A TANTÁRGY ADATLAPJA

1. A képzési program adatai

1.1 Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2 Kar	Matematika és Informatika
1.3 Intézet	Magyar Matematika és Informatika Intézet
1.4 Szakterület	Matematika-Informatika
1.5 Képzési szint	Alap
1.6 Szak / Képesítés	Informatikai matematika

2. A tantárgy adatai

2.1 A tantárgy neve	Valós függvénytan
2.2 Az előadásért felelős tanár neve	Prof. Dr. Teodor Bulboacă
2.3 A szemináriumért felelős tanár neve	Prof. Dr. Teodor Bulboacă

2.4 Tanulmányi év	2	2.5 Félév	2	2.6. Értékelés módja	kollokvium	2.7 Tantárgy típusa	választható-szaktárgy

3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszáma)

3.1 Heti óraszám	4	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor	2
3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám	56	melyből: 3.5 előadás	28	3.6 szeminárium/labor	28

A tanulmányi idő elosztása:	óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása	38
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás	7
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portofóliók, referátumok, esszék kidolgozása	36
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)	7
Vizsgák	6
Más tevékenységek:	
3.7 Egyéni munka össz-óraszáma	94
3.8 A félév össz-óraszáma	150
3.9 Kreditszám	5

4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1 Tantervi	• Az egy- és többváltozós valós függvények differenciál- és integrálszámításának ismerete.
4.2 Kompetenciabeli	• Az általános differenciál- és integrálszámítás ismerete.

5. Feltételek (ha vannak)

5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei	• Részvétel a tanszék oktatási munkájának szervezésében és lebonyolításában.

	• Összesen 50 perc szükséges az előadás lebonyolításához. • Az előadó tanár jelenléte kötelező. • Az előadások a képzési folyamat szerves részét képezik, így az Egyetem a hallgatóktól elvárja, (de nem kötelezi) az azokon való részvételt. • Az előadáshoz szükséges oktatási segédanyagok biztosítása. • Optimális munkafeltételek megteremtése.
5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	• A szemináriumokon való jelenlét kötelező. • A kollokviumon való részvétel feltétele az, hogy a diák a két felmérőből mind a ketten megjelenjen. • A felmérő dolgozatnál a diákok nem használhatnak semmiféle segédanyagot. • A felmérők eredményeinek közzététele a felmérő dolgozat megírásától számítva egy héten belül történik, a megfellebbezett felmérők újraértékelése személyesen a diákkal közösen történik. • A kollokvium eredményét a dolgozatok kijavítása után ugyanazon a napon közöljük, a megfellebbezett dolgozat újraértékelése személyesen a diákkal közösen történik.

6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

Szakmai kompetenciák	• Ismerje az általános topológia elemeit (5 előadás): - A metrikus tér nyílt halmazai (ismétlés). A topológia Haussdorf-féle axiómai. A topológia bázisa, szubbázisa, pont környezetszűrője. - A topologikus tér zárt részhalmazai. Halmaz belseje, zárt burkolója, torlódási pontja és határa. A topologikus tér altére. Topologikus terek direkt szorzata. - Számossági és szétválasztási axiómák. Folytonos függvények. - Kompakt halmazok Teljesség és kompaktság a metrikus térben. - Összefüggő halmazok. • Ismerje a mértékelmélet elemeit (5 előadás): - Nevezetes halmazcsaládok: halmazgyűrű, halmazalgebra, szigma-gyűrű, szigma-algebra. Additív halmazfüggvény és mérték, a mérték tulajdonságai. - Külső mérték. Halmazgyűrűben értelmezett mértékhez rendelt mérték, ennek relatív szigma-additivitása. - Elemi halmazok az euklideszi térben, elemi halmazok térfogata. A Lebesgue-féle külső mérték. Halmaz Lebesgue-mérhetősége. - Külső mértékhez rendelt mértéktér. Lebesgue-mérhető halmazok az euklideszi térben. - Mérhető függvények. Műveletek mérhető függvényekkel. Lépcsős függvények. • Ismerje az integrálelmélet elemeit (4 előadás): - Nem-negatív lépcsős függvény és nem-negatív mérhető függvény mérték szerinti integrálja. - Határátmenet az integráljel alatt. A monoton konvergencia Beppo Levi tétele, a Fatou-féle lemma. - Mérhető függvény mérték szerinti integrálja és tulajdonságai. A Lebesgue-féle dominált konvergencia tétel. - A Riemann-és a Lebesgue-integrál kapcsolata. A Riemann-integrálhatóság szükséges és elégséges feltétele.
Transzverzális kompetenciák	• Azon diákok, akik mélyebb ismereteket szeretnének szerezni egy hasznos matematikai software alkalmazásában, opcionálisan választhatják a MAPLE program 14, vagy 15-ös változatait.

