FIŞA DISCIPLINEI

Analiză reală

Anul universitar 2025-2026

1. Date despre program

1.1. Instituţia de învăţământ superior	Universitatea Babeş-Bolyai
1.2. Facultatea	Matematică şi Informatică
1.3. Departamentul	Matematică
1.4. Domeniul de studii	Matematică
1.5. Ciclul de studii	Licenţă
1.6. Programul de studii / Calificarea	Matematică Informatică (în limba română)
1.7. Forma de învăţământ	Cu frecvenţă

2. Date despre disciplină

2.1. Denumirea disciplinei	**Analiză reală**					Codul disciplinei	**MLR0074**
2.2. Titularul activităţilor de curs	Conf. dr. Adriana Nicolae						
2.3. Titularul activităţilor de seminar	Conf. dr. Adriana Nicolae						
2.4. Anul de studiu	**2**	2.5. Semestrul	**4**	2.6. Tipul de evaluare	**C**	2.7. Regimul disciplinei	Obligatorie

3. Timpul total estimat (ore pe semestru al activităţilor didactice)

3.1. Număr de ore pe săptămână	**4**	din care: 3.2. curs	**2**	3.3. seminar/ laborator/ proiect	**2**
3.4. Total ore din planul de învăţământ	**56**	din care: 3.5. curs	**28**	3.6 seminar/laborator	**28**
Distribuţia fondului de timp pentru studiul individual (SI) şi activităţi de autoinstruire (AI)					**ore**
Studiul după manual, suport de curs, bibliografie şi notiţe (AI)					25
Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate şi pe teren					10
Pregătire seminare/ laboratoare/ proiecte, teme, referate, portofolii şi eseuri					20
Tutoriat (consiliere profesională)					4
Examinări					10
Alte activităţi					
3.7. Total ore studiu individual (SI) şi activităţi de autoinstruire (AI)				**69**	
3.8. Total ore pe semestru				**125**	
3.9. Numărul de credite				**5**	

4. Precondiţii (acolo unde este cazul)

4.1. de curriculum	Analiză matematică 1, 2; Logică şi teoria mulţimilor
4.2. de competenţe	Gândire analitică

5. Condiţii (acolo unde este cazul)

5.1. de desfăşurare a cursului	Amfiteatru echipat cu tablă şi cretă
5.2. de desfăşurare a seminarului/ laboratorului	Sală de seminar echipată cu tablă şi cretă

6.1. Competenţele specifice acumulate[1]

Competenţe profesionale/esenţiale	• C1.1 Identificarea noţiunilor, descrierea teoriilor şi utilizarea limbajului specific. • C2.3 Aplicarea metodelor teoretice de analiză adecvate la problematica dată. • C5.2 Utilizarea raţionamentelor matematice în demonstrarea unor rezultate matematice.
Competenţe transversale	• CT1. Aplicarea regulilor de munca riguroasă şi eficientă, manifestarea unor atitudini responsabile faţă de domeniul ştiinţific şi didactic, pentru valorificarea optimă şi creativă a propriului potenţial în situaţii specifice, cu respectarea principiilor şi a normelor de etică profesională.

6.2. Rezultatele învăţării

Cunoştinţe	Studentul: - a dobândit competenţele specifice disciplinelor legate de matematică necesare pentru realizarea temelor. - cunoaşte noţiuni fundamentale legate de analiză reală precum şi metode de aplicare a acestora în domenii ale ştiinţei legate de matematică şi informatică.
Aptitudini	Studentul este capabil să: - construiască argumente matematice clare şi bine susţinute pentru a explica în scris probleme, subiecte şi idei matematice. - demonstreze teoreme utilizând limbajul matematic în cadrul cursurilor teoretice şi va putea prezenta aceste rezultate atât oral, cât şi în scris.
Responsabilităţi şi autonomie	Studentul are capacitatea de a: - explora în mod independent anumite conţinuturi matematice, bazându-se pe ideile şi instrumentele din însuşite deja, pentru a-şi extinde cunoaşterea. - extinde în mod independent ideile şi argumentele matematice deja însuşite, la un subiect matematic care nu a fost studiat anterior.

