

FIȘA DISCIPLINEI

Analiză funcțională

Anul universitar 2025-2026

1. Date despre program

1.1. Instituția de învățământ superior	Universitatea Babeș-Bolyai
1.2. Facultatea	Matematică și Informatică
1.3. Departamentul	Matematică
1.4. Domeniul de studii	Matematică
1.5. Ciclu de studii	Bachelor
1.6. Programul de studii / Calificarea	Matematică informatică
1.7. Forma de învățământ	cu frecvență

2. Date despre disciplină

2.1. Denumirea disciplinei		Analiză funcțională					Codul disciplinei	MLR0004
2.2. Titularul activităților de curs			Conf. univ. dr. Brigitte-Erika Breckner					
2.3. Titularul activităților de seminar			Conf. univ dr. Brigitte-Erika Breckner					
2.4. Anul de studiu	3	2.5. Semestrul	5	2.6. Tipul de evaluare	E	2.7. Regimul disciplinei	opțional	

3. Timpul total estimat (ore pe semestru al activităților didactice)

3.1. Număr de ore pe săptămână	4	din care: 3.2. curs	2	3.3. seminar/ laborator/ proiect	2
3.4. Total ore din planul de învățământ	56	din care: 3.5. curs	28	3.6 seminar/laborator	28
Distribuția fondului de timp pentru studiul individual (SI) și activități de autoinstruire (AI)					ore
Studiul după manual, suport de curs, bibliografie și notițe (AI)					45
Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate și pe teren					10
Pregătire seminare/ laboratoare/ proiecte, teme, referate, portofolii și eseuri					20
Tutoriat (consiliere profesională)					15
Examinări					4
Alte activități					-
3.7. Total ore studiu individual (SI) și activități de autoinstruire (AI)				94	
3.8. Total ore pe semestru				150	
3.9. Numărul de credite				6	

4. Precondiții (acolo unde este cazul)

4.1. de curriculum	algebră liniară, topologie, analiză matematică
4.2. de competențe	operarea cu concepte abstracte, abilitatea de a face deducții logice

5. Condiții (acolo unde este cazul)

5.1. de desfășurare a cursului	tablă, cretă, videoproiector
5.2. de desfășurare a seminarului/ laboratorului	tablă, cretă,

6.1. Competențele specifice acumulate¹

¹ Se poate opta pentru competențe sau pentru rezultatele învățării, respectiv pentru ambele. În cazul în care se alege o singură variantă, se va șterge tabelul aferent celeilalte opțiuni, iar opțiunea păstrată va fi numerotată cu 6.

Competențe profesionale/esențiale	C1.1 Identificarea noțiunilor, descrierea teoriilor și utilizarea limbajului specific. C1.3 Aplicarea corectă a metodelor și principiilor de bază în rezolvarea problemelor de matematică.
Competențe transversale	CT1. Aplicarea regulilor de muncă riguroasă și eficientă, manifestarea unor atitudini responsabile față de domeniul științific și didactic, pentru valorificarea optimă și creativă a propriului potențial în situații specifice, cu respectarea principiilor și a normelor de etică profesională.

6.2. Rezultatele învățării

Cunoștințe	Studentul: - a dobândit competențele specifice disciplinelor legate de matematică necesare pentru realizarea temelor, - cunoaște noțiuni fundamentale legate de analiză funcțională precum și metode de aplicare a acestora în domenii ale științei legate de matematică și informatică.
Aptitudini	Studentul este capabil să: - construiască argumente matematice clare și bine susținute pentru a explica în scris probleme, subiecte și idei matematice, - demonstreze teoreme utilizând limbajul matematic în cadrul cursurilor teoretice și va putea prezenta aceste rezultate atât oral, cât și în scris.
Responsabilități și autonomie	Studentul are capacitatea de a - explora în mod independent anumite conținuturi matematice, bazându-se pe ideile și instrumentele din însușite deja, pentru a-și extinde cunoașterea, - să extinde în mod independent ideile și argumentele matematice deja însușite, la un subiect matematic care nu a fost studiat anterior.

7. Obiectivele disciplinei (reieșind din grila competențelor acumulate)

7.1 Obiectivul general al disciplinei	Prezentarea noțiunilor și rezultatelor fundamentale ale analizei funcționale
7.2 Obiectivele specifice	Familiarizarea studenților cu gândirea abstractă și cu problematizarea specifică analizei funcționale

