FIŞA DISCIPLINEI

Teoria geometrică a funcţiilor de mai multe variabile complexe

Anul universitar 2025-2026

1. Date despre program

1.1. Instituţia de învăţământ superior	Universitatea Babeş-Bolyai
1.2. Facultatea	Matematică şi Informatică
1.3. Departamentul	Matematică
1.4. Domeniul de studii	Matematică
1.5. Ciclul de studii	Master
1.6. Programul de studii / Calificarea	Matematici avansate - în limba engleză
1.7. Forma de învăţământ	cu frecvenţă

2. Date despre disciplină

2.1. Denumirea disciplinei	**Teoria geometrică a funcţiilor de mai multe variabile complexe (Geometric Function Theory in Several Complex Variables)**					Codul disciplinei	**MME3115**
2.2. Titularul activităţilor de curs	**Prof. univ. dr. Mirela KOHR**						
2.3. Titularul activităţilor de seminar	**Prof. univ. dr. Mirela KOHR**						
2.4. Anul de studiu	**2**	2.5. Semestrul	**4**	2.6. Tipul de evaluare	**E**	2.7. Regimul disciplinei	**Opţional/DS**

3. Timpul total estimat (ore pe semestru al activităţilor didactice)

3.1. Număr de ore pe săptămână	**3**	din care: 3.2. curs	**2**	3.3. seminar/ laborator	**1 sem**
3.4. Total ore din planul de învăţământ	**36**	din care: 3.5. curs	**24**	3.6 seminar/laborator	**12**
Distribuţia fondului de timp pentru studiul individual (SI) şi activităţi de autoinstruire (AI)					**ore**
Studiul după manual, suport de curs, bibliografie şi notiţe (AI)					45
Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate şi pe teren					45
Pregătire seminarii/ laboratoare/ proiecte, teme, referate, portofolii şi eseuri					45
Tutoriat (consiliere profesională)					34
Examinări					20
Alte activităţi					-
3.7. Total ore studiu individual (SI) şi activităţi de autoinstruire (AI)				189	
3.8. Total ore pe semestru				225	
3.9. Numărul de credite				9	

4. Precondiţii (acolo unde este cazul)

4.1. de curriculum	Cunoaştere aprofundată a următoarelor discipline: • Analiză complexă; • Analiză reală; • Topologie; • Ecuaţii cu derivate parţiale
4.2. de competenţe	Sunt utile competenţe de raţionamente logice şi de utilizare a cunoştinţelor de curriculum precizate mai sus

5. Condiţii (acolo unde este cazul)

5.1. de desfăşurare a cursului	Sală de curs dotată cu tablă, videoproiector
5.2. de desfăşurare a seminarului/ laboratorului	Sală de seminar dotată cu tablă, videoproiector

6.1. Competenţele specifice acumulate[1]

Competenţe profesionale/esenţiale	• Capacitatea de a înţelege, manevra şi comunica concepte, teorii fundamentale şi avansate din domeniul matematicii. • Capacitatea de a înţelege lucrări ştiinţifice în domeniul matematicii, de a formula probleme noi şi de a iniţia o cercetare matematică redactând rapoarte şi lucrări ştiinţifice. • Elaborarea şi conducerea de proiecte matematice de cercetare, utilizând un spectru larg de metode cantitative şi calitative. • Capacitatea de a utiliza cunoştinţele dobândite în realizarea unui doctorat in domeniul Matematică sau în alte domenii care utilizează analiza complexă. • Capacitatea de a se autoperfecţiona şi de a se autoinstrui continuu.
Competenţe transversale	• Abilitatea de a se informa, de a lucra independent sau în echipă pentru a realiza studii şi pentru a rezolva probleme complexe. • Aplicarea regulilor de muncă organizată şi eficientă, a unor atitudini responsabile faţă de domeniul didactico-ştiinţific, pentru valorificarea creativă a propriului potenţial, cu respectarea principiilor de etică profesională. • Capacitatea de a se integra in medii variate din domeniul învăţământului şi al cercetarii. • Capacitatea de adaptare la cerinţele unei societăţi dinamice şi de comunicare intr-o limbă de circulaţie internaţională.

