

## A TANTÁRGY ADATLAPJA

### 1. A képzési program adatai

1.1 Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2 Kar	Matematika és Informatika
1.3 Intézet	Magyar Matematika és Informatika Intézet
1.4 Szakterület	matematika
1.5 Képzési szint	alap
1.6 Szak / Képesítés	Matematika-informatika

### 2. A tantárgy adatai

2.1 A tantárgy neve (hu) (en) (ro)	Speciális fejezetek algebrából Special chapters from algebra Capitole speciale de algebră						
2.2 Az előadásért felelős tanár neve	Prof. dr. habil. Szántó Csaba						
2.3 A szemináriumért felelős tanár neve	Prof. dr. habil. Szántó Csaba						
2.4 Tanulmányi év	2	2.5 Félév	4	2.6. Értékelés módja	évközi ellenőrzés	2.7 Tantárgy típusa	Választható- szaktárgy
2.8 A tantárgy kódja	MLM0048						

### 3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszáma)

3.1 Heti óraszám	4	melyből:	3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor	2
3.4 Tantervben szereplő összóraszám	56	melyből:	3.5 előadás	28	3.6 szeminárium/labor	28
A tanulmányi idő elosztása:						
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása						
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás						
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portfoliók, referátumok, esszék kidolgozása						
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)						
Vizsgák						
Más tevékenységek: projekt						
3.7 Egyéni munka összóraszáma	69					
3.8 A félév összóraszáma	125					
3.9 Kreditszám	5					

### 4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1 Tantervi	• Algebra 1,2
4.2 Kompetenciabeli	• Algebrai struktúrákra vonatkozó alapfogalmak és alaptételek ismerete

### 5. Feltételek (ha vannak)

5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei	• Vetítő
5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	• Vetítő

## 6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

Szakmai kompetenciák	<ul style="list-style-type: none"><li>• C1.1 Fogalmak azonosítása, elméletek leírása és a szaknyelv használata</li><li>• C1.2 A matematikai fogalmak helyes magyarázata és értelmezése a szaknyelv felhasználásával</li><li>• C1.3 A módszerek és elvek helyes alkalmazása a matematikafeladatok megoldásában</li><li>• C1.4. Főbb matematikai problématiskus felismerése és a megoldásukhoz szükséges módszerek, technikák kiválasztása.</li><li>• C1.5 Projektek és dolgozatok elkészítése matematikai módszerek és eredmények bemutatására</li><li>• C2.1 Folyamatok és jelenségek leírására használt alapfogalmak azonosítása</li><li>• C3.3 Sajátos technikák és módszerek alkalmazása az algoritmusok tervezése során</li><li>• C4.3 Matematikai modellek szerkesztése sajátos technikák és eszközök alapján</li><li>• C 5.1 A matematikai bizonyítások megfelelő fogalmainak, módszereinek és technikáinak azonosítása</li><li>• C 5.2 Matematikai gondolatmenetek alkalmazása matematikai eredmények bizonyítására</li><li>• C 5.3 Matematikai eredmények igazolására vonatkozó érvelések logikus felépítése és kifejtése, a feltételek és a következtetések világos azonosításával</li><li>• C 5.4 Különböző bizonyítási módszerek hatékony alkalmazása és komparatív elemzése</li><li>• C 5.5 Egyéni projektek és dolgozatok elkészítése különböző bizonyítási módszerek használatával.</li></ul>
Transzverzális kompetenciák	<ul style="list-style-type: none"><li>• CT1 A szervezett és hatékony munka szabályainak, a didaktikai-tudományos területhez való felelősségteljes hozzáállás alkalmazása a saját potenciál kreatív értékesítéséhez, a szakmai etika alapelveinek és normáinak tiszteletben tartásával</li><li>• CT3 Hatékony módszerek és technikák használata tanulásra, információszerzésre, kutatásra és a tudásszerzési kapacitások fejlesztésére, egy dinamikus társadalom igényeinek való megfelelésre, román és egy nemzetközi nyelven történő kommunikációra</li></ul>

## 7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	<ul style="list-style-type: none"><li>• A tárgy célja gyűrűkre és testekre vonatkozó ismeretek kiszélesítése és elmélyítése</li></ul>
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	<ul style="list-style-type: none"><li>• A szemináriumok célja az előadáson bemutatott fogalmak begyakorlása explicit példákon, gyakorlófeladatokon keresztül, nagy hangsúlyt fektetve a diákok önálló munkájára.</li><li>• A bemutatott anyag elsajátítása mellett a diákok átfogó képet kaphatnak precíz, absztrakt matematikai levezetések metodikájáról is.</li><li>• Hangsúlyt fektetünk ugyanakkor a gyűrűelmélet komputacionális algebrai csomagokkal való megközelítésére Sagemath alkalmazásával.</li></ul>

