

FIȘA DISCIPLINEI

Analiză matematică 2 (Calcul diferențial și integral în $\mathbb{R}^n$)

Anul universitar 2025-2026

1. Date despre program

1.1. Instituția de învățământ superior	Universitatea Babeș-Bolyai
1.2. Facultatea	Matematică și Informatică
1.3. Departamentul	Matematică
1.4. Domeniul de studii	Matematică
1.5. Ciclu de studii	Licență
1.6. Programul de studii / Calificarea	Matematică
1.7. Forma de învățământ	cu frecvență

2. Date despre disciplină

2.1. Denumirea disciplinei		Analiză matematică 2 (Calcul diferențial și integral în $\mathbb{R}^n$)				Codul disciplinei	MLR0071
2.2. Titularul activităților de curs			Conf. dr. Trif Tiberiu				
2.3. Titularul activităților de seminar			Conf. dr. Trif Tiberiu				
2.4. Anul de studiu	1	2.5. Semestrul	2	2.6. Tipul de evaluare	E	2.7. Regimul disciplinei	Fundamentală

3. Timpul total estimat (ore pe semestru al activităților didactice)

3.1. Număr de ore pe săptămână	6	din care: 3.2. curs	3	3.3. seminar/ laborator/ proiect	3
3.4. Total ore din planul de învățământ	84	din care: 3.5. curs	42	3.6 seminar/laborator	42
Distribuția fondului de timp pentru studiul individual (SI) și activități de autoinstruire (AI)					ore
Studiul după manual, suport de curs, bibliografie și notițe (AI)					20
Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate și pe teren					10
Pregătire seminare/ laboratoare/ proiecte, teme, referate, portofolii și eseuri					20
Tutoriat (consiliere profesională)					6
Examinări					10
Alte activități					
3.7. Total ore studiu individual (SI) și activități de autoinstruire (AI)				66	
3.8. Total ore pe semestru				150	
3.9. Numărul de credite				6	

4. Precondiții (acolo unde este cazul)

4.1. de curriculum	Analiză matematică 1 (Analiza pe $\mathbb{R}$)
4.2. de competențe	- abilitatea de a face calcule algebrice - operarea cu concepte abstracte și capacitatea de a face deducții logice - abilitatea de a rezolva probleme de matematică pe baza noțiunilor învățate

5. Condiții (acolo unde este cazul)

5.1. de desfășurare a cursului	tabla, creta, videoproiector
5.2. de desfășurare a seminarului/ laboratorului	tabla, creta

6.1. Competențele specifice acumulate¹

Competențe profesionale/esențiale	- C1.1 Identificarea noțiunilor, descrierea teoriilor și utilizarea limbajului specific. - C1.4 Recunoașterea principalelor clase/tipuri de probleme matematice și selectarea metodelor și a tehnicilor adecvate pentru rezolvarea lor. - C2.1 Identificarea noțiunilor de bază utilizate în descrierea unor fenomene și procese - C2.3 Aplicarea metodelor teoretice de analiză adecvate la problematica dată.
Competențe transversale	CT1. Aplicarea regulilor de munca riguroasă și eficientă, manifestarea unor atitudini responsabile față de domeniul științific și didactic, pentru valorificarea optimă și creativă a propriului potențial în situații specifice, cu respectarea principiilor și a normelor de etică profesională.

6.2. Rezultatele învățării

Cunoștințe	Studentul: - a dobândit competențele specifice disciplinelor legate de matematică. - cunoaște noțiuni fundamentale legate de topologia spațiului euclidian $\mathbf{R}^n$, de calculul diferențial al funcțiilor de mai multe variabile, precum și de diferite tipuri de integrale pentru funcții de mai multe variabile (integrale multiple, integrale curbilinii și de suprafață)
Aptitudini	Studentul este capabil să: - construiască argumente matematice clare și bine susținute pentru a explica în scris probleme, subiecte și idei matematice. - demonstreze teoreme utilizând limbajul matematic în cadrul cursurilor teoretice și va putea prezenta aceste rezultate atât oral, cât și în scris.
Responsabilități și autonomie	Studentul are capacitatea de a - explora în mod independent anumite conținuturi matematice, bazându-se pe ideile și instrumentele din însușite deja, pentru a-și extinde cunoașterea. - să extindă în mod independent ideile și argumentele matematice deja însușite, la un subiect matematic care nu a fost studiat anterior.