6.2. Rezultatele învăţării

Cunoştinţe	• Studentul masterand cunoaşte, înţelege şi utilizează concepte, rezultate individuale şi teorii matematice avansate. • Studentul masterand demonstrează însuşirea şi utilizarea unor metode şi tehnici eficiente de cercetare. • Studentul masterand are abilitatea de a modela şi de a analiza din punct de vedere matematic procese şi fenomene din alte ştiinţe, fizică, medicină şi inginerie.
Aptitudini	• Studentul masterand este capabil să identifice şi sa formuleze probleme semnificative, care să stea la baza unor cercetări ulterioare. • Studentul masterand este capabil să utilizeze limbajul ştiinţific şi să realizeze cercetări în domeniul matematicii.
Responsabilităţi şi autonomie	• Studentul masterand are capacitatea de a se informa, de a lucra independent sau în echipă pentru a realiza studii şi pentru a rezolva probleme complexe. • Studentul masterand demonstrează capacitatea de investigare critică a literaturii de specialitate. • Studentul masterand este capabil să utilizeze baze de date internaţionale de cercetare academică.

7. Obiectivele disciplinei (reieşind din grila competenţelor acumulate)

7.1 Obiectivul general al disciplinei	• Cunoaşterea, însuşirea şi aprofundarea unor noţiuni şi rezultate fundamentale din teoria geometrică a funcţiilor de mai multe variabile complexe. • Cunoaşterea, însuşirea şi utilizarea unor metode ale analizei complexe uni şi multi dimensionale în studiul unor probleme speciale din matematica purã şi matematica aplicată. • Abilitatea de a utiliza şi de a aplica concepte şi rezultate fundamentale de matematici avansate în studiul unor probleme specifice de teoria funcţiilor în $\mathbf{C}^n$.

[1] Se poate opta pentru competenţe sau pentru rezultatele învăţării, respectiv pentru ambele. În cazul în care se alege o singură variantă, se va şterge tabelul aferent celeilalte opţiuni, iar opţiunea păstrată va fi numerotată cu 6.

7.2 Obiectivele specifice	• Însuşirea cunoştinţelor de bază şi avansate din din teoria geometrică a funcţiilor în $\mathbf{C}^n$. • Înţelegerea principalelor concepte şi rezultate din teoria funcţiilor olomorfe pe bila unitate în $\mathbf{C}^n$. • Cunoaşterea, înţelegerea şi utilizarea unor metode avansate ale matematicii în studiul unor probleme speciale din analiza complexă de mai multe variabile. • Capacitatea studentului de a se implica în cercetarea ştiinţifică.

