

A TANTÁRGY ADATLAPJA

Módszertani vonatkozások az elemi analízisben I.

Egyetemi tanév 2025-2026

1. A képzési program adatai

1.1. Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2. Kar	Matematika és Informatika
1.3. Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4. Szakterület	Matematika
1.5. Képzési szint	Mesterképzés
1.6. Tanulmányi program / Képesítés	Korszerű módszerek a matematika tanításában
1.7. Képzési forma	Nappali tagozat

2. A tantárgy adatai

2.1. A tantárgy neve		Módszertani vonatkozások az elemi analízisben I.				A tantárgy kódja		MMM3012		
2.2. Az előadásért felelős tanár neve			Dr. Finta Zoltán egyet. docens							
2.3. A szemináriumért felelős tanár neve			Dr. Finta Zoltán egyet. docens							
2.4. Tanulmányi év		1	2.5. Félév		1	2.6. Értékelés módja		V	2.7. Tantárgy típusa	kötelező- alaptantárgy

3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszám)

3.1. Heti óraszám	3	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor/projekt	1
3.4. Tantervben szereplő összóraszám	42	melyből: 3.5 előadás	28	3.6 szeminárium/labor	14
Az egyéni tanulmányi idő (ET) és az önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					30
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					30
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása					33
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					10
Vizsgák					30
Más tevékenységek:					
3.7. Egyéni tanulmányi idő (ET) és önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő összóraszám					133
3.8. A félév összóraszám					175
3.9. Kreditszám					7

4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1. Tantervi	• Matematikai analízis 1
4.2. Kompetenciabeli	• Matematikai gondolkodás, modellezés, problémamegoldás

5. Feltételek (ha vannak)

5.1. Az előadás lebonyolításának feltételei	• Megfelelő infrastruktúrával ellátott előadóterem
5.2. A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	• Megfelelő infrastruktúrával ellátott szeminárium terem

6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák¹

¹ Választhat kompetenciák vagy tanulási eredmények között, illetve választhatja mindkettőt is. Amennyiben csak az egyik lehetőséget választja, a másik lehetőséget el kell távolítani a táblázatból, és a kiválasztott lehetőség a 6. számot kapja.

Szakmai/kulcs-kompetenciák	- C1.1 Fogalmak azonosítása, elméletek leírása és a szaknyelv használata - C1.2 A matematikai fogalmak helyes magyarázata és értelmezése a szaknyelv felhasználásával - C1.3 A módszerek és elvek helyes alkalmazása a matematikafeladatok megoldásában - C1.4 Főbb matematikai problémátípusok felismerése és a megoldásukhoz szükséges módszerek, technikák kiválasztása. - C2.3 A megfelelő elméleti módszerek alkalmazása a problémák elemzésénél - C 5.1 A matematikai bizonyítások megfelelő fogalmainak, módszereinek és technikáinak azonosítása - C 5.2 Matematikai gondolatmenetek alkalmazása matematikai eredmények bizonyítására - C 5.3 Matematikai eredmények igazolására vonatkozó érvelések logikus felépítése és kifejtése, a feltételek és a következtetések világos azonosításával
Transzverzális kompetenciák	- CT1 A szervezett és hatékony munka szabályainak, a didaktikai-tudományos területhez való felelősségteljes hozzáállás alkalmazása a saját potenciál kreatív értékesítéséhez, a szakmai etika alapelveinek és normáinak tiszteletben tartásával - CT3 Hatékony módszerek és technikák használata tanulásra, információszerezésre, kutatásra és a tudásszerzési kapacitások fejlesztésére, egy dinamikus társadalom igényeinek való megfelelésre, román és egy nemzetközi nyelven történő kommunikációra

7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	Elméleti és alkalmazott matematikai ismeretek megszerzése
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	A bemutatásra kerülő fontosabb fejezetek a következők: valós számsorozatok, valós számsorok, folytonos függvények, deriválható függvények, konvex függvények, primitív függvények, Darboux – tulajdonságú függvények

