

A TANTÁRGY ADATLAPJA

Diszkrét Matematika
2025-2026

1. A képzési program adatai

1.1 Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2 Kar	Matematika és Informatika
1.3 Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4 Szakterület	Matematika
1.5 Képzési szint	Mesteri
1.6 Szak / Képesítés	Modern módszerek a matematika tanításában

2. A tantárgy adatai

2.1 A tantárgy neve: (HU)		Diszkrét Matematika					
(RO)		Matematică Discretă					
(EN)		Discrete Mathematics					
2.2 Az előadásért felelős tanár neve			Dr. Lukács Andor egyet. adjunktus				
2.3 A szemináriumért felelős tanár neve			Dr. Lukács Andor egyet. adjunktus				
2.4 Tanulmányi év	2	2.5 Félév	4	2.6. Értékelés módja	Projektbemutató, Írásbeli és szóbeli vizsga	2.7 Tantárgy típusa	Kötelező - Alap
2.8 Tantárgy kódja		MMM3097					

3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszám)

3.1 Heti óraszám	5	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor	1/2
3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám	60	melyből: 3.5 előadás	24	3.6 szeminárium/labor	12/24
A tanulmányi idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					18
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					17
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portofóliók, referátumok, esszék kidolgozása					35
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					16
Vizsgák					4
Más tevékenységek:					
3.7 Egyéni munka össz-óraszám		90			
3.8 A félév össz-óraszám		150			
3.9 Kreditszám		6			

4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1 Tantervi	Középiskolai tananyag, Számelmélet (alapképzésről), Analízis 1 – Hatványsorok (alapképzésről)
4.2 Kompetenciabeli	- Matematikai gondolkodás, gondolatmenetépítés, alap didaktikai készségek - Középhaladó szinten tudjon feladatokat oldani az általános- és középiskolás tananyaggal kapcsolatosan

5. Feltételek (ha vannak)

5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei	Táblával, video projektorral felszerelt tanterem, internet csatlakozás
5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	Táblával, video projektorral felszerelt tanterem, internet csatlakozás

6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

Szakmai kompetenciák	• C 1.1 Fogalmak azonosítása, elméletek leírása és a szaknyelv használata • C 1.2 A matematikai fogalmak helyes magyarázata és értelmezése a szaknyelv felhasználásával • C 1.3 A módszerek és elvek helyes alkalmazása a matematikafeladatok megoldásában • C 1.4 Főbb matematikai problémátípusok felismerése és a megoldásukhoz szükséges módszerek, technikák kiválasztása. • C 2.3 A megfelelő elméleti módszerek alkalmazása a problémák elemzésénél • C 4.2 Matematikai modellek magyarázata és értelmezése • C 5.1 A matematikai bizonyítások megfelelő fogalmainak, módszereinek és technikáinak azonosítása • C 5.2 Matematikai gondolatmenetek alkalmazása matematikai eredmények bizonyítására • C 5.3 Matematikai eredmények igazolására vonatkozó érvelések logikus felépítése és kifejtése, a feltételek és a következtetések világos azonosításával
Transzverzális kompetenciák	• CT 1 A szervezett és hatékony munka szabályainak, a didaktikai-tudományos területhez való felelősségteljes hozzáállás alkalmazása a saját potenciál kreatív értékesítéséhez, a szakmai etika alapelveinek és normáinak tiszteletben tartásával • CT 3 Hatékony módszerek és technikák használata tanulásra, információszerzésre, kutatásra és a tudásszerzési kapacitások fejlesztésére, egy dinamikus társadalom igényeinek való megfelelésre, román és egy nemzetközi nyelven történő kommunikációra

7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	Az általános- és középiskolai diszkrét matematika következetes felépítése, annak a tanításával kapcsolatos módszertani kérdések megválaszolása.
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	• Feladatmegoldási stratégiák vizsgálata diszkrét matematikai versenyfeladatokon keresztül • A gondolatmenetépítést és modellezést igénylő, nem sablonos diszkrét matematikai feladatok megoldásainak megtalálása, ezen feladatok taníthatóságának a vizsgálata és a tanításukkal kapcsolatosan felmerülő problémák áthidalása.

8. Tartalmak

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Kombinatorikus módszerek 1: Skatulyaelv. Invariánsok.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
2. Kombinatorikus módszerek 2: Teljes indukció.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
3. Elemi számlálási technikák 1: Permutációk, variációk, kombinációk és alkalmazásaik.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	

4. Elemi számlálási technikák 2: Ismétléses permutációk, ismétléses variációk, ismétléses kombinációk és alkalmazásaik.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
5. Elemi számlálási technikák 3: Venn-Euler diagramok. Szitaformula.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
6. Elemi számelmélet 1: Oszthatóság. Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös. Prímszámok.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
7. Elemi számelmélet 2: Kongruenciák."Kis" Fermat-tétel. Euler-tétel. Wilson-tétel.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
8. Diofantikus egyenletek 1: Lineáris Diofantikus egyenletek. Pitagoraszai számhármassok. Pell-egyenlet.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
9. Diofantikus egyenletek 2: Faktorizációs és paraméterezési módszerek. Moduláris aritmetika. Végtelen leszállás.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
10. Gráfelmélet 1: Alapfogalmak. Vonalak, körök, utak. Gráfok izomorfijaja.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
11. Gráfelmélet 2: Összefüggőség. Síkgráfok. Gráfok színezése.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
12. Kombinatorikus geometria. Számlálási feladatok a geometriában.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
13. Rekurziók és generátorfüggvények 1: Lineáris rekurziók, Catalan-számok, klasszikus generátorfüggvények és alkalmazásaik.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	
14. Rekurziók és generátorfüggvények 2: Stirling-számok, Bell-számok, exponenciális generátorfüggvények és alkalmazásaik.	Előadás, megbeszélés, problematizálás, bemutatók	

