

A TANTÁRGY ADATLAPJA

Módszertani vonatkozások az analízis tanításában

Egyetemi tanév 2025-2026

1. A képzési program adatai

1.1. Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2. Kar	Matematika és Informatika
1.3. Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4. Szakterület	Neveléstudományok
1.5. Képzési szint	Mesterképzés
1.6. Tanulmányi program / Képesítés	Didaktika mesteri-Matematika
1.7. Képzési forma	Nappali tagozat

2. A tantárgy adatai

2.1. A tantárgy neve		Módszertani vonatkozások az analízis tanításában				A tantárgy kódja		MDM3002	
2.2. Az előadásért felelős tanár neve			Dr. Finta Zoltán egyet. docens						
2.3. A szemináriumért felelős tanár neve			Dr. Finta Zoltán egyet. docens						
2.4. Tanulmányi év	1	2.5. Félév	2	2.6. Értékelés módja	V	2.7. Tantárgy típusa		PP	

3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszám)

3.1. Heti óraszám	4	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor/projekt	2
3.4. Tantervben szereplő összóraszám	56	melyből: 3.5 előadás	28	3.6 szeminárium/labor	28
Az egyéni tanulmányi idő (ET) és az önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					5
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					2
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása					5
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					2
Vizsgák					5
Más tevékenységek:					
3.7. Egyéni tanulmányi idő (ET) és önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő összóraszám					19
3.8. A félév összóraszám					75
3.9. Kreditszám					3

4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1. Tantervi	• Matematikai analízis 1
4.2. Kompetenciabeli	• Matematikai gondolkodás, modellezés, problémamegoldás

5. Feltételek (ha vannak)

5.1. Az előadás lebonyolításának feltételei	• Megfelelő infrastruktúrával ellátott előadóterem
5.2. A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	• Megfelelő infrastruktúrával ellátott szeminárium terem

6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák¹

¹ Választhat kompetenciák vagy tanulási eredmények között, illetve választhatja mindkettőt is. Amennyiben csak az egyik lehetőséget választja, a másik lehetőséget el kell távolítani a táblázatból, és a kiválasztott lehetőség a 6. számot kapja.

Szakmai/kulcs-kompetenciák	- C1.4 Főbb matematikai problématípusok felismerése és a megoldásukhoz szükséges módszerek, technikák kiválasztása. - C2.3 A megfelelő elméleti módszerek alkalmazása a problémák elemzésénél
Transzverzális kompetenciák	CT1 A szervezett és hatékony munka szabályainak, a didaktikai-tudományos területhez való felelősségteljes hozzáállás alkalmazása a saját potenciál kreatív értékesítéséhez, a szakmai etika alapelveinek és normáinak tiszteletben tartásával

7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	Elméleti és alkalmazott matematikai ismeretek megszerzése
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	- Valós számsorozatok - Folytonos függvények - Deriválható függvények - Konvex függvények - Darboux-féle függvények - Riemann-integrálható függvények - Numerikus integrálás - A Riemann-integrálok alkalmazásai

8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1) Valós számsorozatok: fundamentális sorozatok, rekurrens sorozatok; Töplitz-tétel, Stolz-Cesaro-tétel, Lalescu-sorozat	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 46-71] [könyvészet; oldalak]
2) Függvények határértéke és folytonossága: a határérték jellemzése a Heine-kritériummal; szakadási pontok (nem létezik olyan $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, amely folytonos minden racionális pontban és szakadásos minden irracionális pontban)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 22-27]
3) Egyenletesen folytonos függvények: az egyenletes folytonosság jellemzése sorozatokkal illetve függvények határértékével; az	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[3; 42-49], [7, I; 188-190], [10; 41]