8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1) Valós számokkal kapcsolatos tulajdonságok: alsó korlát, felső korlát, legkisebb elem, legnagyobb elem, minimális elem, maximális elem, infimum, szuprémum; környezet, nyílt halmaz, zárt halmaz, $F_{\{\sigma\}}$ típusú halmaz, $G_{\{\delta\}}$ típusú halmaz, sűrű halmazok, Dirichlet-tétel, Kronecker-tétel	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 13-46] [könyvészet;oldalak]
2) Valós számsorozatok: fundamentális sorozatok, rekurrens sorozatok; Töplitz-tétel, Stolz-Cesaro-tétel, Lalescu-sorozat	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 46-71]
3) Valós számsorok: Kummer-féle kritérium és következményei; számsorok és számsorozatok közötti kapcsolat (Kronecker-lemma)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 76-102]

4) Véges és végtelen halmazok: megszámlálható halmazok, kardinális számok, Cantor-Bernstein-tétel, Cantor-halmaz	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 22-27]
5) Függvények határértéke és folytonossága: a határérték jellemzése a Heine-kritériummal illetve a Cauchy-kritériummal; a folytonosság jellemzése nyílt halmazokkal (zárt halmazokkal); szakadási pontok (az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény szakadási pontjainak halmaza F_{σ} típusú; nem létezik olyan $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, amely folytonos minden racionális pontban és szakadós minden irracionális pontban)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 22-27]
6) Egyenletesen folytonos függvények: az egyenletes folytonosság jellemzése sorozatokkal illetve függvények határértékével; az egyenletes folytonosság elégséges feltételei	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[3; 42-49], [7, I; 188-190], [10; 41]
7) Deriválható függvényekkel kapcsolatos tulajdonságok: a folytonosság és deriválhatóság kapcsolata, bal és jobb oldali deriváltak; példa olyan folytonos $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényre, amely egyetlen pontban sem deriválható (Van der Waerden példája, K. Weierstrass példája), Banach-tétel (a deriválható függvények halmaza első kategóriájú)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 191-201], [8; 107-116]
8) A differenciálszámítás alapvető tételei: Fermat-tétel, Rolle-tétel, Cauchy-tétel, Lagrange-tétel; Taylor-képlet, L'Hospital-szabály	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 202-224]
9) A differenciálszámítás alapvető tételei: a közép-értéktételek egységesített formája (lásd: Páles Zs., <i>A unified form of the classical mean value theorems</i> , WSSIAA, 3(1994), 493-500)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I, 251-255]
10) Konvex függvények: konvexitás és folytonosság kapcsolata, Jensen-konvexitás és kapcsolata a konvexitással; példa olyan Jensen-konvex függvényre, amely nem konvex	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 94-107], [7, I; 226-232]
11) Konvex függvények: konvexitás és deriválhatóság kapcsolata (a konvexitás jellemzése az elsőrendű deriváltfüggvénnyel; a konvexitás jellemzése a másodrendű deriváltfüggvénnyel)	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[8; 94-107], [7, I; 226-232]
12) Algebrai egyenletek megoldása	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[7, I; 457-477]

analízis eszközökkel: grafikus módszer, Rolle-sorozat, húrmódszer, érintő módszer (vagy Newton-féle módszer), a kontrakció elve (vagy Banach-féle fixpont tétel)		
13) Darboux-tulajdonságú függvények: a Darboux-tulajdonság és folytonosság kapcsolata, Darboux-tulajdonságú függvények szakadási pontjai, Lebesgue példája Darboux-tulajdonságú és sehol sem folytonos függvényre	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9], [7, I; 120-122]
14) Darboux-tulajdonságú függvények: a Darboux-tulajdonság és deriválhatóság kapcsolata, a Darboux-tulajdonság és primitív függvények kapcsolata, a Darboux-tulajdonság és két függvény összege, szorzata illetve hányadosa közötti kapcsolat	Előadás, bemutatás, szemléltetés	[9], [7, I; 120-122]
Könyvészet 1) Balázs M.-Hatházi A.: <i>Matematika</i> , Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006. 2) Balázs M.: <i>Matematika analízis</i> , Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006. 3) Crăciun C.V.: <i>Analiză matematică (Materiale pentru perfecționarea profesorilor de liceu)</i> , Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1992. 4) Crăciun C.V.: <i>Contraexemple în analiza matematică</i> , Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1989. 5) Crăciun C.V.: <i>Teoreme de medie din analiza matematică</i> , Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986. 6) Gelbaum B.R.–Olmsted J.M.H.: <i>Contraexemple în analiză</i> , Editura Științifică, București, 1973. 7) Sirețchi Gh.: <i>Calculul diferențial și integral</i> , vol. I-II, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985. 8) Sirețchi Gh.: <i>Calculul diferențial</i> , Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1983. 9) Sirețchi Gh.: <i>Funcții cu proprietatea Darboux</i> , Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986. 10) Rădulescu S.–Rădulescu M.: <i>Teoreme și probleme de analiză matematică</i> , Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.		
8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1) Valós számokkal kapcsolatos tulajdonságok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 13-18, 31-34]
2) Valós számsorozatok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 34-115]
3) Valós számsorok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 116-143], [4; 17-27]
4) Véges és végtelen halmazok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 18-22]
5) Függvények határértéke és folytonossága: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 185-223], [4; 29-36]
6) Egyenletesen folytonos függvények : gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 234-243], [3; 50-69]
7) Deriválható függvényekkel kapcsolatos tulajdonságok: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[4; 37-47], [3; 87-106], [7, II; 244-267]
8) A differenciálszámítás alapvető	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 267-306], [5]