8. Conţinuturi

8.1 Curs	**Metode de predare**	**Observaţii**
1. Familia Carathéodory *M* a aplicaţiilor olomorfe de mai multe variabile complexe. Rezultate de distorsiune, deformare şi estimări ale coeficienţilor. Compactitatea familiei *M*.	Prelegerea, modelarea, demonstraţia, conversaţia. Prezentarea de explicaţii alternative.	
2. Aplicaţii stelate pe bila unitate în $\mathbf{C}^n$. Condiţii necesare şi suficiente de stelaritate. Rezultate de distorsiune, deformare şi estimări ale coeficienţilor.	Prelegerea, modelarea, demonstraţia, conversaţia. Prezentarea de explicaţii alternative.	
3. Aplicaţii convexe pe bila unitate în $\mathbf{C}^n$. Condiţii necesare şi suficiente de convexitate pe bila unitate Euclidianã şi pe polidiscul unitate în $\mathbf{C}^n$.	Prelegerea, modelarea, demonstraţia, conversaţia. Prezentarea de explicaţii alternative.	
4. Distorsiune, deformare şi estimări ale coeficienţilor aplicaţiilor convexe pe bila unitate în $\mathbf{C}^n$.	Prelegerea, modelarea, demonstraţia, conversaţia. Prezentarea de explicaţii alternative.	
5. Lanţuri Loewner şi aplicaţii de tranziţie (familii de evoluţie) în $\mathbf{C}^n$.	Prelegerea, modelarea, demonstraţia, conversaţia. Prezentarea de explicaţii alternative.	
6. Lanţuri Loewner, câmpuri vectoriale Herglotz şi ecuaţia diferenţială Loewner în $\mathbf{C}^n$.	Prelegerea, modelarea, demonstraţia, conversaţia. Prezentarea de explicaţii alternative.	
7. Nucleul de convergenţă şi transformări biolomorfe pe bila unitate în $\mathbf{C}^n$. Aplicaţii în teoria lanţurilor Loewner.	Prelegerea, modelarea, demonstraţia, conversaţia. Prezentarea de explicaţii alternative.	
8. Soluţiile ecuaţiei generalizate Loewner în $\mathbf{C}^n$.	Prelegerea, modelarea, demonstraţia, conversaţia. Prezentarea de explicaţii alternative.	
9. Familia $S^0(B^n)$ a aplicaţiilor biolomorfe cu reprezentare parametrică pe bila unitate în $\mathbf{C}^n$. Caracterizări prin interemediul lanţurilor Loewner. Compactitatea familiei $S^0(B^n)$. Proprietatea Runge. Probleme deschise.	Prelegerea, modelarea, demonstraţia, conversaţia. Prezentarea de explicaţii alternative.	
10. Puncte extreme şi puncte suport asociate familiei $S^0(B^n)$. Proprietăţi de aproximare prin automorfisme ale spaţiului $\mathbf{C}^n$. Probleme deschise şi conjecturi.	Prelegerea, modelarea, demonstraţia, conversaţia. Prezentarea de explicaţii alternative.	
11. Criterii de univalenţă pe bila unitate în $\mathbf{C}^n$ folosind teoria lanţurilor Loewner. Reprezentare parametrică şi asimptotic stelarite în $\mathbf{C}^n$.	Prelegerea, modelarea, demonstraţia, conversaţia. Prezentarea de explicaţii alternative.	
12. Operatori de extensie care pastrează proprietăţi analitice şi geometrice (stelaritate, convexitate, lanţuri Loewner, reprezentare parametrică). Probleme deschise, conjecturi şi direcţii de cercetare.	Prelegerea, modelarea, demonstraţia, conversaţia. Prezentarea de explicaţii alternative.	

Bibliografie

1. I. Graham, G. Kohr, *Geometric Function Theory in One and Higher Dimensions*, Marcel Dekker Inc., New York, 2003.
2. G. Kohr, *Basic Topics in Holomorphic Functions of Several Complex Variables*, Cluj University Press, Cluj-Napoca, 2003.
3. G. Kohr, *Geometric Function Theory in Several Complex Variables*, Lecture Notes, 2020.

4. P. Duren, I. Graham, H. Hamada, G. Kohr, *Solutions for the generalized Loewner differential equation in several complex variables*, Mathematische Annalen, **347** (2010), 411-435.

5. I. Graham, H. Hamada, G. Kohr, M. Kohr, *Extremal properties associated with univalent subordination chains in* $\mathbf{C}^n$, Mathematische Annalen, **359** (2014), 61-99.

6. I. Graham, H. Hamada, G Kohr, M Kohr, *Loewner PDE in infinite dimensions*, Computational Methods and Function Theory, **25** (2025), 151–171.

7. S. Gong, *Convex and Starlike Mappings in Several Complex Variables*, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 1998.

8. P. Duren, *Univalent Functions*, Springer-Verlag, New York, 1983.

9. M. Elin, S. Reich. D. Shoikhet, *Numerical Range of Holomorphic Mappings and Applications*, Birkhäuser, Springer, Cham, 2019.

10. S.G. Krantz, *Function Theory of Several Complex Variables*, Reprint of the 1992 Edition, AMS Chelsea Publishing, Providence, Rhode Island, 2001.