7. Obiectivele disciplinei (reieșind din grila competențelor acumulate)

7.1 Obiectivul general al disciplinei	Cunoașterea topologiei spațiului euclidian $\mathbf{R}^n$, a calculului diferențial al funcțiilor de mai multe variabile, a funcțiilor cu variație mărginită, precum și a diferitelor tipuri de integrale pentru funcții de mai multe variabile (integrale multiple, integrale curbilinii și de suprafață)
---------------------------------------	---

¹ Se poate opta pentru competențe sau pentru rezultatele învățării, respectiv pentru ambele. În cazul în care se alege o singură variantă, se va șterge tabelul aferent celeilalte opțiuni, iar opțiunea păstrată va fi numerotată cu 6.

7.2 Obiectivele specifice	• Prezentarea noțiunilor fundamentale și a unor rezultate de bază referitoare la topologia spațiului euclidian $\mathbf{R}^n$ • Prezentarea noțiunilor fundamentale și a unor rezultate de bază referitoare la calculul diferențial al funcțiilor de mai multe variabile • Prezentarea funcțiilor cu variație mărginită și a principalelor proprietăți ale acestora • Prezentarea diferitelor tipuri de integrale pentru funcții de mai multe variabile (integrale multiple, integrale curbilini și de suprafață), precum și a metodelor de calcul al acestora
----------------------------------	--

8. Conținuturi

8.1 Curs	Metode de predare	Observații
Săpt.1. Topologie în $\mathbf{R}^n$: spațiul euclidian $\mathbf{R}^n$ (produsul scalar, norma euclidiană, distanța euclidiană), structura topologică a spațiului $\mathbf{R}^n$ (bile, vecinătăți, puncte interioare, exterioare, aderente, frontieră, de acumulare și izolate, mulțimi deschise și mulțimi închise). Șiruri de puncte din $\mathbf{R}^n$: șiruri convergente și șiruri fundamentale, caracterizarea secvențială a punctelor aderente, a punctelor de acumulare și a mulțimilor închise.	prelegerea, demonstrația, exemple	
Săpt. 2. Mulțimi compacte în $\mathbf{R}^n$: definiția noțiunii de mulțime compactă, exemple de mulțimi compacte în $\mathbf{R}^n$, teorema de caracterizare a mulțimilor compacte din $\mathbf{R}^n$. Limite ale funcțiilor vectoriale de variabilă vectorială: definiția limitei, caracterizarea secvențială a limitei, operații cu funcții care au limită.	prelegerea, demonstrația, exemple	
Săpt. 3. Continuitatea funcțiilor vectoriale de variabilă vectorială: definiția continuității într-un punct, caracterizarea secvențială a continuității, operații cu funcții continue, teorema lui Weierstrass. Aplicații liniare și norma acestora.	prelegerea, demonstrația, exemple	
Săpt.4. Calcul diferențial în $\mathbf{R}^n$: derivata unei funcții vectoriale de variabilă reală, teorema de medie pentru funcții vectoriale de variabilă reală. Diferențiabilitatea funcțiilor vectoriale de variabilă vectorială (definiția diferențialei, continuitatea funcțiilor diferențiabile, legătura dintre derivată și diferențială în cazul funcțiilor vectoriale de variabilă reală).	prelegerea, demonstrația, exemple	
Săpt.5. Calcul diferențial în $\mathbf{R}^n$: derivata după o direcție a unei funcții vectoriale de variabilă vectorială și legătura ei cu diferențiala, derivate parțiale și legătura lor cu diferențiala. Operații cu funcții diferențiabile, diferențiabilitatea compusei, diferențiabilitatea inversei.	prelegerea, demonstrația, exemple	
Săpt.6. Calcul diferențial în $\mathbf{R}^n$: teoreme de medie pentru funcții de variabilă vectorială. Funcții de clasă C^1 , difeomorfisme de clasă C^1 . Teorema difeomorfismului local, funcții implicite de clasă C^1 , teorema funcției implicite.	prelegerea, demonstrația, exemple	
Săpt.7. Calcul diferențial în $\mathbf{R}^n$: extreme condiționate, regula multiplicatorilor lui Lagrange, derivate parțiale de ordinul doi, teoremele lui Schwarz și Young referitoare la egalitatea derivatelor mixte, diferențiala a doua. Condiții necesare și condiții suficiente de extrem, derivate parțiale de ordin superior, diferențiale de ordin superior, formula lui Taylor.	prelegerea, demonstrația, exemple	
Săpt.8. Integrala Riemann pe un interval compact în $\mathbf{R}^n$: definiția integralei Riemann pe un interval compact în $\mathbf{R}^n$, criterii de integrabilitate Riemann pe un interval compact în $\mathbf{R}^n$ (criteriile lui Heine, Cauchy și Darboux). Calculul integralelor Riemann pe intervale compacte prin reducere la integrale iterate (teorema lui Fubini).	prelegerea, demonstrația, exemple	
Săpt.9. Integrala Riemann pe mulțimi mărginite din $\mathbf{R}^n$: calculul integralelor Riemann pe mulțimi mărginite din $\mathbf{R}^n$ prin reducere la integrale iterate (teorema lui Fubini). Schimbarea variabilelor în	prelegerea, demonstrația, exemple	