## 8. A tantárgy tartalma

	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
8.1 Előadás	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 4.1,4.2 fejezet
1. Ideálok hálója	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 4.3 fejezet
2. Faktorgyűrűk	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 4.5 fejezet
3. Gyűrűk karakterisztikája	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 4.6 fejezet
5. Többváltozós polinomok. Gröbner bázisok (alapfogalmak)	Előadás, bizonyítás, példák	[2],[3]
6. Többváltozós polinomok. Gröbner bázisok (alkalmazások)	Előadás, bizonyítás, példák	[2],[3]
7. Többváltozós polinomok. Gröbner bázisok (automatizált mértani bizonyítások)	Előadás, bizonyítás, példák	[2],[3]
8. Többváltozós polinomok. Szimmetrikus polinomok	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 4.7 fejezet
9. Diszkrimináns. Rezultáns	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 4.7 fejezet
10. Algebrai egyenletek	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 4.8 fejezet
11. Integritástartományok aritmetikája 1	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 4.8 fejezet
12. Integritástartományok aritmetikája 2	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 5.1,2,3 fejezet
13. Véges és algebrai testbővítések	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 5.4 fejezet
14. Véges testek	Előadás, bizonyítás, példák	[1], 5.4 fejezet

## Könyvészet

[1] Marcus A.: *Algebra*, Kolozsvári egyetemi kiadó, 2008.

[http://math.ubbcluj.ro/~marcus/for\\_students/marcus\\_algebra.pdf](http://math.ubbcluj.ro/~marcus/for_students/marcus_algebra.pdf)

[2] Cox D., Little J. , O’Shea D.: *Ideals, Varieties, and Algorithms*,

*An Introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra*, Undergraduate Texts in mathematics, Springer 2015.

[3] Szántó Cs.: *Gröbner bázisok és alkalmazásaik. Sagemath implementációk*, digitális jegyzet 2024

[4] Jacobson N.: *Basic Algebra I* (2 ed.), Dover 2009.

[5] Ion D.I.,Radu N.: *Algebră* (ed.4), Editura Didactică și Pedagogică, 1990.

	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	
1. Ideálok hálója	Példák, feladatmegoldás, párbeszéd	
2. Faktorgyűrűk, gyűrűk karakterisztikája	Példák, feladatmegoldás, párbeszéd	
3. Gröbner bázis alkalmazásai 1	Példák, párbeszéd	Sagemath alkalmazása
4. Gröbner bázis alkalmazásai 2	Példák, párbeszéd	Sagemath alkalmazása
5. Szimmetrikus polinomok alaptételének alkalmazásai	Példák, feladatmegoldás, párbeszéd	Sagemath alkalmazása
6. Newton-Waring formula alkalmazásai	Példák, feladatmegoldás, párbeszéd	Sagemath alkalmazása
7. Diszkrimináns és rezultáns alkalmazásai	Példák, feladatmegoldás, párbeszéd	Sagemath alkalmazása
8. Egyváltozós valós polinomok gyökeinek szétválasztása	Példák, feladatmegoldás, párbeszéd	
9. Algebrai egyenletek megoldása	Példák, feladatmegoldás, párbeszéd	Sagemath alkalmazása
10. Integritástartományok aritmetikája 1	Példák, feladatmegoldás, párbeszéd	Sagemath alkalmazása
11. Integritástartományok aritmetikája 2	Példák, feladatmegoldás, párbeszéd	Sagemath alkalmazása
12. Polinomok irreducibilitásának vizsgálata	Példák, feladatmegoldás, párbeszéd	Sagemath alkalmazása
13. Véges és algebrai testbővítések	Példák, feladatmegoldás, párbeszéd	Sagemath alkalmazása
14. Véges testek	Példák, feladatmegoldás, párbeszéd	Sagemath alkalmazása

## Könyvészet

- [1] Marcus A.: *Algebra*, Kolozsvári egyetemi kiadó, 2008.  
[http://math.ubbcluj.ro/~marcus/for\\_students/marcus\\_algebra.pdf](http://math.ubbcluj.ro/~marcus/for_students/marcus_algebra.pdf)
- [2] Cox D., Little J., O’Shea D.: *Ideals, Varieties, and Algorithms*  
*An Introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra*, Undergraduate Texts in mathematics, Springer 2015.
- [3] Marcus A., Szántó Cs.: *Általános algebrai feladatgyűjtemény*, Lito UBB Cluj (1996), Erdélyi Tankönyvtanács (1997).
- [4] Szántó Cs.: *Gröbner bázisok és alkalmazásai*. *Sagemath implementációk*, digitális jegyzet 2024
- [5] N. Jacobson, *Basic Algebra I* (2 ed.), Dover 2009.
- [6] Purdea I., Pelea C.: *Probleme de algebră*, EFES, 2005.
- [7] B. Szendrei M., Czédli G., Szendrei Á.: *Absztrakt algebrai feladatok*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1985, 1988; JATE Press, Szeged, 1993, 1998; Polygon, Szeged, 2005.
- [8] <http://sagemath.org>