11. Ch. Pommerenke, *Univalent Functions*, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 1975.

12. T. Poreda, *On generalized differential equations in Banach spaces*, Dissertationes Mathematicae, **310** (1991), 1-50.

13. M. Range, *Holomorphic Functions and Integral Representations in Several Complex Variables* Springer-Verlag, New York, 1986.

14. W. Rudin, *Function Theory in the Unit Ball of* $\mathbf{C}^n$, Springer-Verlag, New York, 1980.

8.2 Seminar	**Metode de predare**	**Observaţii**
1. Exemple de aplicaţii în familia Carathéodory *M*. Subclase speciale ale familiei *M*. Rezultate de distorsiune şi estimări ale coeficienţilor.	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor şi demonstraţiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenţilor.	1 oră în fiecare săptămână
2. Condiţii suficiente de stelaritate pe bila unitate în $\mathbf{C}^n$. Exemple de aplicaţii stelate.	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor şi demonstraţiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenţilor.	1 oră în fiecare săptămână
3. Condiţii suficiente de convexitate pe bila unitate în $\mathbf{C}^n$. Exemple de aplicaţii convexe.	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor şi demonstraţiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenţilor.	1 oră în fiecare săptămână
4. Aplicaţii stelate de ordinul α pe bila unitate Euclideană în $\mathbf{C}^n$, $0\leq \alpha<1$. Rezultate de deformare şi estimări ale coeficienţilor. Exemple.	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor şi demonstraţiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenţilor.	1 oră în fiecare săptămână
5. Lanţuri Loewner şi aplicaţii de tranziţie (familii de evoluţie) de mai multe variabile complexe. Exemple.	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor şi demonstraţiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenţilor.	1 oră în fiecare săptămână
6. Lanţuri Loewner şi ecuaţiile Loewner asociate în $\mathbf{C}^n$. Aplicaţii.	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor şi demonstraţiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenţilor.	1 oră în fiecare săptămână
7. Caracterizările analitice ale stelarităţii şi spiralităţii de tipul α pe bila unitate în $\mathbf{C}^n$ prin intermediul lanţurilor	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor şi demonstraţiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de	1 oră în fiecare săptămână

Loewner.	studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenţilor.	
8. Variaţii ale lanţurilor Loewner în $\mathbf{C}^n$. Aplicaţii la probleme extremale pentru transformări univalente cu reprezentare parametrică pe bila unitate în $\mathbf{C}^n$.	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor şi demonstraţiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenţilor.	1 oră în fiecare săptămână
9. Transformări mărginite cu reprezentare parametrică pe bila unitate în $\mathbf{C}^n$. Rezultate de deformare şi estimări ale coeficienţilor. Aplicaţii la probleme extremale.	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor şi demonstraţiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenţilor.	1 oră în fiecare săptămână
10. Criterii de univalenţă pe bila unitate în $\mathbf{C}^n$ prin intermediul teoriei lui Loewner.	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor şi demonstraţiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenţilor.	1 oră în fiecare săptămână
11. Convergenţa în nucleu şi lanţuri Loewner în $\mathbf{C}^n$.	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor şi demonstraţiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenţilor.	1 oră în fiecare săptămână
12. Operatori de extensie care păstrează proprietăţi analitice şi geometrice. Probleme deschise, conjecturi şi direcţii de cercetare.	Aplicarea conceptelor de la curs. Descrierea argumentelor şi demonstraţiilor pentru rezolvarea problemelor. Lansarea de teme de studiu. Răspunsuri directe la întrebările studenţilor.	1 oră în fiecare săptămână