integralele multiple. Aplicații în fizică ale integralei Riemann pe mulțimi mărginite din $\mathbf{R}^n$: centre de greutate și momente de inerție.		
Săpt.10. Funcții vectoriale cu variație mărginită: noțiunea de funcție cu variație mărginită, exemple, proprietăți ale variației totale. aditivitatea variației totale față de interval, teorema de descompunere a lui Jordan, calculul variației totale în cazul funcțiilor de clasă C^1 .	prelegerea, demonstrația, exemple	
Săpt.11. Integrale curbilinii: noțiunea de drum, exemple, drumuri echivalente, noțiunile de curbă și de curbă orientată. Forme diferențiale de gradul întâi. integrala unei forme diferențiale de gradul întâi pe un drum (integrala de al doilea tip de-a lungul unui drum) și semnificația fizică a acesteia.	prelegerea, demonstrația, exemple	
Săpt.12. Integrale curbilinii: formula lui Green, integrarea formelor diferențiale exacte, formula lui Leibniz-Newton, teorema lui Poincaré referitoare la integrarea formelor diferențiale exacte, aplicație la lucrul mecanic în câmpul gravitațional.	prelegerea, demonstrația, exemple	
Săpt. 13. Integrale de suprafață: noțiunea de k -pânză în $\mathbf{R}^n$, exemple, noțiunea de bord al unei pânze de suprafață, exemple, pânze echivalente, noțiunile de suprafață și de suprafață orientată. Forme diferențiale de gradul doi, integrala unei forme diferențiale de gradul doi pe o pânză de suprafață (integrala de al doilea tip pe o pânză de suprafață).	prelegerea, demonstrația, exemple	
Săpt. 14. Formula lui Stokes. Formula lui Gauss-Ostrogradski: noțiunile de k -lanț în $\mathbf{R}^n$ și de bord al unei k -pânze în $\mathbf{R}^n$, exemple, integrala unei forme diferențiale de gradul doi pe un 2-lanț în $\mathbf{R}^3$, formula lui Gauss-Ostrogradski.	prelegerea, demonstrația, exemple	

