations*. De Gruyter, Berlin, 2013.
- Galdi, G.P., *An Introduction to the Mathematical Theory of the Navier–Stokes Equations*, 2nd Edition. Springer, Berlin, 2011.
- Boyer, F., Fabrie, P., *Mathematical Tools for the Study of the Incompressible Navier-Stokes Equations and Related Models*, Springer, New York, 2013.
- McLean, W., *Strongly Elliptic Systems and Boundary Integral Equations*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2000.
- Wloka, J. T., Rowley, B., Lawruk, B., *Boundary Value Problems for Elliptic Systems*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995. 1986.

8. Evaluare

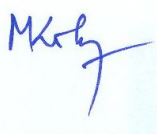
Tip activitate	8.1 Criterii de evaluare ²	8.2 Metode de evaluare ³	8.3 Pondere din nota finală
8.4 Curs	Cunoașterea noțiunilor și a rezultatelor de bază.	Examen scris	60%
	Posibilitatea de a justifica prin demonstrație rezultatele teoretice.		
8.5 Seminar	Capacitatea de a aplica rezultatele dobândite la curs la modelarea matematică și analiza problemelor actuale de cercetare în matematica pură și aplicată	Evaluarea activității studenților doctoranzi din timpul semestrului.	40%
8.6 Standard minim de promovare			
Capacitatea de a aplica conceptele și rezultatele dobândite în cadrul cursului pentru a studia problemele speciale din analiza complexă.			

9. Etichete ODD (Obiective de Dezvoltare Durabilă / Sustainable Development Goals)⁴

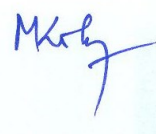
		Eticheta generală pentru Dezvoltare durabilă						
								
								
								Nu se aplică nici o etichetă
								

Data completării:
11.02.2026

Semnătura titularului de curs
Prof. dr. Mirela Kohr



Semnătura titularului de seminar
Prof. dr. Mirela Kohr



Data avizării în
departament:

Semnătura directorului de departament

² Criteriile de evaluare trebuie să reflecte direct rezultatele învățării vizate la nivel de program de studii, respectiv la nivel de disciplină. Mai concret, se evaluează achizițiile de învățare menționate în rezultatele anticipate ale învățării.

³ Se recomandă stabilirea atât a metodelor de evaluare finală, cât și a strategiei de evaluare pe parcurs.

⁴ Selectați o singură etichetă, cea care, în conformitate cu [Procedura de aplicare a etichetelor ODD în procesul academic](#), se potrivește cel mai bine disciplinei. Dacă disciplina tratează tema dezvoltării durabile la modul general (de ex. prin prezentarea/introducerea cadrului general al dezvoltării durabile etc.) atunci se poate alocă eticheta generală de Dezvoltare Durabilă. Dacă niciuna dintre etichete nu descrie disciplina, selectați ultima opțiune: „Nu se aplică nici o etichetă”.