

FIȘA DISCIPLINEI

Capitole speciale de analiză complexă (Special Topics in Complex Analysis)

Anul universitar 2026-2027

1. Date despre program

1.1. Instituția de învățământ superior	Universitatea Babeș-Bolyai
1.2. Facultatea	Matematică și Informatică
1.3. Școala doctorală	Matematică și Informatică
1.4. Domeniul de studii	Matematică
1.5. Ciclul de studii	Doctorat

2. Date despre disciplină

2.1. Denumirea disciplinei	Capitole speciale de analiză complexă / Special topics in complex analysis			Codul disciplinei	MDE3139
2.2. Titularul activităților de curs	Prof. univ. dr. Mirela Kohr				
2.3. Titularul activităților de seminar	Prof. univ. dr. Mirela Kohr				
2.4. Anul de studiu	1	2.5. Semestrul	1	2.6. Tipul de evaluare	Examen
2.7. Regimul disciplinei	Opțional	2.8. Tipul disciplinei		Disciplină de specializare (DS)	

3. Timpul total estimat (ore pe semestru al activităților didactice)

3.1. Număr de ore pe săptămână	3	din care: 3.2. curs	2	3.3. seminar/ laborator/ proiect	1
3.4. Total ore din planul de învățământ	36	din care: 3.5. curs	24	3.6 seminar/laborator	12
Distribuția fondului de timp pentru studiul individual (SI) și activități de autoinstruire (AI)					ore
Studiul după manual, suport de curs, bibliografie și notițe (AI)					40
Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate și pe teren					40
Pregătire seminare/ laboratoare/ proiecte, teme, referate, portofolii și eseuri					44
Tutoriat (consiliere profesională)					50
Examinări					40
Alte activități					-
3.7. Total ore studiu individual (SI) și activități de autoinstruire (AI)				214	
3.8. Total ore pe semestru				250	
3.9. Numărul de credite				10	

4. Precondiții (acolo unde este cazul)

4.1. de curriculum	Cunoaștere aprofundată a următoarelor discipline: • Analiză complexă; • Analiză reală; • Topologie; • Ecuații diferențiale.
4.2. de competențe	Sunt utile competențe de raționamente logice și de utilizare a cunoștințelor de curriculum precizate mai sus

5. Condiții (acolo unde este cazul)

5.1. de desfășurare a cursului	Sală de curs dotată cu tablă, videoproiector
5.2. de desfășurare a seminarului/ laboratorului	Sală de curs dotată cu tablă, videoproiector

6. Rezultatele învățării specifice disciplinei

Cunoștințe
1. Studentul absolvent al studiilor doctorale cunoaște, înțelege și utilizează concepte, rezultate individuale și teorii matematice avansate în domeniul Analizei Complexe și al domeniilor matematice conexe, având capacitatea de a le gestiona și comunica.
2. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a dezvolta și utiliza abilități eficiente de cercetare, de a formula probleme noi, selectând metodologii adecvate de studiu, de a iniția noi cercetări matematice în domenii avansate ale Analizei Complexe, precum și în alte domenii conexe ale Matematicii, de a pregăti rapoarte și lucrări științifice.
3. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a modela și analiza din punct de vedere matematic procese și fenomene reale din alte științe, fizică, medicină, inginerie și informatică.
4. Studentul doctorand absolvent are capacitatea și abilitățile avansate de a dezvolta și gestiona proiecte de cercetare în domeniul matematicii, aplicând o gamă largă de metode cantitative și calitative.
5. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a realiza analize riguroase ale literaturii de specialitate, de a evalua critic publicațiile științifice și de a identifica direcții de cercetare inovatoare.
6. Studentul doctorand absolvent are competențe în pregătirea publicațiilor științifice conform standardelor internaționale, să prezinte rezultatele obținute la conferințe de specialitate și să comunice eficient rezultatele cercetării către comunitatea științifică.
7. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a integra concepte și metodologii din domenii conexe (fizică, chimie, biologie, inginerie, informatică) pentru a aborda probleme științifice complexe.
Aptitudini
1. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a identifica și enunța probleme semnificative care pot sta la baza cercetărilor ulterioare.
2. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a utiliza limbajul științific și de a efectua cercetări în matematică.
3. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de autoperfecționare și studiu continuu.
4. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a se informa, de a lucra independent sau în echipă pentru a realiza studii și a rezolva probleme complexe.
5. Aplicarea unor reguli de muncă organizate și eficiente, o atitudine responsabilă față de domeniul didactico-științific, pentru a aduce valoare creativă propriului potențial, respectând principiile de etică profesională.
6. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a se adapta și integra în medii diferite, educaționale și de cercetare.
7. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a se adapta cerințelor unei societăți dinamice și de a comunica eficient într-o limbă de circulație internațională.
Responsabilitate și autonomie
1. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a se informa, de a lucra independent sau în echipă pentru a realiza studii și a rezolva probleme complexe.
2. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de investigare critică a literaturii de specialitate.
3. Studentul doctorand absolvent are capacitatea de a utiliza baze de date internaționale ale cercetării academice.