Bibliografie

1. I. Graham, G. Kohr, *Geometric Function Theory in One and Higher Dimensions*, Marcel Dekker Inc., New York, 2003.
2. G. Kohr, *Basic Topics in Holomorphic Functions of Several Complex Variables*, Cluj University Press, Cluj-Napoca, 2003.
3. G. Kohr, *Geometric Function Theory in Several Complex Variables*, Seminar Notes, 2020.
4. F. Bracci, I. Graham, H. Hamada, G. Kohr, *Variation of Loewner chains, extreme and support points in the class* S^0 *in higher dimensions*, Constructive Approximation, **43** (2016), 231-251.
5. P. Duren, I. Graham, H. Hamada, G. Kohr, *Solutions for the generalized Loewner differential equation in several complex variables*, Mathematische Annalen, **347** (2010), 411-435.
6. I. Graham, H. Hamada, G. Kohr, M. Kohr, *Extremal properties associated with univalent subordination chains in* $\mathbf{C}^n$, Mathematische Annalen, **359** (2014), 61-99.
7. I. Graham, H. Hamada, G Kohr, M Kohr, *Loewner PDE in infinite dimensions*, Computational Methods and Function Theory, **25** (2025), 151–171.
8. G. Kohr, P. Liczberski, *Univalent Mappings of Several Complex Variables*, Cluj University Press, Cluj-Napoca, 1998.
9. P. Curt, *Special Chapters in Geometric Function Theory of Several Complex Variables*, Editura Albastră, Cluj-Napoca, 2001 (in Romanian).
10. S. Gong, *Convex and Starlike Mappings in Several Complex Variables*, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 1998.
11. S. Gong, The Bieberbach Conjecture, Amer. Math. Soc. Intern. Press, Providence, R.I., 1999.
12. S.G. Krantz, *Function Theory of Several Complex Variables*, Reprint of the 1992 Edition, AMS Chelsea Publishing, Providence, Rhode Island, 2001.
13. Ch. Pommerenke, *Univalent Functions*, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 1975.
14. F. Bracci (Ed.), *Geometric Function Theory in Higher Dimension*, Springer INdAM Series, vol. **26** (2017), Springer

International Publishing AG, Cham, Switzerland.

9. Coroborarea conținuturilor disciplinei cu așteptările reprezentanților comunității epistemice, asociațiilor profesionale și angajatori reprezentativi din domeniul aferent programului

- Tematica acestui curs este în concordanță cu ceea ce este prevăzut în programul de studii al tuturor universităților importante din țară și din străinătate, unde matematica avansată are un rol esențial.
- Această disciplină este utilă în activități specifice studenților doctoranzi, în pregătirea viitorilor cercetători în matematica pură și matematica aplicată,

10. Evaluare

Tip activitate	10.1 Criterii de evaluare	10.2 Metode de evaluare	10.3 Pondere din nota finală
10.4 Curs	Cunoașterea noțiunilor și a rezultatelor de bază.	Examen scris.	60%
	Posibilitatea de a justifica prin demonstrație rezultatele teoretice.		
10.5 Seminar	Capacitatea de a aplica noțiuni și rezultatele dobândite la curs în studiul unor capitole speciale din teoria geometrică a funcțiilor în $\mathbf{C}^n$ și a unor domenii conexe.	Evaluarea activității studenților din timpul semestrului, teme de casă și rapoarte, precum și participarea activă la seminar. O lucrare de control (la mijlocul semestrului).	15% 25%
Prezența la ore: conform cerințelor generale ale facultății.			
10.6 Standard minim de performanță			
• Nota finală minim 5 (într-o scară de la 1 la 10).			

11. Etichete ODD (Obiective de Dezvoltare Durabilă / Sustainable Development Goals)[2]

	Eticheta generală pentru Dezvoltare durabilă							

Data completării:	Semnătura titularului de curs	Semnătura titularului de seminar
11.04.2025	Prof. univ. dr. Mirela KOHR	Prof. univ. dr. Mirela KOHR

Data avizării în departament: 25.04.2025	Semnătura directorului de departament
	Prof. univ. dr. Andrei MĂRCUȘ

[2] Păstrați doar etichetele care, în conformitate cu *Procedura de aplicare a etichetelor ODD în procesul academic*, se potrivesc disciplinei și ștergeți-le pe celelalte, inclusiv eticheta generală pentru *Dezvoltare durabilă* - dacă nu se aplică. Dacă nicio etichetă nu descrie disciplina, ștergeți-le pe toate și scrieți "*Nu se aplică.*".