Bibliografie

1. BALÁZS M., KOLUMBÁN I.: Matematikai analízis, Dacia Könyvkiado, Kolozsvár-Napoca, 1978.
2. BOBOC N.: Analiză matematică. Vol. 2, Editura Universității din București, 1998.
3. BRECKNER W. W.: Analiza matematica. Topologia spatiului $\mathbf{R}^n$. Universitatea din Cluj-Napoca, 1985.
4. BROWDER A.: Mathematical Analysis. An Introduction, Springer-Verlag, New York, 1996.
5. COBZAS ST.: Analiză matematică (Calcul diferențial), Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca, 1997.
6. Colectiv al catedrei de analiză matematică a Universității București: Analiză matematică. Vol. 2, Editura didactică și pedagogică, București, 1980.
7. FINTA Z.: Matematikai Analízis I, II, Kolozsvári Egyetemi Kiadó, Kolozsvár, 2007
8. FITZPATRICK P.M.: Advanced Calculus: Second Edition, AMS, 2006.
9. HEUSER H.: Lehrbuch der Analysis, Teil 1, 11. Auflage, B. G. Teubner, Stuttgart, 1994; Teil 2, 9. Auflage, B. G. Teubner, Stuttgart, 1995.
10. MEGAN M.: Bazele analizei matematice, Vol. I + Vol. II, Editura EUROBIT, Timisoara, 1997. Vol. III, Editura EUROBIT, Timisoara, 1998.
11. NICULESCU C. P.: Calculul integral al funcțiilor de mai multe variabile. Teorie și aplicații. Editura Universitaria, Craiova, 2002.
12. RUDIN W.: Principles of Mathematical Analysis, 2nd Edition, McGraw-Hill, New York, 1964.
13. WALTER W.: Analysis, I, II, Springer-Verlag, Berlin, 1990.

8.2 Seminar / laborator	Metode de predare	Observații
Săpt. 1. Spațiul euclidian $\mathbf{R}^n$: probleme referitoare la spațiul euclidian $\mathbf{R}^n$.	Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare	
Săpt.2. Mulțimi compacte în $\mathbf{R}^n$: probleme referitoare la mulțimi compacte în $\mathbf{R}^n$.	Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare	
Săpt. 3. Limite ale funcțiilor vectoriale de variabilă vectorială, continuitatea funcțiilor vectoriale de variabilă vectorială. Aplicații liniare și norma acestora: calculul normelor unor aplicații liniare concrete.	Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare	
Săpt.4. Derivate după direcții, derivate parțiale și diferențiale: se vor calcula derivatele după direcții, derivatele parțiale și diferențialele unor funcții concrete.	Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare	

