

A TANTÁRGY ADATLAPJA

Topológia

Egyetemi tanév 2025 - 2026

1. A képzési program adatai

1.1. Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2. Kar	Matematika és Informatika
1.3. Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4. Szakterület	Matematika
1.5. Képzési szint	Alap
1.6. Tanulmányi program / Képesítés	Matematika-Informatika (magyar nyelven)
1.7. Képzési forma	Nappali

2. A tantárgy adatai

2.1. A tantárgy neve		Topológia				A tantárgy kódja		MLM0082	
2.2. Az előadásért felelős tanár neve			László Tamás, egyetemi docens						
2.3. A szemináriumért felelős tanár neve			László Tamás, egyetemi docens						
2.4. Tanulmányi év	1	2.5. Félév	2	2.6. Értékelés módja	V	2.7. Tantárgy típusa		kötelező	

3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszám)

3.1. Heti óraszám	4	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor/projekt	2
3.4. Tantervben szereplő összóraszám	56	melyből: 3.5 előadás	28	3.6 szeminárium/labor	28
Az egyéni tanulmányi idő (ET) és az önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					30
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					9
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása					34
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					15
Vizsgák					6
Más tevékenységek:					
3.7. Egyéni tanulmányi idő (ET) és önképzési tevékenységekre (ÖT) szánt idő összóraszám					94
3.8. A félév összóraszám					150
3.9. Kreditszám					6

4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1. Tantervi	Logika és halmazelmélet, Algebra 1 (lineáris algebra); Matematikai analízis 1; Analitikus geometria
4.2. Kompetenciabeli	Lineáris algebrai, geometriai és folytonossággal kapcsolatos alapfogalmak és alaptételek ismerete

5. Feltételek (ha vannak)

5.1. Az előadás lebonyolításának feltételei	Táblával vagy intelligens táblával felszerelt előadó
5.2. A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	Táblával vagy intelligens táblával felszerelt előadó

6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

Szakmai/kulcs-kompetenciák	- C1.1 Fogalmak azonosítása, elméletek leírása és a szaknyelv használata. - C1.2 A matematikai fogalmak helyes magyarázata és értelmezése a szaknyelv felhasználásával. - C1.3 A módszerek és elvek helyes alkalmazása a matematikafeladatok megoldásában. - C1.4. Főbb matematikai problémátípusok felismerése és a megoldásukhoz szükséges módszerek, technikák kiválasztása. - C2.1 Folyamatok és jelenségek leírására használt alapfogalmak azonosítása - C2.3 A megfelelő elméleti módszerek alkalmazása a problémák elemzésénél - C1.5 Projektek és dolgozatok elkészítése matematikai módszerek és eredmények bemutatására. - C 5.1 A matematikai bizonyítások megfelelő fogalmainak, módszereinek és technikáinak azonosítása. - C 5.2 Matematikai gondolatmenetek alkalmazása matematikai eredmények bizonyítására. - C 5.3 Matematikai eredmények igazolására vonatkozó érvelések logikus felépítése és kifejtése, a feltételek és a következtetések világos azonosításával. - C 5.4 Különböző bizonyítási módszerek hatékony alkalmazása és komparatív elemzése. - C 5.5 Egyéni projektek és dolgozatok elkészítése különböző bizonyítási módszerek.
Transzverzális kompetenciák	- CT1 A szervezett és hatékony munka szabályainak, a didaktikai-tudományos területhez való felelősségteljes hozzáállás alkalmazása a saját potenciál kreatív értékesítéséhez, a szakmai etika alapelveinek és normáinak tiszteletben tartásával. - CT3 Hatékony módszerek és technikák használata tanulásra, információszerzésre, kutatásra és a tudásszerzési kapacitások fejlesztésére, egy dinamikus társadalom igényeinek való megfelelésre, román és egy nemzetközi nyelven történő kommunikációra.

7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	A folytonosság geometriájának, az általános és algebrai topológia alapfogalmainak és eredményeinek intuitív megértése.
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	- A topológiai alapfogalmak megértése és elsajátítása: topológikus terek, bázis, speciális topológiák, speciális halmazok, folytonos függvények. - Összefüggőség és kompaktsághoz kapcsolódó fogalmak és tételek megértése. - A homotópiaelmélet alapfogalmainak a megértése és elsajátítása: utak és homotópiák, homotópia ekvivalencia, retrakciók, fedőterek, a fundamentális csoport, homotópia-típus. - A fundamentális csoport alkalmazása klasszikus tételek bizonyítására: az algebra alaptétele, Brower fixpont tétele, Borsuk-Ulam-tétel.

