

A TANTÁRGY ADATLAPJA

Módszertani észrevételek az elemi analízisben II.

Egyetemi tanév 2025-2026

1. A képzési program adatai

1.1. Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2. Kar	Matematika és Informatika
1.3. Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4. Szakterület	Matematika
1.5. Képzési szint	Mesterképzés
1.6. Tanulmányi program / Képesítés	Modern módszerek a matematika tanításában
1.7. Képzési forma	Nappali tagozat

2. A tantárgy adatai

2.1. A tantárgy neve		Módszertani észrevételek az elemi analízisben II.				A tantárgy kódja		MMM3093		
2.2. Az előadásért felelős tanár neve			Dr. Finta Zoltán egyet. docens							
2.3. A szemináriumért felelős tanár neve			Dr. Finta Zoltán egyet. docens							
2.4. Tanulmányi év		2	2.5. Félév		3	2.6. Értékelés módja		V	2.7. Tantárgy típusa	kötelező- alaptantárgy

3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszám)

3.1. Heti óraszám	3	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor/projekt	1
3.4. Tantervben szereplő összóraszám	42	melyből: 3.5 előadás	28	3.6 szeminárium/labor	14
Az egyéni tanulmányi idő (ET) és az önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					30
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					30
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása					33
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					10
Vizsgák					30
Más tevékenységek:					
3.7. Egyéni tanulmányi idő (ET) és önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő összóraszám					133
3.8. A félév összóraszám					175
3.9. Kreditszám					7

4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1. Tantervi	Matematikai analízis 1
4.2. Kompetenciabeli	Matematikai gondolkodás, modellezés, problémamegoldás

5. Feltételek (ha vannak)

5.1. Az előadás lebonyolításának feltételei	Megfelelő infrastruktúrával ellátott előadóterem
5.2. A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	Megfelelő infrastruktúrával ellátott szeminárium terem

6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák¹

¹ Választhat kompetenciák vagy tanulási eredmények között, illetve választhatja mindkettőt is. Amennyiben csak az egyik lehetőséget választja, a másik lehetőséget el kell távolítani a táblázatból, és a kiválasztott lehetőség a 6. számot kapja.

Szakmai/kulcs-kompetenciák	• C1.1 Fogalmak azonosítása, elméletek leírása és a szaknyelv használata • C1.2 A matematikai fogalmak helyes magyarázata és értelmezése a szaknyelv felhasználásával • C1.3 A módszerek és elvek helyes alkalmazása a matematikafeladatok megoldásában • C1.4 Főbb matematikai problémátípusok felismerése és a megoldásukhoz szükséges módszerek, technikák kiválasztása. • C2.3 A megfelelő elméleti módszerek alkalmazása a problémák elemzésénél • C 5.1 A matematikai bizonyítások megfelelő fogalmainak, módszereinek és technikáinak azonosítása • C 5.2 Matematikai gondolatmenetek alkalmazása matematikai eredmények bizonyítására • C 5.3 Matematikai eredmények igazolására vonatkozó érvelések logikus felépítése és kifejtése, a feltételek és a következtetések világos azonosításával
Transzverzális kompetenciák	• CT1 A szervezett és hatékony munka szabályainak, a didaktikai-tudományos területhez való felelősségteljes hozzáállás alkalmazása a saját potenciál kreatív értékesítéséhez, a szakmai etika alapelveinek és normáinak tiszteletben tartásával • CT3 Hatékony módszerek és technikák használata tanulásra, információszerzésre, kutatásra és a tudásszerzési kapacitások fejlesztésére, egy dinamikus társadalom igényeinek való megfelelésre, román és egy nemzetközi nyelven történő kommunikációra

7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	• Elméleti és alkalmazott matematikai ismeretek megszerzése
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	• A bemutatásra kerülő fontosabb fejezetek a következők: Riemann-integrálható függvények, improprius integrálok, függvénysorozatok.

8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1) Riemann-integrálható függvények: Lebesgue (illetve Jordan) értelemben nullamértékű halmazok, a Riemann-integrálhatóság Lebesgue-kritériuma, következmények	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 319-329] [könyvészet; oldalak]
2) Sajátos függvényosztályok: monoton függvények, páros függvények, páratlan függvények, periódikus függvények, lineáris függvények, primitív függvények	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 117-120, 122-123, 126-128], [6; 62, 66, 67, 72, 82, 84, 149, 162, 163]
3) Az integrálszámítás középértékei: az integrálszámítás első középértéktétele, az Abel-féle transzformáció, az integrálszámítás második középértéktétele	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 330-332]
4) Diszkrét egyenlőtlenségek, integrálegyenlőtlenségek: középarányosak közötti egyenlőtlenség, Bernoulli-egyenlőtlenség, Young-	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 38-41], [7, II; 27], [7, I; 352-356], [7, II; 448]

egyenlőtlenség, Young-egyenlőtlenség, Hölder-egyenlőtlenség, Cauchy-Schwarz-egyenlőtlenség, Minkowski-egyenlőtlenség, Csebisev-egyenlőtlenség; integrálegyenlőtlenségek: Young-egyenlőtlenség, Hölder-egyenlőtlenség, Cauchy-Schwarz-egyenlőtlenség, Minkowski-egyenlőtlenség, Csebisev-egyenlőtlenség, Jensen-egyenlőtlenség, Hadamard-egyenlőtlenség		
5) Numerikus integrálás: Lagrange-féle interpolációs képlet, téglalapformula, trapézformula, Simpson-féle képlet	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 487-498]
6) A Riemann-integrál alkalmazásai: területszámítás, ívhosszszámítás, forgástestek térfogatszámítása, forgástestek felszínszámítása	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 366-378]
7) Improprius integrálok: konvergencia kritériumok, az improprius integrál kapcsolata a számsorokkal	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 379-409]
8) Függvénysorozatok: egyenletes konvergencia, az egyenletes konvergencia Cauchy-féle jellemzése, Dini-tétel, Pólya-tétel	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 410-413, 414-416]; [10; 1.140-1.142, 1.144-1.145]
9) Függvénysorozatok: folytonos függvény approximációja poligonális függvénysorozattal, folytonos függvény approximációja polinomfüggvény sorozattal (Weierstrass első approximációs tétele), Bernstein-féle polinomok	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 414, 419-422]
10) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok feldolgozása	Előadás, bemutatás, szemléltetés	
11) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok feldolgozása	Előadás, bemutatás, szemléltetés	
12) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok feldolgozása	Előadás, bemutatás, szemléltetés	
13) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző	Előadás, bemutatás, szemléltetés	

matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok feldolgozása		
14) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok feldolgozása	Előadás, bemutatás, szemléltetés	
Könyvészet 1) Balázs M.- Hatházi A.: <i>Matematika</i> , Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006. 2) Balázs M.: <i>Matematika analízis</i> , Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006. 3) Crăciun C.V.: <i>Analiză matematică (Materiale pentru perfecționarea profesorilor de liceu)</i> , Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1992. 4) Crăciun C.V.: <i>Contraexemple în analiza matematică</i> , Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1989. 5) Crăciun C.V.: <i>Teoreme de medie din analiza matematică</i> , Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986. 6) Gelbaum B.R. – Olmsted J.M.H.: <i>Contraexemple în analiză</i> , Editura Științifică, București, 1973. 7) Sirețchi Gh.: <i>Calculul diferențial și integral</i> , vol. I-II, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985. 8) Sirețchi Gh.: <i>Calculul diferențial</i> , Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1983. 9) Sirețchi Gh.: <i>Funcții cu proprietatea Darboux</i> , Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986. 10) Rădulescu S. – Rădulescu M.: <i>Teoreme și probleme de analiză matematică</i> , Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.		
8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1) Riemann-integrálható függvények: sorozatokhatárértékének kiszámítása Riemann-integrálok segítségével	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 412-472], [3; 108-118], [4; 49-56]
2) Sajátos függvényosztályok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 155-157, 160-163, 168-170]
3) Az integrálszámítás középértékei: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 412-472], [4; 99-112]
4) Diszkrét egyenlőtlenségek, integrálegyenlőtlenségek: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 412-472]
5) Numerikus integrálás: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 554-559]
6) A Riemann-integrálok alkalmazásai: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 473-484]
7) Improprius integrálok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 485-498]
8) Függvénysorozatok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 499-514], [4; 59-66]
9) Függvénysorozatok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 499-514]
10) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	

feldolgozása		
11) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok feldolgozása	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	
12) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok feldolgozása	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	
13) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok feldolgozása	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	
14) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok feldolgozása	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	
Könyvészet 1) Balázs M.- Hatházi A.: <i>Matematika</i>, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006. 2) Balázs M.: <i>Matematika analízis</i>, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006. 3) Crăciun C.V.: <i>Analiză matematică (Materiale pentru perfecționarea profesorilor de liceu)</i>, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1992. 4) Crăciun C.V.: <i>Contraexemple în analiza matematică</i>, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1989. 5) Crăciun C.V.: <i>Teoreme de medie din analiza matematică</i>, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986. 6) Gelbaum B.R. – Olmsted J.M.H.: <i>Contraexemple în analiză</i>, Editura Științifică, București, 1973. 7) Sirețchi Gh.: <i>Calculul diferențial și integral</i>, vol. I-II, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985. 8) Sirețchi Gh.: <i>Calculul diferențial</i>, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1983. 9) Sirețchi Gh.: <i>Funcții cu proprietatea Darboux</i>, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986. 10) Rădulescu S. – Rădulescu M.: <i>Teoreme și probleme de analiză matematică</i>, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.		

9. Az epiztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásainak összhangba hozása a tantárgy tartalmával.

- A mesterképzésben szereplő *Módszertani észrevételek az elemi analízisben II* tantárgy birtokában az egyetemi hallgató – a várható szakirányokat is figyelembe véve – alkalmas: felelősségteljes állás betöltésére, önálló döntéshozatalra, tevékenysége minőség tudattal történő végzésére; továbbképzések segítségével új kompetenciák elsajátítására.

10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Szummatív (összegező, lezáró) értékelés	Írásbeli vizsga	50%
10.5 Szeminárium / Labor	Szummatív (összegező, lezáró) értékelés	Írásbeli vizsga	50%
10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
Az előadáson és szemináriumon való aktív részvétel.			

11. SDG ikonok (Fenntartható fejlődési célok/ Sustainable Development Goals)²

	
--	--

Kitöltés időpontja:

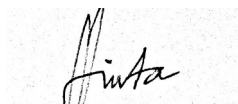
2025. április 30.

Előadás felelőse:

Dr. Finta Zoltán egyet. docens

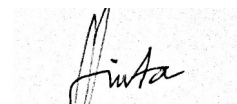
Szeminárium felelőse:

Dr. Finta Zoltán egyet. docens



Az intézeti jóváhagyás dátuma:

2025. május 07.



Intézetigazgató:

Dr. András Szilárd-Károly egyet. docens

² Csak azokat az ikonokat tartsa meg, amelyek az [SDG-ikonoknak az egyetemi folyamatban](#) történő alkalmazására vonatkozó eljárás szerint illeszkednek az adott tantárgyhoz, és törölje a többit, beleértve a fenntartható fejlődés általános ikonját is – amennyiben nem alkalmazható. Ha egyik ikon sem illik a tantárgyra, törölje az összeset, és írja rá, hogy „Nem alkalmazható”.