8. Conținuturi

8.1 Curs	Metode de predare	Observații
1. Complemente de algebră liniară (spații liniare, subspații liniare, învelitoare liniară, bază, operatori liniari, funcționale liniare, funcționale subliniare)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
2. Complemente de algebră liniară (lema de prelungire a lui Helly; teorema lui Hahn–Banach pentru spații liniare reale)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
3. Complemente de teoria spațiilor liniare (teorema lui Hahn–Banach pentru spații liniare complexe; seminorme; teorema lui Bohnenblust-Sobczyk-Suhomlinov și consecința ei). Spații normate (definiția normei și a metricii induse de o normă)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
4. Spații normate (definiția topologiei compatibile cu structura algebrică a unui spațiu liniar; definiția spațiului liniar topologic; demonstrația faptului că orice spațiu normat este un spațiu liniar topologic; proprietăți topologice ale bilelor într-un spațiu normat)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
5. Spații normate (noțiunile de serie și de serie absolut convergentă într-un spațiu normat; noțiunile de șir Cauchy și de spațiu metric complet; noțiunea de spațiu Banach; caracterizarea completitudinii spațiilor normate cu ajutorul seriilor). Spații normate finit dimensionale (norme echivalente; caracterizarea echivalenței a două norme)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
6. Spații normate finit dimensionale (echivalența normelor pe spațiile liniare finit dimensionale; completitudinea spațiilor normate finit dimensionale; lema lui Riesz asupra aproape perpendicularei)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
7. Spații normate finit dimensionale (caracterizări ale spațiilor normate finit dimensionale). Spații prehilbertiene (produs scalar; proprietăți ale produsului scalar; noțiunea de spațiu prehilbertian)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
8. Spații prehilbertiene (continuitatea produsului scalar; caracterizarea normelor care provin dintr-un produs scalar; noțiunea de ortogonalitate a doi vectori; egalitatea lui Pitagora)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
9. Spații prehilbertiene (familii ortonormale; proprietăți ale familiilor ortonormale finite; baze ortonormale; caracterizări ale bazelor ortonormale; noțiunile de coeficienți Fourier și de dezvoltare Fourier).	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
10. Spații prehilbertiene (cebășevianitatea submulțimilor nevide, complete și convexe ale unui spațiu prehilbertian; noțiunea de complement ortogonal al unei submulțimi a unui spațiu prehilbertian; caracterizarea punctelor de cea mai bună aproximare ale unui punct într-un subspațiu liniar; descompunerea ortogonală a unui spațiu Hilbert; caracterizarea bazelor ortonormale într-un spațiu Hilbert)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
11. Operatori liniari continui între spații normate (caracterizări ale continuității operatorilor liniari între spații normate; spațiul	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	

normat al operatorilor liniari continui; funcționale liniare continue pe spații normate; dualul algebrico-topologic al unui spațiu normat)		
12. Operatori liniari continui între spații normate (izomorfisme și izomorfisme izometrice între spații normate; seria lui Neumann asociată unui operator liniar continuu)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
13. Rezultate fundamentale ale analizei funcționale (mărginirea uniformă și mărginirea punctuală a unei familii de operatori liniari și continui între două spații normate; definiția spațiului Baire; principiul mărginirii uniforme; teorema asupra operatorului deschis; teorema de continuitate a operatorului invers)	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
14. Prelungirea funcționalelor liniare continue (cele două teoreme ale lui Hahn și consecințe ale lor). Recapitulare	Prelegerea cu demonstrații matematice, conversația, problematizarea, descoperirea.	
Bibliografie 1. BRECKNER W. W.: Analiză funcțională, Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca, 2009. 2. BREZIS H.: Analiză funcțională. Teorie și aplicații, Ed. Academiei Române, București, 2002. 3. CONWAY J. B.: A Course in Functional Analysis. Second Edition, Springer-Verlag, New-York –Berlin – Heidelberg, 1999. 4. HEUSER H.: Funktionalanalysis. Theorie und Anwendung, 3. Auflage, B. G. Teubner, Stuttgart, 1992. 5. KANTOROVICI L.V., AKILOV G. P.: Analiză funcțională. Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1986. 6. MUNTEAN I.: Analiză funcțională, Universitatea "Babeș-Bolyai", Cluj-Napoca, 1993. 7. PRECUPANU T.: Analiză funcțională pe spații liniare normate, Editura Universității "Alexandru Ioan Cuza", Iași, 2005. 8. WERNER D.: Funktionalanalysis, vierte, überarbeitete Auflage., Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, 2002.		
8.2 Seminar / laborator	Metode de predare	Observații
1. Complemente de algebră liniară	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
2. Complemente de algebră liniară (legătura dintre funcționalele complex liniare și cele real liniare; aplicații ale teoremei Hahn-Banach pentru spații liniare reale)	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
3. Complemente de teoria spațiilor liniare (seminorme; o aplicație a teoremei Hahn-Banach). Inegalitatea lui Minkowski. Exemple de norme (normele $\ \cdot\ _p$ pe spațiul liniar $\mathbf{K}^m$; norma supremum pe spațiul liniar $B(T, \mathbf{K})$; norma pe spațiul liniar l^p , unde p este un număr real mai mare sau egal cu 1)	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
4. Spații normate (continuitatea normei; caracterizarea metricilor definite pe un $\mathbf{K}$ -spațiu liniar care provin dintr-o normă; exemple de metrici care nu provin dintr-o normă; proprietăți ale spațiilor l^p)	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
5. Spații normate (noțiunile de sumă a unei familii de puncte, de sumabilitate și de absolut sumabilitate a unei familii de puncte; sumabilitatea familiilor de numere reale nenegative; serii necondiționat convergente; mulțimi și șiruri mărginite; exemple de norme echivalente pe spațiul liniar $\mathbf{K}^m$)	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
6. Exemple de spații Banach (spațiile	Problematizare, discuție, muncă în echipă	