## 9. Az episztémikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásainak összhangba hozása a tantárgy tartalmával.

- A tantárgy tartalma megegyezik az egyetemi oktatásban a fontosabb egyetemeken oktatott klasszikus gyűrű-testelmélet illetve komputacionális kommutatív algebra hagyományos tartalmával.
- Bemutatjuk a számítógépes algebra alkalmazhatóságát gyűrűelméletben

## 10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	A tanított gyűrű-testelméleti fogalmak ismerete és használata	Szóbeli vizsga: egy kiválasztott téma bemutatása.	50%
10.5 Szeminárium / Labor	Az előadás anyagának ismertében tudjon megoldani témabeli (típus) feladatokat illetve tudja használni a komputacionális algebrai eszközöket	„Take home” vizsga: egyéni feladatlap megoldása 12 órás határidővel	50%
<b>10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei</b>			Minimális átmenő jegy 5. Ehhez szükséges az alapfogalmak ismerete és egyszerű gyakorlatok megoldási képessége.

Kitöltés dátuma

08.04.2025

Előadás felelőse

Prof. dr. habil. Szántó Csaba

Szeminárium felelőse

Prof. dr. habil. Szántó Csaba

Az intézeti jóváhagyás dátuma

08.04.2025

Intézetigazgató

András Szilárd egyetemi docens

## FIŞA DISCIPLINEI

### 1. Date despre program

1.1 Instituția de învățământ superior	Universitatea Babeș-Bolyai Cluj-Napoca
1.2 Facultatea	Facultatea de Matematică și Informatică
1.3 Departamentul	Departamentul de Matematică și Informatică al Liniei Maghiare
1.4 Domeniul de studii	Matematică
1.5 Ciclul de studii	Licență
1.6 Programul de studiu / Calificarea	Matematică-Informatică

### 2. Date despre disciplină

2.1 Denumirea disciplinei (ro) (en)	Capitole speciale de algebră Special chapters from algebra				
2.2 Titularul activităților de curs	Prof. dr. habil. Szántó Csaba				
2.3 Titularul activităților de seminar	Prof. dr. habil. Szántó Csaba				
2.4 Anul de studiu	2	2.5 Semestrul	4	2.6. Tipul de evaluare	Verificare pe parcurs
2.8 Codul disciplinei	MLM0048				

### 3. Timpul total estimat (ore pe semestru al activităților didactice)

3.1 Număr de ore pe săptămână	4	Din care: 3.2 curs	2	3.3 seminar/laborator	2
3.4 Total ore din planul de învățământ	56	Din care: 3.5 curs	28	3.6 seminar/laborator	28
Distribuția fondului de timp:					ore
Studiul după manual, suport de curs, bibliografie și notițe					25
Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate și pe teren					4
Pregătire seminarii/laboratoare, teme, referate, portofolii și eseuri					14
Tutoriat					7
Examinări					8
Alte activități/proiect					11
3.7 Total ore studiu individual	69				
3.8 Total ore pe semestru	125				
3.9 Numărul de credite	5				

### 4. Precondiții (acolo unde este cazul)

4.1 de curriculum	• Algebra 1,2
4.2 de competențe	• Cunoașterea notiunilor și teoremelor de bază legate de structuri algebrice

## **5. Condiții (acolo unde este cazul)**

5.1 De desfășurare a cursului	<ul style="list-style-type: none"><li>• Videoproiector</li></ul>
5.2 De desfășurare a seminarului/laboratorului	<ul style="list-style-type: none"><li>• Videoproiector</li></ul>

