

FIȘA DISCIPLINEI

Analiză reală

Anul universitar 2025-2026

1. Date despre program

1.1. Instituția de învățământ superior	Universitatea Babeș-Bolyai
1.2. Facultatea	Matematică și Informatică
1.3. Departamentul	Matematică
1.4. Domeniul de studii	Matematică
1.5. Ciclu de studii	Licență
1.6. Programul de studii / Calificarea	Matematică Informatică (în limba engleză)
1.7. Forma de învățământ	Cu frecvență

2. Date despre disciplină

2.1. Denumirea disciplinei		Analiză reală				Codul disciplinei	MLE0074
2.2. Titularul activităților de curs		Conf. dr. Adriana Nicolae					
2.3. Titularul activităților de seminar		Conf. dr. Adriana Nicolae					
2.4. Anul de studiu	2	2.5. Semestrul	4	2.6. Tipul de evaluare	C	2.7. Regimul disciplinei	Obligatorie

3. Timpul total estimat (ore pe semestru al activităților didactice)

3.1. Număr de ore pe săptămână	4	din care: 3.2. curs	2	3.3. seminar/ laborator/ proiect	2
3.4. Total ore din planul de învățământ	56	din care: 3.5. curs	28	3.6 seminar/laborator	28
Distribuția fondului de timp pentru studiul individual (SI) și activități de autoinstruire (AI)					ore
Studiul după manual, suport de curs, bibliografie și notițe (AI)					25
Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate și pe teren					10
Pregătire seminare/ laboratoare/ proiecte, teme, referate, portofolii și eseuri					20
Tutoriat (consiliere profesională)					4
Examinări					10
Alte activități					
3.7. Total ore studiu individual (SI) și activități de autoinstruire (AI)				69	
3.8. Total ore pe semestru				125	
3.9. Numărul de credite				5	

4. Precondiții (acolo unde este cazul)

4.1. de curriculum	Analiză matematică 1, 2; Logică și teoria mulțimilor
4.2. de competențe	Gândire analitică

5. Condiții (acolo unde este cazul)

5.1. de desfășurare a cursului	Amfiteatru echipat cu tablă și cretă
5.2. de desfășurare a seminarului/ laboratorului	Sală de seminar echipată cu tablă și cretă

6.1. Competențele specifice acumulate¹

Competențe profesionale/esențiale	- C1.1 Identificarea noțiunilor, descrierea teoriilor și utilizarea limbajului specific. - C2.3 Aplicarea metodelor teoretice de analiză adecvate la problematica dată. - C5.2 Utilizarea raționamentelor matematice în demonstrarea unor rezultate matematice.
Competențe transversale	CT1. Aplicarea regulilor de munca riguroasă și eficientă, manifestarea unor atitudini responsabile față de domeniul științific și didactic, pentru valorificarea optimă și creativă a propriului potențial în situații specifice, cu respectarea principiilor și a normelor de etică profesională.

6.2. Rezultatele învățării

Cunoștințe	Studentul: - a dobândit competențele specifice disciplinelor legate de matematică necesare pentru realizarea temelor. - cunoaște noțiuni fundamentale legate de analiză reală precum și metode de aplicare a acestora în domenii ale științei legate de matematică și informatică.
Aptitudini	Studentul este capabil să: - construiască argumente matematice clare și bine susținute pentru a explica în scris probleme, subiecte și idei matematice. - demonstreze teoreme utilizând limbajul matematic în cadrul cursurilor teoretice și va putea prezenta aceste rezultate atât oral, cât și în scris.
Responsabilități și autonomie	Studentul are capacitatea de a: - explora în mod independent anumite conținuturi matematice, bazându-se pe ideile și instrumentele din însușite deja, pentru a-și extinde cunoașterea. - extinde în mod independent ideile și argumentele matematice deja însușite, la un subiect matematic care nu a fost studiat anterior.

7. Obiectivele disciplinei (reieșind din grila competențelor acumulate)

7.1 Obiectivul general al disciplinei	Dobândirea de cunoștințe fundamentale de teoria măsurii și a integrării, precum și aplicarea acestora în rezolvarea de probleme.
7.2 Obiectivele specifice	Dobândirea de cunoștințe despre elemente de teoria măsurii și a integrării (e.g., σ-algebre, măsuri, măsura exterioară Lebesgue, măsura Lebesgue, integrarea funcțiilor măsurabile, teoreme limită, spații L^p, teorema lui Fubini).

¹ Se poate opta pentru competențe sau pentru rezultatele învățării, respectiv pentru ambele. În cazul în care se alege o singură variantă, se va șterge tabelul aferent celeilalte opțiuni, iar opțiunea păstrată va fi numerotată cu 6.