egyenletes folytonosság elégséges feltételei		
4) Deriválható függvények: a folytonosság és deriválhatóság kapcsolata, bal és jobb oldali deriváltak; Fermat-tétel, Rolle-tétel, Cauchy-tétel, Lagrange-tétel; Taylor-képlet, L'Hospital-szabály	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 191-201], [8; 107-116] [7, I; 202-224]
5) Konvex függvények: konvexitás és folytonosság kapcsolata, Jensen-konvexitás és kapcsolata a konvexitással; a konvexitás és deriválhatóság kapcsolata – a konvexitás jellemzése az elsőrendű deriváltfüggvénnyel illetve a másodrendű deriváltfüggvénnyel	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 94-107], [7, I; 226-232]
6) Algebrai egyenletek megoldása analízis eszközökkel: grafikus módszer, Rolle-sorozat, húr módszer, érintő módszer (vagy Newton-féle módszer)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 457-477]
7) Darboux-tulajdonságú függvények: a Darboux-tulajdonság és folytonosság kapcsolata, Darboux-tulajdonságú függvények szakadási pontjai, a Darboux-tulajdonság és deriválhatóság kapcsolata, a Darboux-tulajdonság és primitív függvények kapcsolata, a Darboux-tulajdonság és két függvény összege, szorzata illetve hányadosa közötti kapcsolat	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9], [7, I; 120-122]
8) Riemann-integrálható függvények: Lebesgue (illetve Jordan) értelemben nullamértékű halmazok, a Riemann-integrálhatóság Lebesgue-kritériuma	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 319-329]
9) Sajátos függvényosztályok: monoton függvények, páros függvények, páratlan függvények, periodikus függvények, lineáris függvények, primitív függvények	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 117-120, 122-123, 126-128], [6; 62, 66, 67, 72, 82, 84, 149, 162, 163]
10) Az integrálszámítás középértékei: az integrálszámítás első középértéktétele, az Abel-féle transzformáció, az integrálszámítás második középértéktétele	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 330-332]
11) Diszkrét egyenlőtlenségek, integrálegyenlőtlenségek: középarányosak közötti egyenlőtlenség, Bernoulli-egyenlőtlenség, Young-egyenlőtlenség, Hölder-egyenlőtlenség, Cauchy-Schwarz-egyenlőtlenség, Minkowski-egyenlőtlenség, Csebisev-egyenlőtlenség; a diszkrét egyenlőtlenségeknek megfelelő integrálegyenlőtlenségek	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 38-41], [7, II; 27], [7, I; 352-356], [7, II; 448]
12) Numerikus integrálás: Lagrange-	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 487-498]

féle interpolációs képlet, téglalapformula, trapézformula, Simpson-féle képlet		
13) A Riemann-integrálok alkalmazásai: területszámítás, ívhosszszámítás, forgástestek térfogatszámítása, forgástestek felszínszámítása	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 366-378]
14) Versenyfeladatok bemutatása: diákok számára tartott különböző matematika versenyeken adott matematikai analízis feladatok feldolgozása; tanárok számára tartott különböző fokozati vizsgákon adott matematikai analízis feladatok feldolgozása	Előadás, bemutatás, szemléltetés	
Könyvészet 1) Balázs M.-Hatházi A.: <i>Matematika</i> , Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006. 2) Balázs M.: <i>Matematika analízis</i> , Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006. 3) Crăciun C.V.: <i>Analiză matematică (Materiale pentru perfecționarea profesorilor de liceu)</i> , Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1992. 4) Crăciun C.V.: <i>Contraexemple în analiza matematică</i> , Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1989. 5) Crăciun C.V.: <i>Teoreme de medie din analiza matematică</i> , Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986. 6) Gelbaum B.R.–Olmsted J.M.H.: <i>Contraexemple în analiză</i> , Editura Științifică, București, 1973. 7) Sirețchi Gh.: <i>Calculul diferențial și integral</i> , vol. I-II, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985. 8) Sirețchi Gh.: <i>Calculul diferențial</i> , Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1983. 9) Sirețchi Gh.: <i>Funcții cu proprietatea Darboux</i> , Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986. 10) Rădulescu S.–Rădulescu M.: <i>Teoreme și probleme de analiză matematică</i> , Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.		
8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1) Valós számsorozatok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 34-115] [könyvészet; oldalak]
2) Függvények határértéke és folytonossága: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 185-223], [4; 29-36]
3) Egyenletesen folytonos függvények: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 234-243], [3; 50-69]
4) Deriválható függvényekkel kapcsolatos tulajdonságok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[4; 37-47], [3; 87-106], [5], [7, II; 244-267] [7, II; 267-306],
5) Konvex függvények: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 307-315]
6) Algebrai egyenletek megoldása analízis eszközökkel: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, I; 457-477]
7) Darboux-tulajdonságú függvények: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[9], [7, II; 157-159]
8) Riemann-integrálható függvények: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 412-472], [3; 108-118], [4; 49-56]
9) Sajátos függvényosztályok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 155-157, 160-163, 168-170]
10) Az integrálszámítás	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 412-472], [4; 99-112]