7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	• A valós analízis célja felvértezni a másodévesek hallgatót azokkal az ismeretekkel, amelyek egy matematika diplomával rendelkező végzősnek az analízis huszadik századi vívmányairól tudnia kell, valamint előkészíteni az alapokat olyan tantárgyak számára, mint a valószínűség-számítás, a funkcionálanalízis, vagy a differenciál-egyenletek.
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	A tantárgy tanulása során elsajátítandó készségek, ennek érdekében a kurzus három fő fejezete: • az általános topológia • a mértékelmélet • az integrálelmélet. A végső cél a Lebesgue-féle integrál értelmezése és tulajdonságainak vizsgálata. Ez lehetővé teszi a fogalom alkalmazását a fent felsorolt matematikai diszciplínák tanításánál. Előadás közben a diákok ellenőrizendő feladatokat kapnak, amelyeke közül a nehezebbeket – más feladatok kíséretében – a szemináriumon megoldanak.

8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
A metrikus tér nyílt halmazai (ismétlés). A topológia Haussdorf-féle axiómai. A topológia bázisa, szubbázisa, pont környezetszűrője.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 1-5 oldal
A topológikus tér zárt részhalmazai. Halmaz belseje, zárt burkolója, torlódási pontja és határa. A topológikus tér altére. Topológikus terek direkt szorzata.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 5-9 oldal
Számossági és szétválasztási axiómák. Folytonos függvények.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 9-13 oldal
Kompakt halmazok Teljesség és kompaktság a metrikus térben.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 13-19 oldal
Összefüggő halmazok.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 19-22 oldal

Nevezetes halmazcsaládok: halmazgyűrű, halmazalgebra, szigma-gyűrű, szigma-algebra. Additív halmazfüggvény és mérték, a mérték tulajdonságai.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 23-30 oldal
Külső mérték. Halmazgyűrűben értelmezett mértékhez rendelt mérték, ennek relatív szigma-additivitása.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 30-33 oldal
Elemi halmazok az euklideszi térben, elemi halmazok térfogata. A Lebesgue-féle külső mérték. Halmaz Lebesgue-mérhetősége.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 33-38 oldal
Külső mértékhez rendelt mértéktér. Lebesgue-mérhető halmazok az euklideszi térben.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 38-46 oldal
Mérhető függvények. Műveletek mérhető függvényekkel. Lépcsős függvények.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 51-62 oldal
Nem-negatív lépcsős függvény és nem-negatív mérhető függvény mérték szerinti integrálja.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 70-75 oldal
Határátmenet az integráljel alatt. A monoton konvergencia Beppo Levi tétele, a Fatou-féle lemma.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 75-85 oldal
Mérhető függvény mérték szerinti integrálja és tulajdonságai. A Lebesgue-féle dominált konvergencia tétel.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 85-92 oldal
A Riemann-és a Lebesgue-integrál kapcsolata. A Riemann-integrálhatóság szükséges és elégséges feltétele.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004, 93-97 oldal