B(T, K), CB(T, K) și C(T, K)). Exemple de norme echivalente. Un exemplu de spațiu normat care nu este complet		
7. Exemple de spații Banach (spațiile $C^1([a,b])$, l^∞ , c , c_0 și l^p). Un exemplu de șir mărginit care nu are niciun subșir convergent. Un exemplu de spațiu normat care nu este complet	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
8. Spații prehilbertiene (exemple și proprietăți). Spații Hilbert (definiție și exemple). Ortogonalitate în spații prehilbertiene.	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
9. Problema de aproximare a lui Cebășev. Noțiunile de punct de cea mai bună aproximare, de mulțime cebășeviană, de mulțime proximală și problema celei mai bune aproximări într-un spațiu normat. Determinarea punctelor de cea mai bună aproximare în cazuri concrete. Inegalitatea lui Bessel în spații prehilbertiene	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
10. Exemple de baze ortonormale. Descompunerea ortogonală a spațiilor Hilbert	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
11. Determinarea normei unor funcționale liniare continue și ale unor operatori liniari și continui	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
12. Noțiunea de convergență punctuală a unui șir de operatori liniari și continui între două spații normate. Teorema lui Frechet-Riesz cu privire la forma generală a funcționalelor liniare continue pe spații Hilbert. Aplicații ale teoremei Frechet-Riesz	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
13. Forma generală a funcționalelor liniare continue pe spațiile normate l^p , unde p este un număr real mai mare sau egal cu 1. Aplicații ale principiului mărginirii uniforme și ale teoremei asupra operatorului deschis	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
14. Aplicații ale teoremelor lui Hahn. Aplicații ale teoremei de continuitate a operatorului invers. Un exemplu de operator liniar discontinuu	Problematizare, discuție, muncă în echipă	
Bibliografie 1. BREZIS H.: Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations, Springer, 2011 2. HEUSER H.: Funktionalanalysis. Theorie und Anwendung, 3. Auflage. B. G. Teubner, Stuttgart, 1992. 3. POPA E.: Culegere de probleme de analiză funcțională, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1981. 4. WERNER D.: Funktionalanalysis. Vierte, überarbeitete Auflage, Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, 2002 .		

9. Coroborarea conținuturilor disciplinei cu așteptările reprezentanților comunității epistemice, asociațiilor profesionale și angajatori reprezentativi din domeniul aferent programului

- Analiza funcțională este o disciplină fundamentală, care se regăsește în toate planurile de învățământ ale marilor universități din țară și străinătate.

10. Evaluare

Tip activitate	10.1 Criterii de evaluare	10.2 Metode de evaluare	10.3 Pondere din nota finală
10.4 Curs		La mijlocul semestrului se dă o lucrare de control din materia primelor 7 cursuri și seminarii. Cei care sunt mulțumiți de	
10.5 Seminar/laborator			

		această notă, vor da în sesiune examenul scris doar din materia ultimelor 7 cursuri și seminarii. În acest caz, nota finală este media aritmetică a celor două note. Cei care nu sunt mulțumiți de nota obținută la lucrarea de control, vor da examenul din toată materia, iar, în acest caz, nota finală este cea obținută la examen. În sesiunea de restanțe, examenul scris se dă din toată materia.	
10.6 Standard minim de performanță			
- Abilitatea de a arăta că o anumită funcțională este o normă/seminormă - Demonstrarea liniarității și continuității unui operator/unei funcțională și determinarea normei sale - Cunoașterea definițiilor și rezultatelor de bază			

11. Etichete ODD (Obiective de Dezvoltare Durabilă / Sustainable Development Goals)²

	Eticheta generală pentru Dezvoltare durabilă							
								

Data completării:
11.04.2025

Semnătura titularului de curs
Conf. univ. dr. Brigitte E. Breckner

Semnătura titularului de seminar
Conf. univ. dr. Brigitte E. Breckner

Data avizării în departament:
25.04.2025

Semnătura directorului de departament
Prof. dr. Andrei Mărcuș

² Păstrați doar etichetele care, în conformitate cu [Procedura de aplicare a etichetelor ODD în procesul academic](#), se potrivesc disciplinei și ștergeți-le pe celelalte, inclusiv eticheta generală pentru Dezvoltare durabilă - dacă nu se aplică. Dacă nicio etichetă nu descrie disciplina, ștergeți-le pe toate și scrieți "Nu se aplică".