tételei: gyakorlatok és feladatok		
9) A differenciálszámítás alapvető tételei: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 267-306], [5]
10) Konvex függvények: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 307-315]
11) Konvex függvények: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, II; 307-315]
12) Algebrai egyenletek megoldása analízis eszközökkel: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[7, I; 457-477]
13) Darboux-tulajdonságú függvények: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[9], [7, II; 157-159]
14) Darboux-tulajdonságú függvények: gyakorlatok és feladatok	Megbeszélés, vita, kérdezve kifejtés	[9], [7, II; 157-159]

Könyvészet

- 1) Balázs M.-Hatházi A.: *Matematika*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006.
- 2) Balázs M.: *Matematika analízis*, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2006.
- 3) Crăciun C.V.: *Analiză matematică (Materiale pentru perfecționarea profesorilor de liceu)*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1992.
- 4) Crăciun C.V.: *Contraexemple în analiza matematică*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1989.
- 5) Crăciun C.V.: *Teoreme de medie din analiza matematică*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986.
- 6) Gelbaum B.R.–Olmsted J.M.H.: *Contraexemple în analiză*, Editura Științifică, București, 1973.
- 7) Sirețchi Gh.: *Calculul diferențial și integral*, vol. I-II, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985.
- 8) Sirețchi Gh.: *Calculul diferențial*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1983.
- 9) Sirețchi Gh.: *Funcții cu proprietatea Darboux*, Universitatea din București, Facultatea de Matematică, București, 1986.
- 10) Rădulescu S.–Rădulescu M.: *Teoreme și probleme de analiză matematică*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.

9. Az epiztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásainak összhangba hozása a tantárgy tartalmával.

- A mesterképzésben szereplő *Módszertani vonatkozások az elemi analízisben I* tantárgy birtokában az egyetemi hallgató – a várható szakirányokat is figyelembe véve – alkalmas: felelősségteljes állás betöltésére, önálló döntéshozatalra, tevékenysége minőség tudattal történő végzésére; továbbképzések segítségével új kompetenciák elsajátítására.

10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Szummatív (összegező, lezáró) értékelés	Írásbeli vizsga	50%
10.5 Szeminárium / Labor	Szummatív (összegező, lezáró) értékelés	Írásbeli vizsga	50%
10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
• Az előadáson és szemináriumon való aktív részvétel.			

11. SDG ikonok (Fenntartható fejlődési célok/ Sustainable Development Goals)²

² Csak azokat az ikonokat tartsa meg, amelyek az [SDG-ikonoknak az egyetemi folyamatban](#) történő alkalmazására vonatkozó eljárás szerint illeszkednek az adott tantárgyhoz, és törölje a többit, beleértve a fenntartható fejlődés általános ikonját is – amennyiben nem alkalmazható. Ha egyik ikon sem illik a tantárgyra, törölje az összeset, és írja rá, hogy „Nem alkalmazható”.



Kitöltés időpontja:

2025. április 30.

Előadás felelőse:

Dr. Finta Zoltán egyet. docens

Szeminárium felelőse:

Dr. Finta Zoltán egyet. docens

Az intézeti jóváhagyás dátuma:

2025. május 07.

Intézetigazgató:

Dr. András Szilárd-Károly egyet. docens