7. Conținuturi

7.1 Curs	Metode de predare - învățare	Observații ¹
Partea I		
1. Ramuri uniforme. Index. Proprietăți generale. Formulele lui Cauchy pentru contururi.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	
2. Teorema lui Cauchy relativă zerourilor și polii funcțiilor meromorfe. Principiul variației argumentului. Teorema lui Rouché. Teorema de invarianță a domeniului și teorema lui Hurwitz. Aplicații.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	

¹ De exemplu aspecte organizatorice, recomandări pentru studenți, aspecte specifice legate de curs/seminar cum ar fi invitarea unor practicieni în domeniu etc.

3. Spațiul Fréchet $H(\Omega)$. Familii de funcții olomorfe. Teoremele lui Montel și Vitali. Probleme extremale submulțimi compacte din $H(\Omega)$.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	
4. Transformări conforme. Automorfismele discului unitate și ale semi-spațiului superior. din planul complex. Automorfismele planului complex.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	
5. Teorema lui Riemann de reprezentare conformă. Extensie la frontieră.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	
6. Funcții univalente. Proprietăți generale. Familia S . Condiții necesare și suficiente de univalență pe discul unitate al planului complex.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	
Partea a II-a	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	
7. Introducere în teoria funcțiilor de mai multe variabile complexe. Funcții olomorfe în $\mathbb{C}^n$. Ecuațiile Cauchy –Riemann generalizate. Reprezentarea integrală a funcțiilor olomorfe pe polidisc. Șiruri și serii de funcții olomorfe în $\mathbb{C}^n$.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	
8. Mulțimi de unicitate pentru funcții olomorfe în $\mathbb{C}^n$. Teoremele lui Montel și Vial. Aplicații olomorfe. Domenii Fatou-Bieberbach. Teorema lui Poincaré.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	
9. Teoremele de unicitate ale lui Cartan. Automorfismele bilei unitate euclidiene și ale polidiscului unitate în $\mathbb{C}^n$.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	
10. Familia Carathéodory M de funcții olomorfe pe bila unitate din $\mathbb{C}^n$. Compactitatea familiei M . Funcții stelate și convexe pe bila unitate din $\mathbb{C}^n$. Condiții necesare și suficiente de stelaritate și convexitate.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	
11. Lanțuri Loewner, aplicații de tranziție, câmpuri vectoriale Herglotz și ecuația diferențială Loewner în $\mathbb{C}^n$. Soluții ale ecuației diferențiale Loewner pe bila unitate din $\mathbb{C}^n$.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	
12. Familia $S^0(B^n)$ a aplicațiilor biolomorfe cu reprezentare parametrică pe bila unitate din $\mathbb{C}^n$. Caracterizări în termeni de lanțuri Loewner. Compactitatea familiei $S^0(B^n)$. Probleme deschise și direcții noi de cercetare.	Prelegerea, modelarea, demonstrația, conversația. Prezentarea de exemple și explicații alternative.	

Bibliografie

1. I. Graham, G. Kohr, *Geometric Function Theory in One and Higher Dimensions*, Marcel Dekker Inc., New York, 2003.
2. G. Kohr, *Basic Topics in Holomorphic Functions of Several Complex Variables*, Cluj University Press, Cluj-Napoca, 2003.
3. G. Kohr, P.T. Mocanu, *Special Topics of Complex Analysis*, Cluj University Press, Cluj-Napoca, 2005 (in Romanian).
4. P. Hamburg, P.T. Mocanu, N. Negoescu, *Mathematical Analysis (Complex Functions)*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982 (in Romanian).
5. C.A. Berenstein, R. Gay, *Complex Variables: An Introduction*, Springer-Verlag New York Inc., 1991.
6. Conway, J.B., *Functions of One Complex Variable*, vol. I, Graduate Texts in Mathematics, Springer Verlag, New York, 1978 (Second Edition).
7. P. Duren, *Univalent Functions*, Springer-Verlag, New York, 1983.
8. Ch. Pommerenke, *Univalent Functions*, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 1975.
9. P. Duren, I. Graham, H. Hamada, G. Kohr, *Solutions for the generalized Loewner differential equation in several complex*

variables, Mathematische Annalen, **347** (2010), 411-435.