középértékei: gyakorlatok és feladatok		
11) Diszkrét egyenlőtlenségek, integrálegyenlőtlenségek: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 412-472]
12) Numerikus integrálás: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 554-559]
13) A Riemann-integrálok alkalmazásai: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 473-484]
14) Versenyfeladatok bemutatása: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	

Könyvészet

- 1) Balázs M.-Hatházi A.: *Matematika*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006.
- 2) Balázs M.: *Matematika analízis*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006.
- 3) Crăciun C.V.: *Analiză matematică (Materiale pentru perfecționarea profesorilor de liceu)*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1992.
- 4) Crăciun C.V.: *Contraexemple în analiza matematică*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1989.
- 5) Crăciun C.V.: *Teoreme de medie din analiza matematică*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986.
- 6) Gelbaum B.R.–Olmsted J.M.H.: *Contraexemple în analiză*, Editura Științifică, București, 1973.
- 7) Sirețchi Gh.: *Calculul diferențial și integral*, vol. I-II, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985.
- 8) Sirețchi Gh.: *Calculul diferențial*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1983.
- 9) Sirețchi Gh.: *Funcții cu proprietatea Darboux*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986.
- 10) Rădulescu S.–Rădulescu M.: *Teoreme și probleme de analiză matematică*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.

9. Az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásainak összhangba hozása a tantárgy tartalmával.

- A mesterképzésben szereplő *Módszertani vonatkozások az analízis tanításában* tantárgy birtokában az egyetemi hallgató – a várható szakirányokat is figyelembe véve – alkalmas: felelősségteljes állás betöltésére, önálló döntéshozatalra, tevékenysége minőség tudattal történő végzésére; továbbképzések segítségével új kompetenciák elsajátítására.

10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Szummatív (összegező, lezáró) értékelés	Írásbeli vizsga	50%
10.5 Szeminárium / Labor	Szummatív (összegező, lezáró) értékelés	Írásbeli vizsga	50%
10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
• Az előadáson és szemináriumon való aktív részvétel.			

11. SDG ikonok (Fenntartható fejlődési célok/ Sustainable Development Goals)²

	
--	--

² Csak azokat az ikonokat tartsa meg, amelyek az [SDG-ikonoknak az egyetemi folyamatban](#) történő alkalmazására vonatkozó eljárás szerint illeszkednek az adott tantárgyhoz, és törölje a többit, beleértve a fenntartható fejlődés általános ikonját is – amennyiben nem alkalmazható. Ha egyik ikon sem illik a tantárgyra, törölje az összeset, és írja rá, hogy „Nem alkalmazható”.

Kitöltés időpontja:

2025. április 30.

Előadás felelőse:

Dr. Finta Zoltán egyet. docens



Szeminárium felelőse:

Dr. Finta Zoltán egyet. docens



Az intézeti jóváhagyás dátuma:

2025. május 07.

Intézetigazgató:

Dr. András Szilárd-Károly egyet. docens