7. Obiectivele disciplinei (reieşind din grila competenţelor acumulate)

7.1 Obiectivul general al disciplinei	• Dobândirea de cunoştinţe fundamentale de teoria măsurii şi a integrării, precum şi aplicarea acestora în rezolvarea de probleme.
7.2 Obiectivele specifice	• Dobândirea de cunoştinţe despre elemente de teoria măsurii şi a integrării (e.g., σ-algebre, măsuri, măsura exterioară Lebesgue, măsura Lebesgue, integrarea funcţiilor măsurabile, teoreme limită, spaţii L^p, teorema lui Fubini).

[1] Se poate opta pentru competenţe sau pentru rezultatele învăţării, respectiv pentru ambele. În cazul în care se alege o singură variantă, se va şterge tabelul aferent celeilalte opţiuni, iar opţiunea păstrată va fi numerotată cu 6.

8. Conţinuturi

8.1 Curs	**Metode de predare**	**Observaţii**
1. Introducere: problema masurii. Spaţii măsurabile şi spaţii cu măsura	Expunere, conversaţie, demonstraţie didactică, problematizare	
2. Măsura exterioară Lebesgue	Expunere, conversaţie, demonstraţie didactică, problematizare	
3. Măsura Lebesgue	Expunere, conversaţie, demonstraţie didactică, problematizare	
4. Proprietăţi ale măsurii Lebesgue	Expunere, conversaţie, demonstraţie didactică, problematizare	
5. Funcţii măsurabile	Expunere, conversaţie, demonstraţie didactică, problematizare	
6. Aproximarea funcţiilor măsurabile	Expunere, conversaţie, demonstraţie didactică, problematizare	
7. Integrarea funcţiilor măsurabile (I)	Expunere, conversaţie, demonstraţie didactică, problematizare	
8. Integrarea funcţiilor măsurabile (II)	Expunere, conversaţie, demonstraţie didactică, problematizare	
9. Teoreme limită şi aplicaţii (I)	Expunere, conversaţie, demonstraţie didactică, problematizare	
10. Teoreme limită şi aplicaţii (II). Relaţia dintre integralele Riemann şi Lebesgue	Expunere, conversaţie, demonstraţie didactică, problematizare	
11. Spaţii L^p (I)	Expunere, conversaţie, demonstraţie didactică, problematizare	
12. Spaţii L^p (II)	Expunere, conversaţie, demonstraţie didactică, problematizare	
13. Tipuri de convergenţă	Expunere, conversaţie, demonstraţie didactică, problematizare	
14. Măsura şi integrarea pe spaţii produs	Expunere, conversaţie, demonstraţie didactică, problematizare	

Bibliografie

1. V. Anisiu, Topologie şi teoria măsurii, Universitatea "Babeş-Bolyai", Cluj-Napoca, 1993.
2. J.J. Benedetto, W. Czaja, Integration and modern analysis, Birkhäuser, Boston, MA, 2009.
3. D.L. Cohn, Measure theory, 2nd ed., Birkhäuser/Springer, New York, 2013.
4. G.B. Folland, Real analysis. Modern techniques and their applications, 2nd ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, 1999.
5. F. Jones, Lebesgue integration on Euclidean space, Jones and Bartlett Publishers, Boston, MA, 1993.
6. H.L. Royden, P.M. Fitzpatrick, Real analysis, 4th ed., Pearson, 2010.
7. W. Rudin, Real and complex analysis, 3rd ed., McGraw-Hill Book Co., New York, 1987.
8. E. Stein, R. Shakarchi, Real analysis. Measure theory, integration, and Hilbert spaces, Princeton University Press, Princeton, NJ, 2005.
9. D.W. Stroock, A concise introduction to the theory of integration, 2nd ed., Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1994.
10. T. Tao, An introduction to measure theory, American Mathematical Society, Providence, RI, 2011.