10. I. Graham, H. Hamada, G. Kohr, M. Kohr, *Extremal properties associated with univalent subordination chains in $\mathbb{C}^n$* , Mathematische Annalen, **359** (2014), 61-99.
11. K. Güerlebeck, K. Habetha, W. Sprößig, *Holomorphic Functions in the Plane and n-Dimensional Space*, Birkhäuser, Basel-Boston-Berlin, 2008.
12. R.C. Gunning, *Introduction to Holomorphic Functions of Several Variables*, vol. I. *Function Theory*, Wadsworth & Brooks/Cole, Monterey, CA, 1990.
13. S.G. Krantz, *Function Theory of Several Complex Variables*, Reprint of the 1992 Edition, AMS Chelsea Publishing, Providence, Rhode Island, 2001.
14. M. Range, *Holomorphic Functions and Integral Representations in Several Complex Variables* Springer-Verlag, New York, 1986.
15. W. Rudin, *Function Theory in the Unit Ball of $\mathbb{C}^n$* , Springer-Verlag, New York, 1980.

7.2 Seminar	Metode de predare - învățare	Observații
Partea I		
1. Aplicații ale teoremei reziduurilor la calculul unor integrale reale.	Rezolvare de probleme și dezbateri soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	
2. Aplicații ale principiului variației argumentului și ale Teoremei lui Rouché.	Rezolvare de probleme și dezbateri soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	
3. Exemple de familii compacte de funcții olomorfe. Probleme extremale pe submulțimi compacte din $H(\Omega)$.	Rezolvare de probleme și dezbateri soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	
4. Aplicații ale teoremei de reprezentare conformă a lui Riemann. Reprezentări conforme ale unor domenii simplu conexe speciale din $\mathbb{C}$.	Rezolvare de probleme și dezbateri soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	
5. Condiții necesare și suficiente de univalență pentru funcții olomorfe pe discul unitate din planul complex.	Rezolvare de probleme și dezbateri soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	
6. Familia S a funcțiilor normate și univalente pe discul unitate din planul complex. Proprietăți și exemple de funcții din S .	Rezolvare de probleme și dezbateri soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	
Part a II-a		
7. Aplicații ale formulelor de reprezentare integrală ale lui Cauchy pe polidiscul unitate din $\mathbb{C}^n$. Aplicații ale teoremei maximului modulului și ale lemei lui Schwarz pentru funcții olomorfe de mai multe variabile complexe.	Rezolvare de probleme și dezbateri soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	
8. Funcții pluriarmonice și funcții plurisubarmonice. Exemple.	Rezolvare de probleme și dezbateri soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	
9. Condiții suficiente de univalență pentru aplicații biolomorfe pe bila unitate din $\mathbb{C}^n$. Exemple de aplicații local biolomorfe. Exemple de aplicații univalente. Exemple de automorfisme biolomorfe ale spațiului n -dimensional complex $\mathbb{C}^n$. Domenii Fatou-Bieberbach și domenii Runge în $\mathbb{C}^n$.	Rezolvare de probleme și dezbateri soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	

10. Familia Carathéodory M de funcții olomorfe pe bila unitate din $\mathbb{C}^n$. Funcții stelate și funcții convexe pe bila unitate din $\mathbb{C}^n$.	Rezolvare de probleme și dezbateră soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	
11. Ecuația diferențială Loewner generalizată în $\mathbb{C}^n$. Soluții ale ecuației diferențiale Loewner generalizate în $\mathbb{C}^n$.	Rezolvare de probleme și dezbateră soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	
12. Familia $S^0(B^n)$ a aplicațiilor biolomorfe cu reprezentare parametrică pe bila unitate din $\mathbb{C}^n$. Caracterizări în termeni de lanțuri Loewner. Compactitatea familiei $S^0(B^n)$. Probleme extreme și probleme deschise.	Rezolvare de probleme și dezbateră soluțiilor. Exemple, dialog, explicație, răspunsuri directe la întrebările studenților doctoranzi.	