Könyvészet

1. Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004

2. V. Anisiu: Topologie şi teoria măsurii, Universitatea "Babeş-Bolyai", Cluj-Napoca, 1995.

3. C. Crăciun: Lecţii de analiză matematică, Universitatea Bucureşti, 1982.

4. C. Crăciun: Exerciţii şi probleme de analiză matematică, Universitatea Bucureşti, 1984.

8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
Halmaz számossága. Megszámlálható halmazok. A kontinuum-számosság. Megszámlálható halmaz részhalmazai családjának számossága. Halmazok egyesítése, keresztmetszete függvény általi képe és ősképe.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
Metrikus terek. Az aritmetikus tér euklideszi, Csebisev-féle és Fréchet-féle metrikája. Ekvivalens metrikák származtatta topológiák megegyezése.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
Bázis, szubbázis. Példák a metrikus és az euklideszi térben. Rács, szűrő, környezetszűrő, környezetbázis. Példák általános topológikus térben és metrikus térben.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
Halmazelméleti műveletekkel kapcsolatos feladatok: halmaz belseje, zárt burkolója, torlódási pontjainak halmaza és határa képzésének művelete.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
Számossági axiómák közötti kapcsolatok. A szétválasztási axiómák ekvivalens jellemzése és a közöttük lévő kapcsolatok vizsgálata.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
Folytonos függvényekkel kapcsolatos feladatok.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
Kompaktsággal és összefüggőséggel kapcsolatos feladatok.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
Nevezetes halmazcsaládokkal kapcsolatos feladatok. Ekvivalens definíciók.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
A félgyűrű fogalma. Félgyűrűk direkt szorzata félgyűrű. A valós tengely szakaszai által származtatott gyűrűk és félgyűrűk. A Borel-féle halmaztest.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
Mértékterekkel kapcsolatos feladatok. A számlálási mérték. Az egy pontban koncentrált mérték. A Poincaré-féle formula.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
Lebesgue-mérhetőség a valós tengelyen. A Cantor-féle halmaz. A Cantor-féle függvény.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.

Vitali példája nem Lebesgue-mérhető halmazra. Lépcsős függvényekkel és mérhető függvényekkel kapcsolatos feladatok.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
Határátmenet integráljel alatt. Példák annak szemléltetésére, hogy egyszerű esetekben a határátmenet nem vihető be az integráljel alá.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.
A majdnem mindenhóli konvergenciával kapcsolatos feladatok. Példák Lebesgue-integrálható függvényekre, amelyek nem Riemann-integrálhatók. Minden korlátos derivált függvény Lebesgue-integrálható.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004.

Könyvészet

1. Németh Sándor: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004

2. V. Anisiu: Topologie şi teoria măsurii, Universitatea "Babeş-Bolyai", Cluj-Napoca, 1995.

3. C. Crăciun: Exerciţii şi probleme de analiză matematică, Universitatea Bucureşti, 1984.

9. Az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásainak összhangba hozása a tantárgy tartalmával.

- A hallgatóknak lehetőségük nyílik arra, hogy az előadások során szerzett ismereteket felhasználva, részt vegyenek tudományos rendezvényeken, és bekapcsolódjanak a szak tematikájához kapcsolódó kutatásokba.
- A szak tanszékei oktató- és kutatómunkájuk révén intenzív kapcsolatban állnak e szakterületen számos neves külföldi tanszékével, és a tanterv szoros összhangban van a nemzetközi sztenderdekkel.
- A tantárgy tartalma a szakmai egyesületek elvárásainak is megfelelnek.

A szakmai egyesületek segítik a tehetséggondozó műhelyek munkáját is, lehetővé teszik a szakmai anyagok cseréjét, a tehetségek érvényesülésének segítését, a tehetségek felkarolását, felkutatását és az ezzel foglalkozó szervezetek tevékenységének összehangolását.

10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Két dolgozatok: értelmezések, bizonyítások	Írásbeli dolgozat	25%
	Végleges kollokvium: 40% feladat megoldási készség és 60% elméleti ismeretek	Írásbeli kollokvium	25%

10.5 Szeminárium / Labor	Két dolgozatok: feladatok megoldásai (a) az első felmérő az 1. fejezetbeli (Általános topológia), a 2-dik fejezetbeli (Mértékelmélet) elméleti ismeretek és feladatokat foglalja magában (b) a második felmérő a 2-dik fejezetbeli (Mértékelmélet), a 3-dik fejezetbeli elméleti (Integrálelmélet) ismeretek és feladatokat foglalja magában	Írásbeli dolgozat	25%
	A végső jegy az (a) és (b) alpontoknál elért jegyek számtani középarányosa.	Írásbeli kollokvium	25%

10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei
• az általános topológia elemeit alap ismerete • a mértékelmélet elemeit alap ismerete • az integrálelmélet elemeit alap ismerete

Kitöltés dátuma: 2022, Április 30

Előadás felelőse: Dr. Teodor Bulboacă Szeminárium felelőse: Dr. Teodor Bulboacă

Egyetemi tanár Egyetemi tanár

Az intézeti jóváhagyás dátuma: 2022, Április 30 Intézetigazgató: Dr. András Szilárd