Szakirodalom

1. Aigner M., Ziegler G.M.: Proofs from the book, Springer, 2010.
2. András Sz.: Elementary combinatorial geometry, Editura GIL, 2007.
3. András Szilárd, Panaitopol L., Șerbănescu D.: Probleme de combinatorică, Editura Gil, 2019.
4. Andreescu T., Andrica D., Cucuruzeanu I.: An introduction to diophantine equations, Birkhauser, 2010.
5. Burton D.: Elementary number theory, McGraw-Hill, 2010.
6. Engel A.: Problem solving strategies, Springer, 1999.
7. Graham R., Knuth D., Patashnik O.: Concrete Mathematics, Addison-Wesley, 1994.
8. Herman J., Kucera R., Simsa J.: Counting and configurations, Springer, 2003.
9. Hajnal P.: Elemi kombinatorikai feladatok, Typotex, 1997.
10. Hajnal P.: Gráfelmélet, Typotex, 2003.
11. Lovász L, Pelikán J., Vesztergombi K.: Diszkrét matematika, Typotex, 2010.
12. Róka S.: 2000 feladat az elemi matematika köréből, Typotex, 2010.
13. Wilf H.: Generatingfunctionology, A K Peters, Ltd., 2006.

8.2 Szeminárium	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Kombinatorikus módszerek 1: Skatulyaelv. Invariánsok.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
2. Kombinatorikus módszerek 2: Teljes indukció.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
3. Elemi számlálási technikák 1: Permutációk, variációk, kombinációk és alkalmazásaik.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
4. Elemi számlálási technikák 2: Ismétléses permutációk, ismétléses variációk, ismétléses kombinációk és alkalmazásaik.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
5. Elemi számlálási technikák 3: Venn-Euler diagramok. Szitaformula.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
6. Elemi számelmélet 1: Oszthatóság. Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös. Prímszámok.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
7. Elemi számelmélet 2: Kongruenciák."Kis" Fermat-tétel. Euler-tétel. Wilson-tétel.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
8. Diofantikus egyenletek 1: Lineáris Diofantikus egyenletek. Pitagoraszi számhármassok. Pell-egyenlet.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
9. Diofantikus egyenletek 2: Faktorizációs és paraméterezési módszerek. Moduláris aritmetika. Végtelen leszállás.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	

10. Gráfelmélet 1: Alapfogalmak. Vonalak, körök, utak. Gráfok izomorfiaja.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
11. Gráfelmélet 2: Összefüggőség. Síkgráfok. Gráfok színezése.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
12. Kombinatorikus geometria. Számlálási feladatok a geometriában.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
13. Rekurziók és generátorfüggvények 1: Lineáris rekurziók, Catalan-számok, klasszikus generátorfüggvények és alkalmazásaik.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	
14. Rekurziók és generátorfüggvények 2: Stirling-számok, Bell-számok, exponenciális generátorfüggvények és alkalmazásaik.	Feladatmegoldás, megbeszélés, csoportos és egyéni munka, bemutatók	

Szakirodalom

1. Aigner M., Ziegler G.M.: Proofs from the book, Springer, 2010.
2. András Sz.: Elementary combinatorial geometry, Editura GIL, 2007.
3. András Sz. Ilárd, Panaitopol L., Şerbănescu D.: Probleme de combinatorică, Editura Gil, 2019.
4. Andreescu T., Andrica D., Cucuruzeanu I.: An introduction to diophantine equations, Birkhauser, 2010.
5. Burton D.: Elementary number theory, McGraw-Hill, 2010.
6. Engel A.: Problem solving strategies, Springer, 1999.
7. Graham R., Knuth D., Patashnik O.: Concrete Mathematics, Addison-Wesley, 1994.
8. Herman J., Kucera R., Simsa J.: Counting and configurations, Springer, 2003.
9. Hajnal P.: Elemi kombinatorikai feladatok, Typotex, 1997.
10. Hajnal P.: Gráfelmélet, Typotex, 2003.
11. Lovász L., Pelikán J., Vesztergombi K.: Diszkrét matematika, Typotex, 2010.
12. Róka S.: 2000 feladat az elemi matematika köréből, Typotex, 2010.
13. Wilf H.: Generatingfunctionology, A K Peters, Ltd., 2006.

9. A tárgy tartalmának összhangba hozása az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásaival.

- A tantárgy tartalma összhangban van a világ legjobb egyetemeinek hasonló előadásaival, ugyanakkor különös hangsúlyt fektetünk a pedagógiai aspektusokra, a taníthatóság kérdésére, a tanári módszerek, attitűdök használatára, kialakítására.

10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Alapfogalmak és eredmények pontos ismerete	Írásbeli vizsga és szóbeli vizsga, amennyiben az oktató szükségesnek tartja	60%
10.5 Szeminárium / Labor	Évközi tevékenység	Házi feladatok, táblánál megoldott feladatok, bemutatók	40%
10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
• Az évközi tevékenységeken szükséges az 5-ös jegy ahhoz, hogy vizsgázni lehessen.			

Kitöltés dátuma
2025. április 30.

Előadás felelőse
Dr. Lukács Andor,
egyet. adjunktus

Szeminárium felelőse
Dr. Lukács Andor,
egyet. adjunktus

Az intézeti jóváhagyás dátuma
2025. április 30.

Intézetigazgató
Dr. András Szilárd-Károly,
egyet. docens