Bibliografie

1. I. Graham, G. Kohr, *Geometric Function Theory in One and Higher Dimensions*, Marcel Dekker Inc., New York, 2003.
2. G. Kohr, *Basic Topics in Holomorphic Functions of Several Complex Variables*, Cluj University Press, Cluj-Napoca, 2003.
3. G. Kohr, P.T. Mocanu, *Special Topics of Complex Analysis*, Cluj University Press, Cluj-Napoca, 2005 (in Romanian).
4. P. Hamburg, P.T. Mocanu, N. Negoescu, *Mathematical Analysis (Complex Functions)*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982 (in Romanian).
5. Bulboacă, T., Joshi, S.B., Goswami, P., *Complex Analysis. Theory and Applications*, de Gruyter, Berlin, Boston, 2019.
6. Conway, J.B., *Functions of One Complex Variable*, vol. I, Graduate Texts in Mathematics, Springer Verlag, New York, 1978 (Second Edition).
7. F. Bracci, I. Graham, H. Hamada, G. Kohr, *Variation of Loewner chains, extreme and support points in the class S^0 in higher dimensions*, Constructive Approximation, **43** (2016), 231-251.
8. P. Duren, I. Graham, H. Hamada, G. Kohr, *Solutions for the generalized Loewner differential equation in several complex variables*, Mathematische Annalen, **347** (2010), 411-435.
9. I. Graham, H. Hamada, G. Kohr, M. Kohr, *Loewner PDE in infinite dimensions*, Computational Methods and Function Theory, **25** (2025), 151-171.
10. K. Güerlebeck, K. Habetha, W. Sprößig, *Holomorphic Functions in the Plane and n-Dimensional Space*, Birkhäuser, Basel-Boston-Berlin, 2008.
11. R.C. Gunning, *Introduction to Holomorphic Functions of Several Variables*, vol.I. *Function Theory*, Wadsworth & Brooks/Cole, Monterey, CA, 1990.
12. S.G. Krantz, *Function Theory of Several Complex Variables*, Reprint of the 1992 Edition, AMS Chelsea Publishing, Providence, Rhode Island, 2001.
13. R. Narasimhan, *Several Complex Variables*, The University of Chicago Press, Chicago, 1971.
14. R. Narasimhan, Y. Nievergelt, *Complex Analysis in One Variable*, Birkhäuser, 2001.
15. M. Range, *Holomorphic Functions and Integral Representations in Several Complex Variables* Springer-Verlag, New York, 1986.

8. Evaluare

Tip activitate	8.1 Criterii de evaluare ²	8.2 Metode de evaluare ³	8.3 Pondere din nota finală
8.4 Curs	Cunoașterea noțiunilor și a rezultatelor de bază.	Examen scris	60%
	Posibilitatea de a justifica prin demonstrație rezultatele teoretice.		
8.5 Seminar	Capacitatea de a aplica rezultatele dobândite la curs la modelarea matematică și analiza problemelor actuale de cercetare în matematica pură și aplicată	Evaluarea activității studenților doctoranzi din timpul semestrului.	40%
8.6 Standard minim de promovare			
Capacitatea de a aplica conceptele și rezultatele dobândite în cadrul cursului pentru a studia problemele speciale din analiza complexă.			

9. Etichete ODD (Obiective de Dezvoltare Durabilă / Sustainable Development Goals)⁴

		Eticheta generală pentru Dezvoltare durabilă						
								
								
								Nu se aplică nici o etichetă
								

Data completării:
11.02.2026

Semnătura titularului de curs
Prof. dr. Mirela Kohr



Semnătura titularului de seminar
Prof. dr. Mirela Kohr



Data avizării în
departament:

Semnătura directorului de departament

² Criteriile de evaluare trebuie să reflecte direct rezultatele învățării vizate la nivel de program de studii, respectiv la nivel de disciplină. Mai concret, se evaluează achizițiile de învățare menționate în rezultatele anticipate ale învățării.

³ Se recomandă stabilirea atât a metodelor de evaluare finală, cât și a strategiei de evaluare pe parcurs.

⁴ Selectați o singură etichetă, cea care, în conformitate cu [Procedura de aplicare a etichetelor ODD în procesul academic](#), se potrivește cel mai bine disciplinei. Dacă disciplina tratează tema dezvoltării durabile la modul general (de ex. prin prezentarea/introducerea cadrului general al dezvoltării durabile etc.) atunci se poate alocă eticheta generală de Dezvoltare Durabilă. Dacă niciuna dintre etichete nu descrie disciplina, selectați ultima opțiune: „Nu se aplică nici o etichetă”.