8. Conținuturi

8.1 Curs	Metode de predare	Observații
1. Introducere: problema măsurii. Spații măsurabile și spații cu măsura	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
2. Măsura exterioară Lebesgue	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
3. Măsura Lebesgue	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
4. Proprietăți ale măsurii Lebesgue	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
5. Funcții măsurabile	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
6. Aproximarea funcțiilor măsurabile	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
7. Integrarea funcțiilor măsurabile (I)	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
8. Integrarea funcțiilor măsurabile (II)	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
9. Teoreme limită și aplicații (I)	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
10. Teoreme limită și aplicații (II). Relația dintre integralele Riemann și Lebesgue	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
11. Spații L^p (I)	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
12. Spații L^p (II)	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
13. Tipuri de convergență	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
14. Măsura și integrarea pe spații produs	Expunere, conversație, demonstrație didactică, problematizare	
Bibliografie 1. V. Anisiu, Topologie și teoria măsurii, Universitatea "Babeș-Bolyai", Cluj-Napoca, 1993. 2. J.J. Benedetto, W. Czaja, Integration and modern analysis, Birkhäuser, Boston, MA, 2009. 3. D.L. Cohn, Measure theory, 2 nd ed., Birkhäuser/Springer, New York, 2013. 4. G.B. Folland, Real analysis. Modern techniques and their applications, 2 nd ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, 1999. 5. F. Jones, Lebesgue integration on Euclidean space, Jones and Bartlett Publishers, Boston, MA, 1993. 6. H.L. Royden, P.M. Fitzpatrick, Real analysis, 4th ed., Pearson, 2010. 7. W. Rudin, Real and complex analysis, 3 rd ed., McGraw-Hill Book Co., New York, 1987. 8. E. Stein, R. Shakarchi, Real analysis. Measure theory, integration, and Hilbert spaces, Princeton University Press, Princeton, NJ, 2005. 9. D.W. Stroock, A concise introduction to the theory of integration, 2 nd ed., Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1994. 10. T. Tao, An introduction to measure theory, American Mathematical Society, Providence, RI, 2011.		
8.2 Seminar / laborator	Metode de predare	Observații
1. Introducere: problema măsurii. Spații măsurabile și spații cu măsura	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
2. Măsura exterioară Lebesgue	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
3. Măsura Lebesgue	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
4. Proprietăți ale măsurii Lebesgue	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
5. Funcții măsurabile	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
6. Aproximarea funcțiilor măsurabile	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
7. Integrarea funcțiilor măsurabile (I)	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
8. Integrarea funcțiilor măsurabile (II)	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	

9. Teoreme limită și aplicații (I)	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
10. Teoreme limită și aplicații (II). Relația dintre integralele Riemann și Lebesgue	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
11. Spații L^p (I)	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
12. Spații L^p (II)	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
13. Tipuri de convergență	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
14. Măsura și integrarea pe spații produs	Conversație, exercițiu, demonstrație didactică	
Bibliografie (în plus față de cărțile menționate anterior care conțin și ele exerciții) 1. R.L. Schilling, Measures, integrals and martingales, Cambridge University Press, New York, 2005. 2. W.J. Kaczor, M.T. Nowak, Problems in Mathematical Analysis III. Integration, American Mathematical Society, Providence, RI, 2003. 3. A. Torchinsky, Problems in real and functional analysis, American Mathematical Society, Providence, RI, 2015.		

9. Coroborarea conținuturilor disciplinei cu așteptările reprezentanților comunității epistemice, asociațiilor profesionale și angajatori reprezentativi din domeniul aferent programului

Cursul asigură un fundament teoretic solid, în concordanță cu standarde naționale și internaționale, fiind esențial pentru studiul altor cursuri, precum cele de ecuații cu derivate parțiale, analiză funcțională sau teoria probabilităților. Această disciplină este folositoare în pregătirea viitorilor profesori și cercetători în matematică, dar și a celor care utilizează diverse metode și tehnici matematice moderne în alte domenii.

10. Evaluare

Tip activitate	10.1 Criterii de evaluare	10.2 Metode de evaluare	10.3 Pondere din nota finală
10.4 Curs	- Cunoașterea noțiunilor, exemplelor și rezultatelor de bază - Abilitatea de a demonstra rezultate teoretice	- Lucrare de control, colocviu - Activitatea la curs și seminar	- Lucrare de control: 35% - Colocviu: 65% - Activitatea la curs și seminar: bonus max. 5%
10.5 Seminar/laborator	- Rezolvarea de probleme folosind concepte și rezultate însușite în timpul orelor de curs		
10.6 Standard minim de performanță			
- Acumularea a cel puțin 10 prezențe la seminar. - Atât nota obținută la colocviu, cât și nota finală, trebuie să fie cel puțin 5. Punctele bonus se acordă doar în acest caz.			

11. Etichete ODD (Obiective de Dezvoltare Durabilă / Sustainable Development Goals)²

Eticheta generală pentru Dezvoltare durabilă								
								

² Păstrați doar etichetele care, în conformitate cu [Procedura de aplicare a etichetelor ODD în procesul academic](#), se potrivesc disciplinei și ștergeți-le pe celelalte, inclusiv eticheta generală pentru Dezvoltare durabilă - dacă nu se aplică. Dacă nicio etichetă nu descrie disciplina, ștergeți-le pe toate și scrieți "Nu se aplică".

--	--	--	--	--	--	--	--	--

Data completării:
11.04.2025

Semnătura titularului de curs

Conf. dr. Adriana Nicolae

Semnătura titularului de seminar

Conf. dr. Adriana Nicolae

Data avizării în departament:
25.04.2025

Semnătura directorului de departament

Prof. dr. Andrei Mărcuș