## **6. Competențele specifice acumulate**

<b>Competențe profesionale</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• C1.1 Identificarea notiunilor, descrierea teoriilor și utilizarea limbajului specific</li><li>• C1.2 Explicarea și interpretarea corecta a conceptelor matematice, folosind limbajul specific</li><li>• C1.3 aplicarea corecta a metodelor și principiilor de baza în rezolvarea problemelor de matematică</li><li>• C1.4 Recunoasterea principalelor clase/tipuri de probleme matematice și selectarea metodelor și a tehnicilor adecvate pentru rezolvarea lor</li><li>• C1.5 Elaborarea unor proiecte și lucrări de prezentare a unor rezultate și metode matematice</li><li>• C2.1 Identificarea notiunilor de baza utilizate în descrierea unor fenomene și procese</li><li>• C3.3 Aplicarea tehnicilor și metodelor specifice pentru proiectarea unor algoritmi</li><li>• C4.3 Construirea unui model matematic folosind metode, tehnici și instrumente adecvate</li><li>• C5.1 Identificarea adecvată a conceptelor, metodelor și tehnicilor de demonstrație matematică</li><li>• C5.2 Utilizarea raționamentelor matematice în demonstrarea unor rezultate matematice</li><li>• C5.3 Construirea și dezvoltarea de argumentări logice cu scopul demonstrării unor rezultate matematice, cu identificarea clară a ipotezelor și concluziilor</li><li>• C5.4 Evaluarea comparativă și utilizarea eficientă a diferitelor metode de demonstrație</li><li>• C5.5 Elaborarea unor proiecte/teme de lucru individual utilizând diferitelor metode de demonstrație</li></ul>
<b>Competențe transversale</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• CT1. aplicarea regulilor de muncă riguroasă și eficientă, manifestarea unor atitudini responsabile față de domeniul didactic-științific, pentru valorificarea optimă și creativă a propriului potențial, în situații specifice cu respectarea principiilor și a normelor de etică profesională</li><li>• CT3. utilizarea eficientă a surselor informaționale și a resurselor de comunicare și formare profesională asistată, atât în limba română, cât și într-o limbă de circulație internațională</li></ul>

## 7. Obiectivele disciplinei (reieșind din grila competențelor acumulate)

7.1 Obiectivul general al disciplinei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Extinderea și completarea cunoștințelor legate de inele și corpuri.</li> </ul>
7.2 Obiectivele specifice	<ul style="list-style-type: none"> <li>Scopul seminariilor este de a exersa concepțele prezentate la curs prin exemple explicite, exerciții practice, cu un accent puternic pe munca individuală a studenților.</li> <li>În plus față de învățarea materialului prezentat, elevii pot obține o imagine amplă despre metodica deducerii matematice abstrakte și precise.</li> <li>În același timp, ne concentrăm și pe abordarea informatică a concepțiilor prezentate prin folosirea unor pachete de algebra computațională (Sagemath).</li> </ul>

## 8. Conținuturi

8.1 Curs	Metode didactice	Observații
1. Laticea idealelor	Prelegerea, demonstrația, exemple	[1], capitolul 4.1,2
2. Inele factor	Prelegerea, demonstrația, exemple	[1], capitolul 4.3
3. Caracteristica inelelor	Prelegerea, demonstrația, exemple	[1], capitolul 4.5
4. Inele și corpuri de fracții	Prelegerea, demonstrația, exemple	[1], capitolul 4.6
5. Polinoame cu mai multe variabile. Baze Gröbner (noțiuni de bază)	Prelegerea, demonstrația, exemple	[2],[3]
6. Polinoame cu mai multe variabile. Baze Gröbner (aplicații)	Prelegerea, demonstrația, exemple	[2],[3]
7. Polinoame cu mai multe variabile. Baze Gröbner (demonstrații geometrice automatizate)	Prelegerea, demonstrația, exemple	[2],[3]
8. Polinoame cu mai multe variabile. Polinoame simetrice	Prelegerea, demonstrația, exemple	[1], capitolul 4.7
9. Discriminant. Resultant	Prelegerea, demonstrația, exemple	[1], capitolul 4.7
10. Ecuății algebrice	Prelegerea, demonstrația, exemple	[1], capitolul 4.8
11. Aritmetică domeniilor de integritate 1	Prelegerea, demonstrația, exemple	[1], capitolul 4.8
12. Aritmetică domeniilor de integritate 2	Prelegerea, demonstrația, exemple	[1], capitolul 5.1,2,3
13. Extinderi finite și algebrice de corpuri	Prelegerea, demonstrația, exemple	[1], capitolul 5.4
14. Corpuri finite	Prelegerea, demonstrația, exemple	[1], capitolul 5.4

### Bibliografie

- [1] Marcus A.: *Algebra*, Kolozsvári egyetemi kiadó, 2008.  
[http://math.ubbcluj.ro/~marcus/for\\_students/marcus\\_algebra.pdf](http://math.ubbcluj.ro/~marcus/for_students/marcus_algebra.pdf)
- [2] Cox D., Little J. , O’Shea D.: *Ideals, Varieties, and Algorithms, An Introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra*, Undergraduate Texts in mathematics, Springer 2015.
- [3] Szántó Cs.: *Gröbner bázisok és alkalmazásaiak. Sagemath implementációk*, curs digital 2024
- [4] Jacobson N.: *Basic Algebra I* (2 ed.), Dover 2009.
- [5] Ion D.I.,Radu N.: *Algebră* (ed.4), Editura Didactică și Pedagogică, 1990.