8.2 Seminar / laborator	**Metode de predare**	**Observaţii**
1. Introducere: problema masurii. Spaţii măsurabile şi spaţii cu măsura	Conversaţie, exerciţiu, demonstraţie didactică	
2. Măsura exterioară Lebesgue	Conversaţie, exerciţiu, demonstraţie didactică	
3. Măsura Lebesgue	Conversaţie, exerciţiu, demonstraţie didactică	
4. Proprietăţi ale măsurii Lebesgue	Conversaţie, exerciţiu, demonstraţie didactică	
5. Funcţii măsurabile	Conversaţie, exerciţiu, demonstraţie didactică	
6. Aproximarea funcţiilor măsurabile	Conversaţie, exerciţiu, demonstraţie didactică	
7. Integrarea funcţiilor măsurabile (I)	Conversaţie, exerciţiu, demonstraţie didactică	
8. Integrarea funcţiilor măsurabile (II)	Conversaţie, exerciţiu, demonstraţie didactică	

9. Teoreme limită şi aplicaţii (I)	Conversaţie, exerciţiu, demonstraţie didactică	
10. Teoreme limită şi aplicaţii (II). Relaţia dintre integralele Riemann şi Lebesgue	Conversaţie, exerciţiu, demonstraţie didactică	
11. Spaţii L^p (I)	Conversaţie, exerciţiu, demonstraţie didactică	
12. Spaţii L^p (II)	Conversaţie, exerciţiu, demonstraţie didactică	
13. Tipuri de convergenţă	Conversaţie, exerciţiu, demonstraţie didactică	
14. Măsura şi integrarea pe spaţii produs	Conversaţie, exerciţiu, demonstraţie didactică	

Bibliografie (în plus faţă de cărţile menţionate anterior care conţin şi ele exerciţii)

1. R.L. Schilling, Measures, integrals and martingales, Cambridge University Press, New York, 2005.
2. W.J. Kaczor, M.T. Nowak, Problems in Mathematical Analysis III. Integration, American Mathematical Society, Providence, RI, 2003.
3. A. Torchinsky, Problems in real and functional analysis, American Mathematical Society, Providence, RI, 2015.

9. Coroborarea conţinuturilor disciplinei cu aşteptările reprezentanţilor comunităţii epistemice, asociaţiilor profesionale şi angajatori reprezentativi din domeniul aferent programului

Cursul asigură un fundament teoretic solid, în concordanţă cu standarde naţionale şi internaţionale, fiind esenţial pentru studiul altor cursuri, precum cele de ecuaţii cu derivate parţiale, analiză funcţională sau teoria probabilităţilor. Această disciplină este folositoare în pregătirea viitorilor profesori şi cercetători în matematică, dar şi a celor care utilizează diverse metode şi tehnici matematice moderne în alte domenii.

10. Evaluare

Tip activitate	10.1 Criterii de evaluare	10.2 Metode de evaluare	10.3 Pondere din nota finală
10.4 Curs	- Cunoaşterea noţiunilor, exemplelor şi rezultatelor de bază - Abilitatea de a demonstra rezultate teoretice	- Lucrare de control, colocviu - Activitatea la curs şi seminar	- Lucrare de control: 35% - Colocviu: 65% - Activitatea la curs şi seminar: bonus max. 5%
10.5 Seminar/laborator	- Rezolvarea de probleme folosind concepte şi rezultate însuşite în timpul orelor de curs		
10.6 Standard minim de performanţă			
- Acumularea a cel puţin 10 prezenţe la seminar. - Atât nota obţinută la colocviu, cât şi nota finală, trebuie să fie cel puţin 5. Punctele bonus se acordă doar în acest caz.			

11. Etichete ODD (Obiective de Dezvoltare Durabilă / Sustainable Development Goals)[2]

	Eticheta generală pentru Dezvoltare durabilă							

[2] Păstraţi doar etichetele care, în conformitate cu *Procedura de aplicare a etichetelor ODD în procesul academic*, se potrivesc disciplinei şi ştergeţi-le pe celelalte, inclusiv eticheta generală pentru *Dezvoltare durabilă* - dacă nu se aplică. Dacă nicio etichetă nu descrie disciplina, ştergeţi-le pe toate şi scrieţi "*Nu se aplică.*".

Data completării:
11.04.2025

Semnătura titularului de curs

Conf. dr. Adriana Nicolae

Semnătura titularului de seminar

Conf. dr. Adriana Nicolae

Data avizării în departament:
25.04.2025

Semnătura directorului de departament

Prof. dr. Andrei Mărcuş