Sapt.5. Diferențiale: se va studia diferențiabilitatea unor funcții concrete. Operații cu funcții diferențiabile.	Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare	
Sapt.6. Teoreme de medie pentru funcții de variabilă vectorială. Difeomorfisme și funcții implicite: aplicarea rezultatelor de la curs în situații concrete.	Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare	
Sapt.7. Extreme libere și extreme condiționate, derivate parțiale de ordin superior: determinarea punctelor de extrem local al funcțiilor reale de variabilă vectorială, determinarea derivatelor parțiale de ordin superior.	Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare	
Sapt.8. Calculul unor integrale duble pe dreptunghiuri. Calculul unor integrale triple pe paralelipipede. Integrale duble și triple pe mulțimi simple în raport cu o axă.	Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare	
Sapt.9. Calculul integralelor duble cu ajutorul schimbărilor de variabile (coordonate polare).	Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare	
Sapt.10. Calculul integralelor triple cu ajutorul schimbărilor de variabile (coordonate sferice, coordonate cilindrice).	Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare	
Sapt.11. Probleme referitoare la funcții cu variație mărginită. Integrala de primul tip de-a lungul unui drum: definiție, principalele rezultate teoretice, calculul unor integrale de primul tip de-a lungul unor drumuri.	Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare	
Sapt.12. Integrala de al doilea tip de-a lungul unui drum: calculul integralelor unor forme diferențiale de gradul întâi pe drumuri concrete. Integrarea unor forme diferențiale de gradul întâi exacte. Probleme referitoare la formula lui Green.	Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare	
Săpt. 13. Integrala de primul tip pe o pânză de suprafață: definiție și semnificația fizică a acesteia, calculul unor integrale de primul tip pe pânze de suprafață concrete. Integrala de al doilea tip pe o pânză de suprafață: calculul integralelor unor forme diferențiale de gradul doi pe pânze de suprafață concrete.	Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare	
Săpt. 14. Probleme referitoare la formulele integrale ale lui Stokes și Gauss-Ostrogradski.	Exemple, dialog, explicație, demonstrație, problematizare	
Bibliografie 1. BUCUR G., CÂMPU E., GAINA S.: Culegere de probleme de calcul diferential si integral, Vol. II, Editura Tehnica Bucuresti 1966. Vol. III, Editura Tehnica, Bucuresti, 1967. 2. CĂȚINAȘ D. et al.: Calcul integral. Culegere de probleme pentru seminarii, examene și concursuri. Editura U. T. Pres, Cluj-Napoca, 2000. 3. DE SOUZA P. N., SILVA J.-N.: Berkeley Problems in Mathematics. Springer, 1998. 4. DONCIU N., FLONDOR D.: Analiză matematică. Culegere de problema. Vol. 2, Editura All, București, 1998. 5. KACZOR W. J., NOWAK M. T.: Problems in Mathematical Analysis III: Integration. American Mathematical Society, 2003. 6. KEDLAYA K. S., POONEN B., VAKIL R.: The William Lowell Putnam Mathematical Competition 1985 – 2000. Problems, Solutions, and Commentary. The Mathematical Association of America, 2002. 7. RĂDULESCU S., RĂDULESCU M.: Teoreme și probleme de analiză matematică. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982. 8. TRIF T.: Probleme de calcul diferential si integral în R^n , Universitatea Babes-Bolyai, Cluj-Napoca, 2003.		

9. Coroborarea conținuturilor disciplinei cu așteptările reprezentanților comunității epistemice, asociațiilor profesionale și angajatori reprezentativi din domeniul aferent programului

Tematica acestui curs (topologia spațiului euclidian R^n , calculul diferențial al funcțiilor de mai multe variabile, funcții cu variație mărginită și diferitele tipuri de integrale pentru funcții de mai multe variabile – integrale multiple, integrale curbilinii și de suprafață) este prevăzută în programul de studii al tuturor universităților importante din România și din lume. Ea constituie o parte indispensabilă a pregătirii viitorilor profesori de matematică, a viitorilor cercetători în domeniul matematicii, cât și a celor care activează în alte domenii care aplică nemijlocit metodele matematicii.

10. Evaluare

Tip activitate	10.1 Criterii de evaluare	10.2 Metode de evaluare	10.3 Pondere din nota finală
10.4 Curs	cunoașterea noțiunilor și rezultatelor fundamentale	Lucrare scrisă	90%
10.5 Seminar/laborator	Rezolvarea de probleme pe baza noțiunilor și teoremelor învățate	Rezolvarea la tablă a exercițiilor	10%
10.6 Standard minim de performanță			
Acumularea a 5 puncte la examen (pentru nota finala 5).			

11. Etichete ODD (Obiective de Dezvoltare Durabilă / Sustainable Development Goals)²

	Eticheta generală pentru Dezvoltare durabilă							
								

Data completării:
11.04.2025

Semnătura titularului de curs
Conf. dr. Trif Tiberiu

Semnătura titularului de seminar
Conf. dr. Trif Tiberiu

Data avizării în departament:
25.04.2025

Semnătura directorului de departament
Prof. dr. Andrei Mărcuș

² Păstrați doar etichetele care, în conformitate cu [Procedura de aplicare a etichetelor ODD în procesul academic](#), se potrivesc disciplinei și ștergeți-le pe celelalte, inclusiv eticheta generală pentru *Dezvoltare durabilă* - dacă nu se aplică. Dacă nicio etichetă nu descrie disciplina, ștergeți-le pe toate și scrieți "Nu se aplică".