8.2 Seminar/Laborator	Metode didactice	Observații
-----------------------	------------------	------------

1. Laticea idealelor	Problematizare, conversație, exemple	
2. Inele factor, caracteristica inelelor	Problematizare, conversație, exemple	
3. Baze Gröbner 1	Exemple, conversație	Utilizare SageMath
4. Baze Gröbner 2	Exemple, conversație	Utilizare SageMath
5. Aplicația teoremei polinoamelor simetrice	Problematizare, conversație, exemple	Utilizare SageMath
6. Formula Newton-Waring și aplicații	Problematizare, conversație, exemple	Utilizare SageMath
7. Discriminant. Rezultant	Problematizare, conversație, exemple	Utilizare SageMath
8. Separarea rădăcinilor în polinoame reale	Problematizarea, conversația, exemple	
9. Soluția ecuațiilor algebrice	Problematizarea, conversația, exemple	Utilizare SageMath
10. Aritmetica domeniilor de integritate 1	Problematizarea, conversația, exemple	Utilizare SageMath
11. Aritmetica domeniilor de integritate 2	Problematizarea, conversația, exemple	Utilizare SageMath
12. Polinoame ireductibile	Problematizarea, conversația, exemple	Utilizare SageMath
13. Extinderi de corpuri	Problematizarea, conversația, exemple	Utilizare SageMath
14. Corpuri finite	Problematizarea, conversația, exemple	Utilizare SageMath

#### Bibliografie

[1] Marcus A.: *Algebra*, Kolozsvári egyetemi kiadó, 2008.

[http://math.ubbcluj.ro/~marcus/for\\_students/marcus\\_algebra.pdf](http://math.ubbcluj.ro/~marcus/for_students/marcus_algebra.pdf)

[2] Cox D., Little J. , O’Shea D.: *Ideals, Varieties, and Algorithms*

*An Introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra*, Undergraduate Texts in mathematics, Springer 2015.

[3] Marcus A., Szántó Cs.: *Általános algebrai feladatgyűjtemény*, Lito UBB Cluj (1996), Erdélyi Tankönyvtanács (1997).

[4] Szántó Cs.: *Gröbner bázisok és alkalmazásaiak. SageMath implementációk*, curs digital 2024

[5] N. Jacobson, *Basic Algebra I* (2 ed.), Dover 2009.

[6] Purdea I., Pelea C.: *Probleme de algebră*, EFES, 2005.

[7] B. Szendrei M., Czédli G., Szendrei Á.: *Absztrakt algebrai feladatok*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1985, 1988; JATE Press, Szeged, 1993, 1998; Polygon, Szeged, 2005.

[8] <http://sagemath.org>

#### 9. Coroborarea conținuturilor disciplinei cu așteptările reprezentanților comunității epistemicе, асоциаțiilor profesionale și angajatorii reprezentativi din domeniul aferent programului

- Conținutul cursului coincide cu cel tradițional al unui curs de teoria inelelor și corpuri predat la universitățile majore din învățământul universitar.
- Sunt prezentate și aplicații de algebră computațională computerizată în teoria inelelor

#### 10. Evaluare

Tip activitate	10.1 Criterii de evaluare	10.2 metode de evaluare	10.3 Pondere din nota finală
10.4 Curs	Cunoașterea conceptelor de bază și a teoremelor din teoria inelelor	Examen oral: prezentarea unei teme alese	50%

10.5 Seminar/laborator	Cunoscând materialul prelegerii, să poată rezolva probleme tipice și să poată folosi pachetele de algebră computațională	Examen de acasă (Take home): rezolvarea unui sir individual de probleme cu timp limită de 12 ore	50%
<b>10.6 Standard minim de performanță</b>			
Nota minimă de promovare 5. Pentru această notă este necesară cunoașterea conceptelor de bază și capacitatea de a rezolva exerciții simple.			

Data completării  
08.04.2025

Semnătura titularului de curs  
Prof. dr. habil. Szántó Csaba

Semnătura titularului de seminar  
Prof. dr. habil. Szántó Csaba

Data avizării în departament  
08.04.2025

Semnătura directorului de departament  
Conf. Dr. András Szilárd