8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Topológiai alapfogalmak R^n -ben. Metrikus terek.	Előadás, bizonyítások, magyarázat	

2. Folytonos függvények metrikus tereken.	Előadás, bizonyítások, magyarázat	
3. Topológikus terek fogalma. Bázis.	Előadás, bizonyítások, magyarázat	
4. Folytonos függvények. Homeomorfizmusok.	Előadás, bizonyítások, magyarázat	
5. Származtatott topológiák 1: rendezés-topológiák, alterek, szorzat-topológia. Hausdorff terek.	Előadás, bizonyítások, magyarázat	
6. Származtatott topológiák 2: Hányadostopológiák.	Előadás, bizonyítások, magyarázat	
7. Összefüggő terek. Komponensek és lokális összefüggőség.	Előadás, bizonyítások, magyarázat	
8. Kompakt és lokálisan kompakt terek.	Előadás, bizonyítások, magyarázat	
9. Kompaktság és teljesség metrikus terekben.	Előadás, bizonyítások, magyarázat	
10. Utak és homotópiák. Retrakciók. Homotópia-ekvivalencia.	Előadás, bizonyítások, magyarázat	
11. A fundamentális csoport.	Előadás, bizonyítások, magyarázat	
12. Fedőterek.	Előadás, bizonyítások, magyarázat	
13. A kör fundamentális csoportja.	Előadás, bizonyítások, magyarázat	
14. Alkalmazások: Az algebra alaptétele, a Borsuk-Ulam tétel és Brower fixpont tétele.	Előadás, bizonyítások, magyarázat	

Könyvészet

- 1.J. Munkres. Topology. Pearson Education Limited. 2014.
- 2.D. Whitman. Topology by James Munkres: Solution Manual. 2019.
- 3.K. Jänich, S. Levy. Topology. Springer. 1994.
- 4.J.A. Seebach and L. Steen. Counterexamples in Topology. Springer. 1986.
- 5.A. Hatcher. Algebraic Topology. Cambridge University Press. 2002.
- 6.J.P. May. A Concise Course in Algebraic Topology. University of Chicago Press. 1999.
- 7.G.E. Bredon. Topology and Geometry. Springer GTM 139. 1993.
- 8.M. Manetti. Topology. Springer Unitext 91. 2015.

8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Topológiai alapfogalmak R^n -ben. Metrikus terek.	Magyarázat, megbeszélés, feladatmegoldás	
2. Folytonos függvények metrikus tereken.	Magyarázat, megbeszélés, feladatmegoldás	
3. Topológikus terek fogalma. Bázis.	Magyarázat, megbeszélés, feladatmegoldás	
4. Folytonos függvények. Homeomorfizmusok.	Magyarázat, megbeszélés, feladatmegoldás	
5. Származtatott topológiák 1: rendezés-topológiák, alterek, szorzat-topológia. Hausdorff terek.	Magyarázat, megbeszélés, feladatmegoldás	
6. Származtatott topológiák 2: Hányadostopológiák.	Magyarázat, megbeszélés, feladatmegoldás	
7. Összefüggő terek. Komponensek és lokális összefüggőség.	Magyarázat, megbeszélés, feladatmegoldás	
8. Kompakt és lokálisan kompakt terek.	Magyarázat, megbeszélés, feladatmegoldás	
9. Kompaktság és teljesség metrikus terekben.	Magyarázat, megbeszélés, feladatmegoldás	
10. Utak és homotópiák. Retrakciók. Homotópia-ekvivalencia.	Magyarázat, megbeszélés, feladatmegoldás	
11. A fundamentális csoport.	Magyarázat, megbeszélés, feladatmegoldás	

12.	Fedőterek.	Magyarázat, megbeszélés, feladatmegoldás	
13.	A kör fundamentális csoportja.	Magyarázat, megbeszélés, feladatmegoldás	
14.	Alkalmazások: Az algebra alaptétele, a Borsuk-Ulam tétel és Brower fixpont tétele.	Magyarázat, megbeszélés, feladatmegoldás	
Könyvészet 1.J. Munkres. Topology. Pearson Education Limited. 2014. 2.D. Whitman. Topology by James Munkres: Solution Manual. 2019. 3.K. Jänich, S. Levy. Topology. Springer. 1994. 4.J.A. Seebach and L. Steen. Counterexamples in Topology. Springer. 1986. 5.A. Hatcher. Algebraic Topology. Cambridge University Press. 2002. 6.J.P. May. A Concise Course in Algebraic Topology. University of Chicago Press. 1999. 7.G.E. Bredon. Topology and Geometry. Springer GTM 139. 1993. 8.M. Manetti. Topology. Springer Unitext 91. 2015.			

9. Az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásainak összhangba hozása a tantárgy tartalmával.

A tantárgy azokat a szükséges alapismereteket tartalmazza, amelyeket egy matematikusnak (legyen tanár vagy kutató) minimálisan ajánlott elsajátítania az általános topológia és algebrai topológia területéről.

10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Alapfogalmak és eredmények ismerete. A fogalmakhoz és bizonyításokhoz kapcsolódó feladatok megoldása.	Írásbeli vizsga	70%
10.5 Szeminárium / Labor	Házi feladatok bemutatása.	Házi feladat bemutatása, szemináriumi aktivitás.	30%
10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
Minimális átmenő jegy 5. Ehhez szükséges az alapfogalmak ismerete és egyszerű gyakorlatok megoldási képessége.			

11. SDG ikonok (Fenntartható fejlődési célok/ Sustainable Development Goals)

Nem alkalmazandó.

Előadás felelőse:

Dr. László Tamás, egyet. docens

Szeminárium felelőse:

Dr. László Tamás, egyet. docens

Intézetigazgató:

Dr. András Szilárd-Károly, egyet. docens